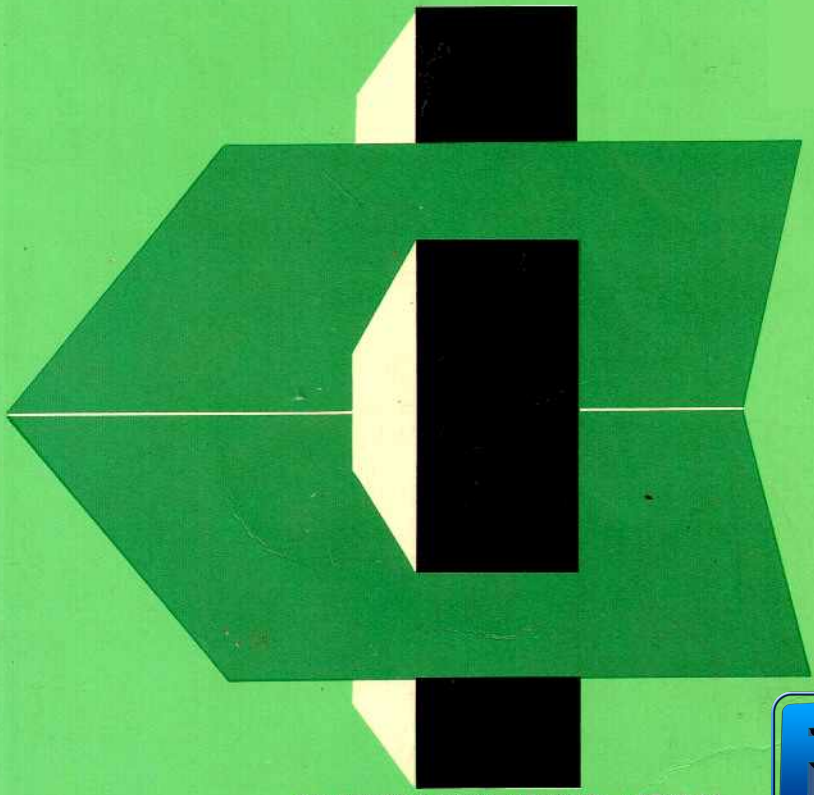
davis · foote · kelly

TRATADO DE TOPOGRAFIA



COLECCION CIENCIA Y TECNICA · AGUILAR

FL FreeLibros

RAYMOND E. DAVIS
FRANCIS S. FOOTE Y JOE W. KELLY
Profesores de Ingeniería en la Universidad de California

TRATADO
DE
TOPOGRAFIA

Versión española de
JOSE MARIA MANTERO
Dr. Ingeniero Geógrafo

FL
FreeLibros

AGUILAR

PROLOGO DE LOS AUTORES A LA QUINTA EDICION NORTEAMERICANA

En esta quinta edición se han mantenido las mismas características de minuciosidad y ordenación lógica que en las anteriores, presentadas de manera que el libro resulte útil, no solo como texto para el estudiante, sino como recordatorio y obra de consulta para ingenieros y topógrafos. Se continúa haciendo hincapié en los conceptos de precisión y exactitud, que el topógrafo ha de tener siempre bien presentes si desea que todas sus mediciones cumplan adecuadamente su propósito, sin pérdidas indebidas de tiempo y dinero en la ejecución de las mismas.

Se describen con detalle los instrumentos y métodos modernos: niveles, teodolitos, distanciómetros y técnicas electrónicas de localización, instrumentos fotogramétricos para el trazado de mapas, así como el empleo de la fotogrametría y de las calculadoras electrónicas en los levantamientos de caminos. Se han escrito de nuevo, por reconocidas autoridades en las respectivas materias, los capítulos dedicados al trazado de caminos y a los levantamientos hidrográficos y fotogramétricos, añadiendo nuevo material y refundiendo muchas de las anteriores secciones.

A lo largo de todo el libro se hacen numerosas referencias entre temas afines, y la bibliografía seleccionada que figura al final de cada capítulo trata de ser una guía para quienes deseen profundizar alguno de los puntos tratados. Entre los detalles característicos de esta nueva edición mencionaremos los siguientes:

Para valorar la precisión se utiliza el error probable, por la sencillez de su comprensión, por ser directamente aplicable y por resultar suficiente para los fines de este libro. No por ello deja de explicarse su relación con el error típico o normal. Se ha abreviado la descripción de las operaciones aritméticas y de las efectuadas con ayuda de la regla de cálculo, conservando, no obstante, los fundamentos teóricos en que se basa la determinación de la precisión de los cálculos.

Se incluyen problemas de campo, no solo para su aplicación directa en las clases de topografía, sino también porque contienen muchos detalles operativos no incluidos en el texto y que pueden resultar útiles para los profesionales. Aunque se describen los modelos más recientes de niveles y teodolitos, no se ha prescindido de los tipos más conven-

cionales, así como de sus correcciones, por considerar que se seguirán utilizando todavía durante muchos años en los trabajos topográficos usuales. Los nuevos modelos se manejan de forma semejante a los antiguos. Se valoran también los errores y la precisión de los trabajos efectuados con estos aparatos.

En los capítulos sobre astronomía se han suprimido las referencias a American Ephemeris, porque el tiempo que emplea ahora difiere del tiempo civil. Los ejemplos incluidos en el texto se refieren al Nautical Almanac y al tiempo (hora) civil, y en algunos casos a las efemérides del U. S. Bureau of Land Management y al tiempo aparente o solar, que se presta muy bien para los trabajos topográficos.

En el capítulo dedicado a levantamientos de caminos, redactado por L. L. Funk, se hace referencia de modo especial al trazado de carreteras. Además de los métodos comunes a todos los proyectos y replanteos de caminos, se exponen las técnicas y normas más recientes utilizadas por la División de Carreteras de California.

El capítulo sobre levantamientos hidrográficos y medición de corrientes, escrito por W. Hofmann y S. E. Rantz, incluye la descripción del equipo y métodos modernos en uso por el Servicio Geológico de los Estados Unidos, tales como sondas de eco, medidores de distancias de sondeo, registradores de carga automáticos, velocímetros y vertederos.

Finalmente, el capítulo de levantamientos fotogramétricos, revisado por S. W. Smith, incorpora los procedimientos utilizados actualmente por el Servicio Geológico norteamericano. Son de especial interés las descripciones del proceso seguido en las operaciones de trazado de mapas, de los instrumentos trazadores automáticos y de visión directa ortográfica.

NOTA DE AGRADECIMIENTO

Se han tenido en cuenta muchas sugerencias y observaciones recibidas de personas que han manejado las ediciones anteriores, a las que los autores se complacen en expresar aquí su agradecimiento. En particular, a los profesores Sturla Einarson y Milos Polivka, nuestros colegas en la Universidad de California, les debemos indicaciones y consejos muy valiosos.

Gran parte de las figuras y tablas han sido tomadas o adaptadas de diversas publicaciones, o nos fueron facilitadas directamente por orga-

nismos oficiales norteamericanos, especialmente: U. S. Coast and Geodetic Survey, U. S. Geological Survey y U. S. Bureau of Land Management. Se han utilizado también fotografías y datos de las siguientes entidades: U. S. Air Force, U. S. Army, Corps of Engineers, Soil Conservation Service of the U. S. Department of Agriculture, U. S. Naval Observatory y California Division of Highways.

Entre las firmas de aparatos topográficos que nos facilitaron material gráfico nos complace citar las siguientes: Abrams Aerial Survey Corporation, Aero Service Corporation, Wm. Ainsworth & Sons, Benson-Lehner Corporation, C. L. Berger & Sons, Eugene Dietzgen Company, Fairchild Space and Defense Systems, W. & L. E. Gurley, Philip B. Kail Associates, Keuffel & Esser Company, A. Lietz Company, O. M. I. Corporation of America, Wild-Heerbrugg Instruments Inc. y Zeiss-Aerotopograph (Munich).

Damos las gracias a John Wiley & Sons, Inc., por su autorización para reproducir las tablas incluidas al final del volumen.

LOS AUTORES.

INDICE GENERAL

PRÓLOGO DE LOS AUTORES A LA QUINTA EDICIÓN NORTEAMERICANA ... ... *Pág.* XI

NOTA DE AGRADECIMIENTO XII

CAP. I.—GENERALIDADES 3

1-1. Levantamiento topográfico, *pág.* 3.—1-2. Finalidad de los levantamientos, 3.—1-3. La Tierra como esferoide, 4.—1-4. Levantamiento plano, 6.—1-5. Levantamientos geodésicos, 7.—1-6. Clases de levantamiento y sus operaciones, 8.—1-7. Definiciones, 11.—1-8. Unidades de medida, 12.—1-9. Precisión de las mediciones, 13.—1-10. Conocimientos necesarios, 14.—1-11. Experiencia topográfica, 14.—1-12. Condiciones que debe reunir todo topógrafo, 14.—Referencias, 15.

CAP. II.—INSTRUMENTOS TOPOGRÁFICOS 16

2-1. Instrumentos principales, *pág.* 16.—2-2. El equialtímetro, 17.—2-3. El teodolito, 17.—2-4. Partes esenciales de estos instrumentos, 18.—2-5. El nivel tubular, 19.—2-6. Sensibilidad del nivel tubular, 20.—2-7. Verificación del nivel tubular, 20.—2-8. Basamento o plataforma de nivelación, 22.—2-9. El anteojo, 23.—2-10. Enfoque, 24.—2-11. El objetivo, 25.—2-12. Tubo corredera portaobjetivo, 26.—2-13. Retículo o cruz filar, 27.—2-14. Retículo estadimétrico, 28.—2-15. Ocular, 29.—2-16. Características propias de los anteojos, 30.—2-17. Relación entre el aumento del anteojo y la sensibilidad del nivel, 31.—2-18. Nonio, 31.—2-19. Tornillos de fijación y de coincidencia, 34.—2-20. Tornillo clisimétrico, 35.—2-21. Plomadas, 36.—Ejercicios numéricos, 37.—Referencias, 37.

CAP. III.—TRABAJOS DE CAMPO 38

3-1. Generalidades, *pág.* 38.—3-2. Prácticas de campo para los estudiantes de topografía, 38.—3-3. Estudio previo del trabajo a realizar, 39.—3-4. Rapidez, 39.—3-5. Exactitud, 39.—3-6. Precisión adecuada, 39.—3-7. Relación entre ángulos y distancias, 39.—3-8. Precisión de las observaciones angulares, 41.—3-9. Definiciones, 43.—3-10. Señales a los portamiras, 44.—3-11. Cuidado y manejo de los instrumentos, 45.—3-12. Verificación y corrección de instrumentos, 48.—3-13. Datos de campo, 50.—3-14. Libreta de campo, 51.—3-15. Modo de anotar los datos en campo, 52.—3-16. Libreta de campo para alumnos de topografía, 53.—3-17. Seguridad, 54.—Ejercicios numéricos, 54.—Referencias, 54.

CAP. IV.—CÁLCULOS 55

4-1. Generalidades, *pág.* 55.—4-2. Cálculos de gabinete, 55.—4-3. Comprobación, 56.—4-4. Cifras significativas, 57.—4-5. Precisión de los cálculos, 59.—4-6. Cálculo de ángulos y distancias, 61.—4-7. Tablas trigonométricas, 62.—4-8. Métodos gráficos y mecánicos, 62.—4-9. Operaciones aritméticas y logaritmos, 63.—4-10. Cálculo logarítmico, 64.—4-10*a*. Multiplicación y división, 65.—4-10*b*. Potencias, 65.—4-11. Manejo de la regla de cálculo, 65.—4-11*a*. Multiplicación, 66.—4-11*b*. División, 67.—4-11*c*. Cuadrados y raíces cuadradas, 67.—4-11*d*. Funciones trigonométricas, 68.—4-11*e*. Logaritmos, 69.—4-12. Planímetro polar, 70.—4-13. Medición de superficies con el polo exterior, 71.—4-14. Determinación de la constante, 71.—4-15. Medición de superficies con el polo interior, 72.—4-16. Area del círculo fundamental, 73.—4-17. Figura dibujada con más de una escala, 73.—4-18. Precisión de las mediciones con planímetro, 73.—4-19. Teoría del planímetro, 74.—Ejercicios numéricos, 76.—Ejercicios de gabinete, 78.—Referencias, 78.

CAP. V.—ERRORES 79

5-1. Generalidades, *pág.* 79.—5-2. Causas de los errores, 79.—5-3. Clases de errores, 80.—5-4. Comparación entre los errores sistemáticos y los accidentales, 81.—5-5. Discrepancia, 82.—5-6. Teoría de probabilidades, 82.—*Observaciones de igual precisión:* 5-7. Valor probable, 83.—5-7*a*. Valor más probable de una sola cantidad, 83.—5-7*b*. Varias cantidades homogéneas, 84.—5-8. Error probable, 85.—5-8*a*. Error probable de una sola cantidad, 86.—5-8*b*. Varias cantidades homogéneas, 88.—*Observaciones de diferente precisión:* 5-9. Peso, 89.—5-10. Corrección de observaciones de peso dado, 90.—5-10*a*. Una sola cantidad, 90.—5-10*b*. Varias cantidades homogéneas, 92.—5-11. Errores en las operaciones aritméticas, 94.—5-12. Resumen de los principales resultados, 94.—Ejercicios numéricos, 95.—Referencias, 96.

CAP. VI.—DIBUJO DE MAPAS 97

6-1. Representación gráfica de los levantamientos, *pág.* 97.—6-2. Proyecciones, 97.—6-3. Información que debe dar un mapa, 98.—6-4. Escalas, 99.—6-5. Flechas de orientación, 101.—6-6. Perfiles, 101.—6-7. Secciones transversales, 101.—6-8. Rotulado, 102.—6-9. Títulos, 104.—6-10. Notas y leyendas, 106.—6-11. Signos convencionales, 106.—6-12. Dibujo de signos convencionales, 107.—*Papeles de dibujo y métodos de reproducción:* 6-13. Papeles de dibujo, 111.—6-14. Calcos, 111.—6-15. Papel poliéster, 112.—6-16. Reproducción de dibujos, 112.—6-17. Copias en azul (papel ferroprusiato), 113.—6-18. Copias sepia (método de Vandyke), 115.—6-19. Copias en negro, 115.—6-20. Copias en papel ozalid, 116.—6-21. Método fotográfico (fotostático), 116.—6-22. Método fotográfico (offset), 116.—*Utensilios para el dibujo de mapas:* 6-23. Lápices, 117.—6-24. Tintas y colores, 117.—6-25. Escalas, 117.—6-26. Transportadores, 118.—6-27. Compás de varillas, 119.—6-28. Plantillas curvas, 119.—6-29. Tiralíneas doble o tiralíneas de paralelas, 120.—6-30. Tiralíneas loco, 120.—6-31. Reglas, 120.—6-32. Compás de reducción, 120.—6-33. Máquina de dibujar, 121.—Referencias, 122.

CAP. VII.—MEDIDA DE DISTANCIAS 123

7-1. Distancia, *pág.* 123.—*Métodos de medida:* 7-2. A pasos, 123.—7-3. Estadía, 125.—7-4. Clisímetro, 125.—7-5. Medición directa, 125.—7-6. Medición electrónica, 125.—7-7. Otros métodos, 128.—7-8. Elección de método, 129.—*Medición con cinta:* 7-9. Cintas, 129.—7-10. Agujas para la medición con cinta, 132.—7-11. Jalones, 132.—7-12. Medición con cinta en terreno llano, 132.—7-13. Medición de distancias horizontales en terreno desigual o en pendiente, 134.—7-14. Medición directa sobre suelo inclinado, 137.—7-15. Corrección por pendiente, 138.—7-16. Errores en la medición con cinta, 139.—7-17. Correcciones, 141.—7-18. Corrección por temperatura, 142.—7-19. Corrección por tensión, 142.—7-20. Corrección por comba o pandeo, 144.—7-21. Tensión normal, 145.—7-22. Correcciones combinadas, 146.—7-23. Precisión de las mediciones con cinta, 146.—7-24. Equivocaciones o errores groseros en la medición con cinta, 149.—*Levantamientos con cinta:* 7-25. Método operatorio, 150.—7-26. Medición de ángulos con la cinta, 150.—7-27. Trazado de una perpendicular a una recta con la cinta, 150.—7-28. Líneas irregulares, 152.—7-29. Alineaciones con interposición de obstáculos, 152.—Problemas numéricos, 154.—Problemas de campo, 156.—Referencias, 160.

CAP. VIII.—NIVELACIÓN. MÉTODOS E INSTRUMENTOS 161

Métodos: 8-1. Definiciones, *pág.* 161.—8-2. Curvatura y refracción, 161.—8-3. Métodos, 162.—8-4. Generalidades, 163.—8-5. Nivelación trigonométrica, 164.—8-6. Nivelación barométrica, 166.—*Instrumentos para la nivelación directa:* 8-7. Clases de niveles, 169.—8-8. Equialtímetro de anteojo y nivel fijos, 169.—8-9. Equialtímetros de anteojo reversible, 171.—8-10. Niveles modernos, 173.—8-11. Nivel de mano Locke, 175.—8-12. Nivel de mano y clisímetro de Abney, 176.—8-13. Miras de nivelación, 177.—8-14. Miras parlantes, 177.—8-14*a*. Mira para niveles de mano, 180.—8-15. Miras de tablilla, 181.—8-16. Tablillas, 182.—8-17. Nivel de mira, 182.—8-18. Puntos de cambio, 183.—*Método para operar con nivel y mira:* 8-19. Puesta en estación del nivel, 183.—8-20. Lectura de la mira, 184.—*Comprobación y corrección de los niveles:* 8-21. Generalidades, 185.—8-22. Condiciones que debe cumplir el equialtímetro de anteojo y nivel fijos, 185.—8-23. Comprobación del instrumento de anteojo y nivel fijos, 186.—8-24. Condiciones que debe cumplir el equialtímetro de anteojo reversible, 190.—8-25. Comprobación del equialtímetro de anteojo reversible, 191.—8-26. Comprobación y corrección del nivel de mano, 192.—Problemas numéricos, 193.—Problemas de campo, 195.—Referencia, 197.

CAP. IX.—NIVELACIÓN COMPUESTA 198

9-1. Generalidades, *pág.* 198.—9-2. Referencias o puntos permanentes, 198.—9-3. Definiciones, 199.—9-4. Método operatorio, 199.—9-5. Igualdad entre las distancias de frente y de espalda, 201.—9-6. Registro de los datos de campo, 203.—9-7. Equivocaciones o errores groseros en la nivelación, 204.—9-8. Nivelación de precisión, 205.—9-9. Nivelación geodésica, 208.—9-10. Nivelación recíproca, 210.—9-11. Errores en las nivelaciones, 211.—9-12. Precisión de la nivelación compuesta, 215.—*Corrección de cotas:* 9-13. Puntos permanentes intermedios, 217.—9-14. Puntos de cruce de varios itinerarios, 219—9-15. Red de nivelación, 220.—Problemas numéricos, 222.—Problemas de campo, 224.—Referencias, 226.

CAP. X.—PERFILES LONGITUDINALES Y TRANSVERSALES. PENDIENTES 227

10-1. Nivelación de perfiles longitudinales, *pág.* 227.—10-2. Registro de campo en los perfiles, 229.—*Secciones transversales:* 10-3. Nivelación para movimientos de tierras, 230.—10-4. Perfiles transversales, 230.—10-5. Proyectos de caminos en general, 232.—10-6. Secciones transversales definitivas de una carretera o vía férrea, 234.—10-7. Registro de campo de perfiles transversales, 236.—10-8. Secciones transversales de canales, 237.—10-9. Cortes y rellenos, 238.—10-10. Situación de las

estacas de talud, 239.—*Rasantes:* 10-11. Generalidades, 241.—10-12. Visual forzada, 241.—10-13. Determinación de curvas de nivel, 242.—10-14. Determinación de curvas de igual rasante, 243.—10-15. Curvas verticales, 244.—10-16. Situación del vértice de la curva, 246.—Problemas numéricos, 247.—Problemas de campo, 248.

CAP. XI.—TRAZADO DE PERFILES Y DE SECCIONES TRANSVERSALES. CUBICACIÓN DE TIERRAS 250

Perfiles y secciones transversales: 11-1. Dibujo de perfiles longitudinales, *pág.* 250.—11-2. Determinación de pendientes, 253.—11-3. Acabado del perfil, 253.—11-4. Otros perfiles, 254.—11-5. Dibujo de las secciones transversales, 254.—*Area de las secciones transversales:* 11-6. Area de secciones regulares; sección a nivel, 256.—11-7. Sección de tres niveles, 256.—11-8. Areas de las secciones irregulares, 256.—*Cubicación de tierras:* 11-9. Generalidades, 258.—11-10. Volumen de una gravera, 259.—11-11. Volumen en función de las bases, 261.—11-12. Fórmula del prismatoide para el cálculo de volúmenes, 261.—11-13. Corrección prismatoidal, 263.—11-14. Volumen deducido del perfil longitudinal, 263.—11-15. Precisión en la determinación de volúmenes de tierra, 265.—Problemas numéricos, 267.—Problemas de gabinete, 269.

CAP. XII.—MEDIDA DE ÁNGULOS Y DIRECCIONES. LA BRÚJULA 271

12-1. Determinación de puntos, *pág.* 271.—12-2. Meridianos, 272.—12-3. Meridiano verdadero, 272.—12-4. Meridiano magnético, 273.—12-5. Aguja magnética, 273.—12-6. Declinación magnética, 273.—12-7. Mapas de isógonas, 275.—12-8. Variaciones de la declinación magnética, 275.—12-9. Atracción local, 276.—12-10. Determinación del meridiano, 276.—12-11. Angulos y direcciones, 277.—12-12. Orientaciones o rumbos, 278.—12-13. Acimutes, 278.—12-14. Desviación, 279.—12-15. Angulo positivo, 280.—12-16. Angulos interiores, 280.—12-17. Poligonales, 280.—12-18. Triangulación, 281.—12-19. Determinación de ángulos y rumbos, 281.—*La brújula:* 12-20. Rumbos con brújula, 284.—12-21. Brújula de bolsillo, 285.—12-22. Brújula de agrimensor, 287.—12-23. Corrección por atracción local, 289.—12-24. Compensación de una poligonal cerrada observada con brújula, 290.—12-25. Fuentes de error; comprobación de la brújula, 292.—Problemas numéricos, 294.—Problemas de campo, 295.—Referencias, 297.

CAP. XIII.—EL TEODOLITO 298

Descripción: 13-1. Generalidades, *pág.* 298.—13-2. Niveles tubulares, 301.—13-3. El anteojo, 302.—13-4. Los círculos graduados, 303.—13-5. Los nonios, 303.—13-6. Excentricidad de nonios y ejes, 304.—13-7. Clases de teodolitos y sus características, 305.—13-8. Teodolitos de repetición o de reiteración, 305.—13-9. Teodolito repetidor americano, 306.—13-10. Teodolito reiterador americano, 306.—13-11. Teodolitos europeos, 309.—*Manejo y aplicaciones del teodolito:* 13-12. Generalidades, 310.—13-13. Modo de poner el teodolito en estación, 310.—13-14. Medición de un ángulo horizontal, 311.—13-15. Replanteo de un ángulo horizontal, 312.—13-16. Equivocaciones más corrientes, 312.—13-17. Medición de un ángulo por repetición, 312.—13-18. Replanteo o señalamiento de un ángulo por repetición, 315.—13-19. Medición de un ángulo vertical, 315.—13-20. Doble visual, 316.—13-21. Error de índice, 316.—13-22. Prolongación de una alineación, 319.—13-23. Prolongación de una recta a través de un obstáculo, 320.—13-24. Determinación de puntos intermedios en alineación con dos puntos dados, 321.—13-25. Medición de una distancia inaccesible, 324.—13-26. Intersección de dos alineaciones, 325.—13-27. Situar y reseñar una señal permanente, 325.—13-28. Medición de un ángulo sin poder estacionar en el vértice, 326.—*Verificación del teodolito:* 13-29. Condiciones que debe cumplir el teodolito, 326.—13-30. Correcciones, 327.—13-30*a*. Correcciones especiales, 331.—*Errores en las observaciones con teodolito:* 13-31. Generalidades, 333.—13-32. Errores instrumentales, 333.—13-33. Errores personales, 338.—13-34. Errores materiales, 340.—13-35. Precisión de las mediciones angulares, 340.—Problemas numéricos, 341.—Problemas de campo, 343.—Referencias, 347.

CAP. XIV.—LEVANTAMIENTOS CON TEODOLITO Y CINTA 348

14-1. Generalidades, *pág.* 348.—14-2. Personal de campo, 348.—14-3. Equipo de trabajo, 348.—14-4. Estaciones de teodolito, 349.—14-5. Ejes, 349.—14-6. Levantamiento con teodolito, 350.—14-7. Radiación, 352.—14-8. Intersección, 352.—14-9. Poligonación, 353.—14-10. Poligonal con ángulos de desviación, 356.—14-11. Poligonal con acimutes, 358.—14-12. Poligonal con ángulos exteriores, 360.—14-13. Poligonación con ángulos interiores, 361.—14-14. Comprobación de las poligonales, 361.—14-15. Precisión de las poligonales medidas con teodolito y cinta, 363.—14-16. Instrucciones para la observación de poligonales, 364.—14-17. Referencias de las estaciones de teodolito, 365.—14-18. Relleno a partir de las poligonales, 367.—14-19. Determinación de detalles, 368.—Problemas de campo, 371.—Referencias, 373.

CAP. XV.—LEVANTAMIENTOS CON ESTADÍA 374

15-1. Taquimetría, *pág.* 374.—15-2. El método estadimétrico, 375.—15-3. Hilos estadimétricos, 375.—15-4. Miras estadimétricas, 376.—15-5. Lectura de mira, 377.—15-6.

Teoría de la medición estadimétrica, 378.—15-7. Constantes estadimétricas, 379.—15-8. Coeficiente diastimométrico, 379.—15-9. Visuales no horizontales, 380.—15-10. Fórmulas aproximadas, 381.—15-11. Reducidas, 382.—15-12. Círculo estadimétrico de Beaman, 384.—15-13. Aplicaciones del método estadimétrico, 387.—15-14. Nivelación por pendientes con estadía, 388.—15-15. Planimetría estadimétrica con teodolito, 390.—15-16. Altimetría y planimetría estadimétricas, 391.—15-17. Método de banqueo, 395.—15-18. Levantamiento con plancheta y estadía, 396.—15-19. Errores en los levantamientos estadimétricos, 396.—15-19*a*. Efecto de los errores en ángulos verticales, 397.—15-20. Precisión de los levantamientos estadimétricos, 398.—Problemas numéricos, 400.—Problemas de campo, 402.—Referencia, 404.

CAP. XVI.—TRIANGULACIÓN 405

Generalidades: 16-1. Introducción, *pág.* 405.—16-2. Clases de triangulaciones, 406.—16-3. Figuras formadas en la triangulación, 408.—16-4. Elección de cadena, 409.—16-5. Precisión de las figuras, 410.—16-6. Red básica, 413.—*Métodos:* 16-7. Generalidades, 413.—16-8. Reconocimiento o proyecto, 414.—16-9. Señales y soportes para el teodolito, 415.—16-10. Placas de señales, 418.—16-11. Medición de ángulos, 418.—16-12. Instrumentos para medir ángulos, 419.—16-13. Determinación de acimutes, 419.—*Medición de bases:* 16-14. La cinta, 419.—16-15. Medición de la base, 420.—16-16. Errores en la medición de bases, 422.—16-17. Correcciones aplicables a las longitudes medidas, 424.—16-18. Reducción al nivel del mar, 425.—16-19. Discrepancia entre bases, 425.—16-20. Normas para la medición de bases, 426.—*Cálculos:* 16-21. Generalidades, 427.—16-22. Estación fuera de vértice, 427.—16-23. Corrección por exceso esférico, 428.—16-24. Compensación de una cadena de triángulos, 429.—16-25. Compensación de un cuadrilátero, 431.—16-26. Compensación de una cadena de triángulos o de cuadriláteros, 435.—16-27. Cálculo de triángulos y de coordenadas, 436.—16-28. Cálculo de coordenadas en geodesia, 437.—16-29. Problema de los tres puntos o de Pothenot, 439.—*La triangulación como red de apoyo. Sistemas de coordenadas:* 16-30. Red de puntos de coordenadas conocidas, 441.—Problemas numéricos, 442.—Problemas de campo, 443.—Referencias, 444.

CAP. XVII.—LA PLANCHETA 446

17-1. Generalidades, *pág.* 446.—17-2. Comparación entre el teodolito y la plancheta, 446.—17-3. Tipos o clases de planchetas, 447.—17-4. Alidadas, 449.—17-5. Papel para la plancheta, 451.—17-6. Estacionamiento y orientación de la plancheta, 451.—17-6*a*. Visuales, 453.—17-7. Radiación, 453.—17-8. Itinerario poligonal, 454.—17-9. Intersección directa, 455.—17-10. Triangulación gráfica, 456.—*Intersección inversa y orientación:* 17-11. Intersección inversa, 457.—17-12. Intersección inversa después de orientada la plancheta con brújula, 457.—17-13. Intersección inversa después de orientada la plancheta con visual de espalda, 458.—17-14. Intersección inversa y orientación; problema de los tres puntos, 458.—17-14*a*. Método de la figura de errores, 459.—17-14*b*. Método del papel de calco, 462.—17-15. Intersección inversa y orientación. Problema de los dos puntos, 462.—*Manejo y verificación de la plancheta:* 17-16. Medida de desniveles, 463.—17-17. Relleno de detalles con la plancheta, 464.—17-18. Verificación y corrección de la alidada de plancheta, 465.—17-19. Causas de error, 467.—17-20. Comprobaciones en campo, 467,—17-21. Ventajas e inconvenientes, 468.—Problemas de gabinete, 468.—Problemas de campo, 469.—Referencias, 471.

CAP. XVIII.—CONFECCIÓN DE PLANOS 472

18-1. Generalidades, *pág.* 472.—18-2. Proceso operatorio, 472.—18-3. Representación de la red planimétrica, 473.—18-4. Método del transportador, 473.—18-5. Método de las tangentes, 475.—18-5*a*. Transportador de tangentes, 478.—18-6. Método de la cuerda, 478.—18-7. Comprobación, 478.—18-7*a*. Cortes, 481.—18-7*b*. Intersecciones, 481.—18-8. Método de las coordenadas rectangulares, 482.—18-9. Latitudes y longitudes, 483.—18-10. Error de cierre, 485.—18-11. Compensación de poligonales, 486.—18-12. Compensación del error angular, 487.—18-13. Reglas de brújula y de teodolito para la compensación de poligonales, 487.—18-14. Método Crandall para la compensación de poligonales, 489.—18-15. Resumen de los métodos de compensación, 491.—18-16. Cálculo de coordenadas, 491.—18-17. Desarrollo por coordenadas, 492.—18-18. Ventajas e inconvenientes del método de coordenadas, 494.—18-19. Representación de los detalles, 495.—*Falta de mediciones:* 18-20. Falta de mediciones, 496.—18-21. Falta la longitud y el rumbo de un lado, 497.—18-22. Falta la longitud de un lado y la dirección de otro, 497.—18-23. Falta la medición de longitud de dos lados, 501.—18-24. Falta la dirección de dos lados, 502.—Problemas numéricos, 502.—Problemas de gabinete, 505.—Referencias, 507.

CAP. XIX.—CÁLCULO DE SUPERFICIES 508

19-1. Generalidades, *pág.* 508.—19-2. Métodos para determinar la cabida o superficie de un terreno, 508.—19-3. Area por descomposición en triángulos, 509.—19-4. Medición de superficies por coordenadas, 510.—19-5. Método de la doble abscisa

(D. A.), 512.—19-6. Cálculo de las dobles abscisas, 513.—19-7. Método de las D. A. para el cálculo de la superficie limitada por una poligonal cerrada, 514.—19-8. Método de las dobles ordenadas, 515.—19-9. Superficie de una parcela de perímetro irregular o con curvas, 516.—19-10. Ordenadas a intervalos iguales; regla del trapecio, 517.—19-11. Ordenadas a intervalos iguales; regla de Simpson, 517.—19-12. Comparación de la regla trapezoidal con la de Simpson, 518.—19-13. Ordenadas con intervalos desiguales, 519.—19-14. Area de un segmento circular, 520.—*División de superficies:* 19-15. Generalidades, 522.—19-16. Area separada por la línea de unión de dos puntos, 522.—19-17. Area separada por una línea de dirección dada, 523.—19-18. Separar una superficie dada mediante una línea que pase por un punto dado, 524.—19-19. Separar una cierta superficie por una línea de dirección dada, 526.—Problemas numéricos, 527.—Problemas de gabinete, 530.—Referencia, 531.

CAP. XX.—ELEMENTOS DE ASTRONOMÍA 532

20-1. Generalidades, *pág.* 532.—20-2. La esfera celeste, 532.—20-3. Posición de un observador sobre la Tierra, 535.—20-4. Coordenadas ecuatoriales. Ascensión recta y declinación, 536.—20-5. Coordenadas ecuatoriales. Angulo horario y declinación, 537.—20-6. Comparación entre los dos sistemas de coordenadas ecuatoriales, 538.—20-7. Tablas astronómicas utilizadas en topografía, 539.—20-8. Coordenadas esféricas horizontales, 539.—20-9. Relación entre latitud, altura y declinación, 541.—20-10. Combinación de los sistemas ecuatorial y horizontal, 542.—20-11. Trigonometría esférica, 543.—20-12. Resolución del triángulo de posición, 545.—20-13. Otras soluciones, 546.—20-14. Acimut en la máxima elongación, 549.—20-15. Acimut de una estrella circumpolar en una posición cualquiera, 550.—20-16. Altitud de una estrella, 550.—20-17. Tiempo: día solar y día sidéreo, 551.—20-18. Tiempo civil (solar medio), 552.—20-19. Tiempo solar aparente (verdadero), 553.—20-20. Ecuación de tiempo, 553.—20-21. Tiempo sidéreo, 555.—20-22. Relación entre longitud y tiempo, 556.—20-23. Tiempo oficial, 557.—Problemas numéricos, 559.—Referencias, 559.

CAP. XXI.—ACIMUT, LATITUD, LONGITUD Y HORA 560

21-1. Generalidades, *pág.* 560.—21-2. Medición de ángulos, 560.—*Observaciones solares:* 21-3. Observaciones del Sol, 561.—21-4. Corrección por semidiámetro, 562.—21-5. Método de enfilación, 563.—21-6. Corrección de paralaje, 565.—21-7. Corrección de refracción, 566.—21-8. Corrección combinada, 566.—21-9. Declinación del Sol, 566.—21-10. Determinación de la latitud por observación solar a mediodía, 568.—21-11. Determinación del acimut por observación solar directa, 570.—21-12. Determinación de la hora por observación solar a mediodía, 573.—21-13. Determinación de la longitud por observación solar a mediodía, 576.—21-14. Determinación de acimut y longitud por observación solar, 576.—21-15. Aditamentos solares, 577.—21-16. Aditamento solar de Smith, 577.—21-17. Determinación de un acimut con el aditamento solar de Smith, 579.—21-18. Verificación del aditamento solar de Smith, 579.—21-19. Aditamento solar de Saegmuller, 581.—21-20. Aditamento solar de Burt, 582.—21-21. Tabla de declinaciones para los aditamentos solares, 582.—*Observación de estrellas:* 21-22. Generalidades, 584.—21-23. La estrella polar, 586.—21-24. Determinación de la latitud por observación de la polar en su culminación, 587.—21-25. Determinación del acimut por observación de la polar en su máxima elongación, 589.—21-26. Determinación de acimut por observación de la polar a una hora cualquiera, 594.—21-27. Observaciones de otras estrellas, 596.—21-28. Determinación de latitudes, 598.—21-29. Determinación de la hora, 598.—21-30. Determinación de longitudes, 598.—21-31. Determinación de acimutes, 599.—Problemas numéricos, 599.—Problemas de campo, 602.—Referencias, 603.

CAP. XXII.—LEVANTAMIENTOS PARCELARIOS 605

22-1. Generalidades, *pág.* 605.—22-2. Clases de levantamiento, 605.—22-3. Instrumentos y métodos, 606.—22-4. Vértices, mojones y referencias, 607.—22-5. Itinerarios marginales, 608.—22-6. Descripción de linderos, 608.—22-7. Términos legales, 608.—22-8. Interpretación legal de la descripción registral, 609.—22-9. Derechos ribereños, 610.—22-10. Posesión adversa, 612.—22-11. Autoridad legal del topógrafo, 612.—22-12. Responsabilidad del topógrafo, 612.—*Levantamientos rústicos:* 22-13. Objeto de estos levantamientos, 613.—22-14. Primer levantamiento, 615.—22-15. Replanteo, 615.—22-16. Parcelaciones y particiones, 618.—*Levantamientos urbanos:* 22-17. Descripción de una parcela urbana, 620.—22-18. Parcelaciones urbanas, 620.—22-19. Levantamientos urbanos, 621.—22-20. Levantamientos catastrales. Catastro parcelario, 623.—Problemas de campo y de gabinete, 623.—Referencias, 623.

CAP. XXIII.—LEVANTAMIENTOS TOPOGRÁFICOS TERRITORIALES EN LOS ESTADOS UNIDOS 625

23-1. Generalidades, *pág.* 625.—23-2. Leyes referentes al levantamiento de terrenos públicos, 625.—23-3. Notas históricas, 625.—23-4. Esquema general de división, 625.—23-5. Marcas, 626.—23-6. Municipios, 627.—23-7. Secciones, 628.—23-8. Con-

vergencia de meridianos, 628.—23-9. Trazado de un paralelo, 630.—Problemas numéricos, 632.—Referencias, 632.

CAP. XXIV.—MAPAS TOPOGRÁFICOS 633

24-1. Generalidades, *pág.* 633.—24-2. Representación del relieve, 633.—24-3. Mapas en relieve, 633.—24-4. Sombreado plástico, 634.—24-5. Sombreado por normales, 634.—24-6. Curvas de nivel, 634.—24-7. Características de las curvas de nivel, 635.—24-8. Equidistancia, 636.—24-9. Confección de un mapa con curvas de nivel, 636.—24-10. Interpolación, 638.—24-11. Situación de puntos de apoyo, 640.—24-12. Acabado del mapa, 641.—24-13. Comprobaciones, 642.—24-14. Elección de escala, 643.—24-15. Elección de equidistancia entre las curvas de nivel, 643.—24-16. Precisión de los mapas topográficos, 645.—*Aplicaciones de los mapas topográficos:* 24-17. Perfiles transversales y longitudinales, 646.—24-18. Movimiento de tierras para igualar superficies, 647.—24-19. Movimiento de tierras en carreteras, 651.—24-20. Volumen y superficie de un embalse, 652.—24-21. Trazado de carreteras, vías férreas, etc.. 653.—Problemas numéricos, 654.—Problemas de gabinete, 654.—Referencias, 656.

CAP. XXV.—LEVANTAMIENTOS TOPOGRÁFICOS 657

25-1. Generalidades, *pág.* 657.—25-2. Proyecto, 657.—25-3. Métodos operatorios generales, 658.—*Redes de apoyo:* 25-4. Generalidades, 660.—25-5. Red horizontal o planimétrica, 660.—25-6. Poligonales, 662.—25-7. Triangulación, 664.—25-8. Red vertical o altimétrica, 667.—25-9. Nivelación trigonométrica (por pendientes), 668.—*Situación de detalles:* 25-10. Generalidades, 669.—25-11. Precisión, 669.—25-12. Método de los puntos de apoyo, 671.—25-12*a*. Teodolito y mira, 671.—25-12*b*. Plancheta, 674.—25-12*c*. Teodolito y plancheta, 675.—25-13. Perfiles transversales, 675.—25-13*a*. Fijación de puntos de curvas de nivel con nivel de mano, 676.—25-13*b*. Determinación con el clisímetro de puntos de cambio de pendiente, 678.—25-13*c*. Arco reductor Rhodes, 679.—25-14. Método de la cuadrícula, 679.—25-15. Método de las curvas de nivel, 681.—Problemas de campo, 682.—Referencias, 683.

CAP. XXVI.—LEVANTAMIENTOS DE CAMINOS 684

26-1. Generalidades, *pág.* 684.—26-2. Puntos extremos, 684.—26-3. Normas, 685.—26-4. Economía, 685.—26-5. Etapas en el trazado de caminos, 685.—26-6. Fotografía aérea y levantamientos topográficos, 686.—26-7. Red básica de control, 688.—*Reconocimiento:* 26-8. Finalidad del reconocimiento, 689.—26-9. Información, 689.—26-10. Procedimiento, 691.—*Levantamiento previo:* 26-11. Finalidad, 692.—26-12. Método del teodolito y la cinta, 694.—26-13. Otros métodos de campo, 696.—26-14. Método del levantamiento a escala grande, 697.—26-15. Método del levantamiento a escala mediana, 700.—*Replanteo:* 26-16. Finalidad, 701.—26-17. Trabajo de gabinete, 701.—26-18. Método del teodolito y la mira, 702.—26-19. Método del levantamiento a escala grande, 704.—26-20. Método del levantamiento a escala mediana, 705.—26-21. Método del replanteo directo, 707.—26-22. Cubicación de tierras, 708.—26-23. Arrastre, 713.—26-24. Linderos, 713.—26-25. Levantamientos especiales, 714.—*Otros levantamientos longitudinales:* 26-26. Ferrocarriles, 715.—26-27. Levantamiento para canales, 716.—26-28. Levantamiento para líneas de energía, 717.—26-29. Tuberías («pipeline»), 718.—Problemas de campo, 718.—Referencias, 719.

CAP. XXVII.—CURVAS DE ENLACE 720

27-1. Generalidades, *pág.* 720.—*Curvas circulares:* 27-2. Generalidades, 720.—27-3. Propiedades geométricas de las curvas circulares, 722.—27-4. Fórmulas de las curvas, 722.—27-5. Longitud de una curva, 724.—27-6. Replanteo de curvas por ángulos de desviación, 724.—27-7. Estaciones sobre la curva, 727.—27-8. Replanteo de la curva por intersección, 728.—27-9. Replanteo con la cinta, 728.—27-10. Reposición de curvas por el método del cordel, 730.—*Curvas en espiral:* 27-11. Peraltes, 730.—27-12. Curvas espirales en las vías férreas, 731.—27-13. Curvas espirales en carretera, 732.—Problemas numéricos, 733.—Problemas de campo, 733.—Referencias, 734.

CAP. XXVIII.—LEVANTAMIENTOS PARA OBRAS Y CONSTRUCCIONES 735

28-1. Generalidades, *pág.* 735.—28-2. Alineaciones, 735.—28-3. Pendientes, 736.—28-4. Precisión, 737.—28-5. Determinación de puntos por intersección, 737.—28-6. Carreteras, 737.—28-7. Calles, 738.—28-8. Ferrocarriles, 738.—28-9. Alcantarillas y tuberías, 739.—28-10. Canales, 740.—28-11. Túneles, 740.—28-12. Emplazamiento de puentes, 741.—28-13. Puentes, 742.—28-14. Alcantarillas, 743.—28-15. Emplazamiento de edificios, 743.—28-16. Edificios, 745.—28-17. Presas, 746.—*Levantamientos con fines industriales:* 28-18. Generalidades, 746.—28-19. Montaje óptico, 747.—28-20. Levantamientos en astilleros, 749.—Referencias, 751.

CAP. XXIX.—LEVANTAMIENTO TOPOGRÁFICO DE MINAS 752

29-1. Definiciones, *pág.* 752.—*Levantamientos bajo tierra:* 29-2. Generalidades, 752.—29-3. Estaciones, 752.—29-4. Iluminación, 753.—29-5. Distancias, 753.—29-6. Teodolito para minas, 755.—29-7. Empleo del anteojo auxiliar, 756.—29-8. Corrección del

anteojo auxiliar, 759.—29-9. Estacionamiento y nivelación del teodolito, 759.—29-10. Enlace de los levantamientos de superficie con los subterráneos, 760.—29-11. Cálculos, 762.—29-12. Datos de campo y registro de gabinete, 763.—29-13. Alineación de una nueva galería, 763.—29-14. Fijar en el interior de una mina un lindero de la superficie, 764.—29-15. Medición de una distancia vertical por un pozo de mina, 764.—29-16. Cálculo del rumbo de una galería, 765.—29-17. Túneles, 763.—*Delimitación de minas:* 29-18. Propiedad del subsuelo, 766.—29-19. Denuncia de minas, 766.—29-20. Trabajo de campo, 768.—Problemas numéricos, 769.—Referencias, 770.

CAP. XXX.—LEVANTAMIENTOS HIDROGRÁFICOS Y MEDICIÓN DE CORRIENTES. 771

Levantamientos hidrográficos: 30-1. Generalidades, *pág.* 771.—30-2. Red horizontal, 771.—30-3. Red vertical, 772.—30-4. Detalles de las orillas, 772.—30-5. Nivel de referencia, 772.—30-6. Situación de los puntos de sondeo, 772.—30-7. Alineación y ángulo leído desde la costa, 773.—30-8. Alineación e intervalos de tiempo, 774.—30-9. Intersección de alineaciones, 775.—30-10. Dos ángulos leídos desde la costa, 775.—30-11. Teodolito y estadía, 776.—30-12. Distancias a lo largo de un cable tendido entre estaciones, 776.—30-13. Dos ángulos leídos desde el bote, 776.—30-14. Sextante, 777.—30-15. Correcciones del sextante, 779.—30-16. Medición de ángulos con el sextante, 780.—30-17. Material empleado en los sondeos, 781.—30-18. Modo de hacer los sondeos, 786.—30-19. Reducción de los sondeos al nivel del mar, 786.—30-20. Representación del sondeo sobre el mapa, 787.—30-21. Mapas hidrográficos, 788.—*Levantamientos hidrográficos especiales:* 30-22. Cable de rastreo o dragado, 789.—30-23. Determinación de la pendiente de un curso de agua, 789.—30-24. Medida de las corrientes superficiales, 791.—30-25. Medición del material dragado, 792.—30-26. Capacidad de lagunas y embalses, 793.—30-27. Medición de la nieve, 794.—*Medición del gasto o caudal (aforos):* 30-28. Generalidades, 794.—30-29. Unidades de caudal y de volumen. 794.—30-30. Aforos, 795.—30-31. Elección de sitio para los aforos, 795.—30-32. Reguladores de corriente, 796.—30-33. Medición del nivel del agua, 797.—30-34. Sondas de barra, 798.—30-35. Sonda de cable con lastre, 800.—30-36. Sonda de gancho, 800.—30-37. Sondas registradoras, 801.—30-38. Registradores de carga automáticos, 803.—30-39. Medida de una sección transversal, 806.—30-40. Medición de la velocidad de las corrientes, 808.—30-41. Flotadores, 808.—30-42. Velocímetros o hidrómetros. Generalidades, 809.—30-43. Velocímetro de Price, 811.—30-44. Velocímetro de paletas, 812.—30-45. Hidrómetros de eje horizontal, 812.—30-46. Velocímetro óptico, 813.—30-47. Calibrado de los velocímetros, 814.—30-48. Suspensión de los hidrómetros, 816.—30-49. Medición de la velocidad. Generalidades, 817.—30-50. Método de la curva de velocidades, 817.—30-51. Método de los dos puntos, 818.—30-52. Método de las seis décimas, 819.—30-53. Método de integración, 819.—30-54. Método de inmersión, 819.—30-55. Registro de las mediciones, 820.—30-56. Mediciones con velocímetros. Generalidades, 820.—30-57. Método de vadeo, 821.—30-58. Método del puente, 822.—30-59. Método del funicular, 824.—30-60. Método del bote, 825.—30-61. Aforos bajo hielo, 826.—30-62. Cálculo del caudal, 827.—30-63. Curva de caudal en una estación, 828.—30-64. Vertederos. Generalidades, 829.—30-65. Vertederos rectangulares, 830.—30-66. Vertederos triangulares o de boca triangular, 832.—30-67. Vertederos trapeciales, 833.—30-68. Vertederos sumergidos, 833.—30-69. Vertederos portátiles, 834.—30-70. Tubo de Parshall, 836.—30-71. Cálculo del caudal por el método «área-pendiente», 839.—30-72. Fórmula de Manning para el método de «área-pendiente», 841.—Problemas numéricos, 842.—Referencias, 843.

CAP. XXXI.—LEVANTAMIENTOS FOTOGRAMÉTRICOS 844

Fotogrametría: 31-1. Generalidades, *pág.* 844.—31-2. Datos históricos, 844.—31-3. Definiciones, 846.—31-4. Principios básicos, 852.—*Estereoscopia:* 31-5. Visión monocular, 854.—31-6. Visión binocular, 855.—31-7. Observación estereoscópica, 856.—31-8. Estereoscopios, 857.—31-9. Vectografía, 859.—31-10. Proyección bicromática y anaglifos, 860.—*Fotogrametría terrestre:* 31-11. Generalidades, 860.—31-12. Fototeodolito, 860.—31-13. Fotografía terrestre, 862.—31-14. Precisión del levantamiento, 863.—31-15. Máquinas automáticas, 864.—*Fotogrametría aérea:* 31-16. Generalidades, 864.—31-17. Mapa topográfico, 865.—31-18. Mapas planimétricos, 874.—31-19. Mosaicos, 876.—31-20. Plan de vuelo para levantamientos fotogramétricos, 878.—31-21. Fotografía aérea. Generalidades, 881.—31-22. Relación entre la escala, la distancia focal y la altura de vuelo, 881.—31-23. Determinación de la altura de vuelo, 884.—31-24. Altura de vuelo para mapas topográficos, 885.—31-25. Especificaciones para la fotografía aérea, 886.—31-26. Cámaras aéreas, 887.—31-27. Cámaras simples, 889.—31-28. Cámara cartográfica Fairchild, 889.—31-29. Cámara Zeiss gran angular, 890.—31-30. Cámaras Wild con objetivos de gran amplitud y superangular, 891.—31-31. Cámara de objetivo múltiple, 893.—31-32. Cámara de tres objetivos, 893.—31-33. Cámara de nueve objetivos del Servicio Geodésico y de Costas, 894.—31-34. Apoyos para la confección de mapas fotogramétricos, 895.—31-35. Método radial de apoyo, 898.—31-36. Método de apoyo con plantillas ranuradas, 903.—31-37. Plantillas «araña», 904.—31-38. Representación de detalles por el método radial de apoyo, 905.—31-39. Curvas de nivel, 906.—31-40. Confección de mapas con fotografías oblicuas, 907.—31-41. Proyector Twinplex, 909.—31-42. Desplazamiento de los puntos en la fotografía a causa del relieve, 911.—31-43. Efecto del

balanceo de la cámara, 912.—31-44. Determinación de cotas por medición de paralajes, 914.—31-45. Tablas de paralaje, 917.—*Instrumentos fotogramétricos para el trazado de planos:* 31-46. Generalidades, 918.—31-47. Instrumentos monoculares, con una sola fotografía, 918.—31-48. Instrumentos estereoscópicos, 919.—31-49. Automatización de instrumentos trazadores, 936.—31-50. Otras aplicaciones de la fotogrametría, 939.—Problemas numéricos, 940.—Referencias, 942.

CAP. XXXII.—PROYECCIONES CARTOGRÁFICAS 944

32-1. Mapas de áreas reducidas, *pág.* 944.—32-2. Mapas de grandes superficies, 944.—32-3. Proyección cartográfica, 944.—32-4. Proyección ideal o teórica y proyección real o práctica, 944.—32-5. Clases de proyecciones, 945.—32-6. Proyección gnomónica, 945.—32-7. Proyección estereográfica, 946.—32-8. Proyección ortográfica, 946.—32-9. Proyecciones cilíndricas, 946.—32-10. Proyecciones cónicas, 946.—32-11. Proyección policónica, 947.—32-12. Proyección cónica conforme de Lambert, 949.—32-13. Proyección Mercator, 949.—32-14. Proyección Mercator transversa, 950.—32-15. Esfericidad de la Tierra, 950.—Referencias, 951.

TABLAS 955

INDICE ALFABÉTICO DE MATERIAS 967

CAPITULO I

GENERALIDADES

1-1. Levantamiento topográfico.—Se llama así al conjunto de operaciones que tiene por objeto la determinación de la posición relativa de puntos en la superficie de la Tierra o a poca altura sobre la misma; estas operaciones consisten, esencialmente, en medir distancias verticales y horizontales entre diversos objetos, determinar ángulos entre alineaciones (rectas de unión de puntos), hallar la orientación de estas alineaciones y situar puntos sobre el terreno valiéndose de mediciones previas, tanto angulares como lineales.

Complemento indispensable de estos levantamientos es el cálculo matemático, mediante el cual, y con los datos obtenidos directamente en el campo, se determinan distancias, ángulos, orientaciones, posiciones, alturas, áreas y volúmenes. Además, gran parte de los datos de campo pueden representarse gráficamente, en forma de mapas, perfiles longitudinales y transversales, diagramas, etc.

Como se ve, el proceso completo de un levantamiento puede dividirse en dos partes: *trabajos de campo,* para la toma directa de datos, y *trabajos de gabinete,* para el cálculo y dibujo adecuados al uso que haya de hacerse del levantamiento.

1-2. Finalidad de los levantamientos.—Los primeros levantamientos topográficos de que se tiene noticia estaban encaminados a la determinación de linderos, objeto que actualmente absorbe también la actividad de muchos topógrafos y agrimensores.

Todo proyecto de obras públicas o privadas de cierta importancia requiere un levantamiento previo, sobre cuyos datos ha de basarse aquel, que utiliza las alineaciones y los puntos determinados sobre el terreno. Aparte los levantamientos de linderos, prácticamente todos los efectuados por organismos privados y la mayor parte de los realizados por entidades públicas son muy útiles para el estudio, trazado y ejecución de obras de ingeniería civil.

En todos los países civilizados, y desde hace muchos años, los gobiernos han ordenado levantamientos topográficos de grandes extensiones para fines muy diferentes. El más importante de estos, desde el punto de vista internacional, es el de fijar los límites jurisdiccionales (fronteras) de cada Estado, seguido del levantamiento de sus costas, ríos, canales navegables y lagos; también ocupa lugar preferente la fijación y señalamiento de puntos de referencia distribuidos por cada país, la recopilación de datos sobre el magnetismo terrestre en estaciones alejadas entre sí y bien seleccionadas, así como la obtención de mapas de las distintas

regiones de cada nación, especialmente de las situadas en las proximidades de las costas, a lo largo de los ríos y alrededor de los lagos, etc.; atención particular ha merecido también la localización topográfica de los yacimientos de minerales y de los lugares de mayor densidad de población.

En resumen, los levantamientos topográficos pueden dividirse en tres clases principales: 1) los que tienen por objeto la determinación y fijación de los linderos de terrenos; 2) los que han de servir de base para ciertos proyectos o se precisan para la ejecución de obras públicas o privadas; 3) los de gran extensión y suma precisión, a cargo de gobiernos u organismos oficiales o internacionales. No es posible señalar una separación definitiva entre estas diferentes clases de levantamientos en cuanto respecta a los métodos empleados, resultados obtenidos y utilización de los datos de campo.

1-3. La Tierra como esferoide.—La Tierra es un esferoide de revolución achatado, cuyo eje polar es algo más corto que el ecuatorial. Las longitudes de estos ejes son las siguientes:

	Eje polar m	Eje ecuatorial m
Clarke (1866)	12 713 530	12 756 412
Hayford (1909)	12 714 041	12 756 776
Valores adoptados (1924) por la Unión Geodésica y Geofísica Internacional	12 714 047 *	12 756 776

* Calculado a partir del eje ecuatorial, suponiendo que el achatamiento de la Tierra es exactamente 1 : 297.

Las longitudes calculadas por Clarke han sido aceptadas en casi todos los países; los valores dados por Hayford se consideran en la actualidad como más exactos que los de Clarke.

Como se deduce de las anteriores cifras, el eje polar es unos 43 Km más corto que el ecuatorial; pero, respecto al diámetro de la Tierra, esta cantidad es insignificante, ya que no llega a ser el 0,34 % del valor de dicho diámetro. Suponiendo la Tierra reducida al tamaño de una bola de billar, su forma resultaría perfectamente esférica, con su superficie lisa, y solo con mediciones de extraordinaria precisión podría descubrirse su falta de absoluta esfericidad.

Supongamos que se puedan eliminar todas las irregularidades de la superficie terrestre; obtendríamos así una superficie imaginaria esferoidal, cada uno de cuyos elementos sería normal a la dirección de la plomada en el mismo. A esta superficie se la designa con el nombre de *superficie de nivel.* La superficie de esta clase que corresponde a la altura media del mar se llama *nivel medio del mar.*

Imaginemos ahora un plano que pase por el centro de la Tierra (figura 1-1); su intersección con la superficie de nivel es una curva continua alrededor de la Tierra; una parte cualquiera de esta curva es una *línea*

de nivel, y el círculo resultante de la intersección de tal plano con la superficie de nivel es un *círculo máximo* de la Tierra. La distancia entre dos puntos *A* y *B* (Fig. 1-1) de la superficie terrestre es la longitud del arco de círculo máximo que pasa por esos puntos, siendo siempre algo mayor que la cuerda que subtiende dicho arco. El arco es una línea de nivel, y la cuerda, una recta en sentido matemático.

El plano que pasa por los polos de la Tierra y por otro punto cualquiera de la misma, tal como el *A* (Fig. 1-2), determina por su intersección con la superficie de nivel una circunferencia, denominada *meridiano* del punto *A*. Supongamos ahora dos planos de esta clase, que pasan,

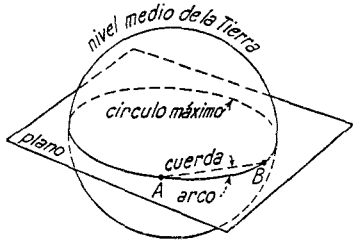


FIG. 1-1.

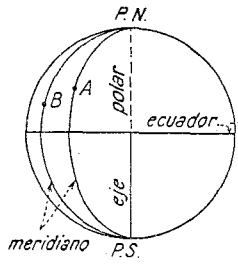


FIG. 1-2.

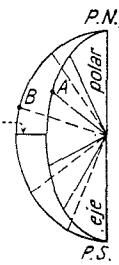


FIG. 1-3.

respectivamente, por los puntos *A* y *B* (Fig. 1-2), e imaginemos que desprendemos de la esfera la cuña determinada por dichos planos, como se haría con un gajo de naranja (Fig. 1-3). En el ecuador, los dos meridianos son paralelos, pero por encima y por debajo de aquel van convergiendo, siendo tanto mayor la convergencia cuanto más nos acerquemos a los polos. Dos meridianos solo son paralelos en el ecuador.

Imaginemos trazadas perpendiculares a ambos meridianos en las dos caras de la cuña; considerando la Tierra como perfectamente esférica, todas estas perpendiculares concurren en un punto, que es el centro de la esfera. Estas rectas, tanto en una como en otra cara de la cuña, nunca son paralelas entre sí. Dichas rectas radiales pueden considerarse como verticales (llamando vertical en un punto a la dirección de la plomada en el mismo), viéndose que todas las verticales concurren en el centro de la Tierra, es decir, que no son paralelas entre sí. En rigor, esta deducción no es del todo exacta, debido en parte a la desigual distribución de las masas de la Tierra y en parte a que las normales a un esferoide achatado no se cortan en un mismo punto.

Consideremos ahora tres puntos, situados en la superficie media terrestre, como vértices de un triángulo (Fig. 1-4); la superficie comprendida en este triángulo *ABC* es una superficie curva, siendo los lados del triángulo arcos de círculo máximo, es decir, que se trata de un triángulo esférico. En esta figura, las líneas de trazos son los lados

del triángulo plano, cuyos vértices son los puntos *A*, *B* y *C*. Los lados del *triángulo auxiliar plano* que se utiliza en los trabajos geodésicos tienen la misma longitud que los *arcos* del correspondiente triángulo esférico. En la misma figura se ven también las tangentes trazadas en los vértices a los lados del triángulo esférico, cuyos ángulos *a*, *b* y *c* son mayores que los correspondientes *a'*, *b'* y *c'* del triángulo plano; el exceso de unos sobre otros es muy pequeño cuando los puntos están próximos entre sí, y en este caso la superficie del triángulo esférico apenas difiere de la del triángulo plano que tiene los mismos vértices. Si los tres puntos están muy distantes unos de otros, esta diferencia es considerable. Es evidente que el mismo resultado se obtiene cuando en vez de un triángulo se trata de un polígono con un número cualquiera de lados.

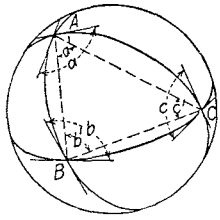


FIG. 1-4.

De todo ello se deduce que los ángulos medidos sobre la superficie terrestre son, en realidad, ángulos esféricos, o sea ángulos formados por arcos de círculo máximo.

Claro está que en la vida ordinaria no hay que tener en cuenta estos hechos, principalmente porque lo corriente es operar sobre extensiones relativamente pequeñas de la superficie de la Tierra. Consideraremos como recta toda línea que une directamente dos puntos de esta superficie, y todas las verticales como paralelas entre sí; concebiremos una superficie de nivel como si fuera plana, y admitiremos que los ángulos entre dos alineaciones terrestres son ángulos planos.

El que deba considerarse la superficie de la Tierra como curva o como plana (dilema demasiado simple) depende del carácter y de la extensión del levantamiento, así como de la precisión que se desee alcanzar.

1-4. Levantamiento plano.—Se denomina así todo levantamiento topográfico en que se considera la superficie de la Tierra como un plano, es decir, en que se desprecia la forma realmente curva de la misma. Respecto a las distancias horizontales y a las orientaciones, las líneas de nivel se consideran como líneas rectas; la dirección de la plomada en un punto cualquiera del levantamiento se supone paralela a su dirección en los demás puntos de aquel, y todos los ángulos sobre el terreno se toman como ángulos planos.

La mayor parte de los levantamientos topográficos es de esta clase; cuando se piensa que la longitud de un arco de 18 Km sobre la superficie de la Tierra es solamente 15 mm mayor que la cuerda subtendida por el mismo, y que la diferencia entre la suma de los ángulos de un triángulo plano y la de los ángulos del triángulo esférico correspondiente es solo de 1 seg de arco para un triángulo de casi 200 Km^2, se comprende que únicamente debe tenerse en cuenta la verdadera forma de la Tierra cuando el levantamiento se refiera a grandes superficies y su ejecución requiera precisión extremada.

Los levantamientos necesarios para el trazado y la construcción de

vías férreas, carreteras, canales y, en general, para toda obra de carácter ordinario, son planos, así como los encaminados a la determinación de líneas límites y linderos, excepto cuando se trata de delimitación de fronteras. En la mayoría de las naciones civilizadas se determinan las líneas límites de propiedades y jurisdicciones interiores por levantamiento plano, pero apoyado en ciertos puntos y líneas principales, para cuya situación se ha tenido en cuenta la verdadera forma de la Tierra.

La determinación de las *alturas* o *cotas* se considera de ordinario que forma parte de los levantamientos planos. Las alturas se refieren a una superficie esferoidal, en la cual la tangente en un punto arbitrario de la misma es normal a la dirección de la plomada en dicho punto; esta superficie esferoidal es, corrientemente, la del nivel medio del mar. El procedimiento que usualmente se sigue en la determinación de las alturas toma en consideración, de modo automático, la curvatura de la Tierra, por lo cual el topógrafo no tiene que hacer trabajo adicional alguno para referir tales alturas a dicha superficie esferoidal. Es indudable que sería más difícil y complicado referir las alturas a un verdadero plano que a la superficie esferoidal imaginaria elegida para este objeto. Supongamos un plano tangente a la superficie de nivel medio del mar en un punto dado: a una distancia horizontal de 16 Km a partir del punto de tangencia, la distancia vertical entre el plano y el nivel medio del mar sería de 20 m, y a una distancia de 160 Km desde el punto de tangencia, la elevación sería de unos 2 Km sobre el nivel medio del mar. Como se ve, no puede despreciarse la curvatura de la Tierra cuando se trata de determinar alturas, aun en los casos en que no se requiera gran precisión.

En este libro nos ocupamos principalmente de los levantamientos planos.

1-5. Levantamientos geodésicos.—Se llaman así los levantamientos que tienen en cuenta la verdadera forma de la Tierra; todos son de gran precisión y se refieren generalmente a grandes extensiones superficiales. Cuando la zona de que se trate no sea demasiado extensa, puede obtenerse la precisión requerida considerando la Tierra como una esfera perfecta. Pero si la superficie es muy grande debe adoptarse la verdadera forma esferoidal de la superficie terrestre. Estos levantamientos han corrido siempre a cargo de los gobiernos de los diferentes Estados, a través de organismos creados para estos fines (Institutos Geográficos, Servicios Geodésicos, Comisiones Geográficas, etc.). En Estados Unidos, p. ej., estos trabajos han sido ejecutados por el Servicio Geodésico y de Costas, por el Servicio Geológico, por el Servicio de los Grandes Lagos, por la Comisión del Mississippi, etc. En España, tales trabajos han sido ejecutados por el Instituto Geográfico y por el Servicio Geográfico del Ejército. Los levantamientos topográficos de grandes ciudades se hacen en el supuesto de que la Tierra es perfectamente esférica.

Aunque son muy pocos, relativamente, los ingenieros y topógrafos

dedicados a trabajos geodésicos, los datos obtenidos por los mismos son de gran importancia y trascendencia, por constituir puntos y redes de apoyo y referencia de gran precisión para todos los demás levantamientos, cuya exactitud no alcanza, ni con mucho, a la de las operaciones geodésicas. Los puntos fijados geodésicamente (p. ej., vértices de triangulación) constituyen una red a la que puede referirse cualquier otro levantamiento sin temor a error alguno en distancia o en dirección derivado de la diferencia entre la superficie de referencia y la verdadera superficie de la Tierra.

1-6. Clases de levantamiento y sus operaciones.—Hemos indicado, en términos generales, las mediciones que se realizan en los levantamientos; vamos ahora a detallar el trabajo correspondiente a cada una de sus clases:

En los *levantamientos planimétricos,* las operaciones y cometidos son:

1.° Itinerarios por linderos antiguos para hallar su longitud y orientación.
2.° Replanteo de linderos desaparecidos partiendo de datos anteriores sobre longitud y orientación, y valiéndose de toda la información posible.
3. División de fincas en parcelas de forma y cabida determinadas.
4.° Amojonamiento de linderos para garantizar su situación y permanencia.
5.° Reseña de los mojones, referidos a señales permanentes en el terreno.
6.° Cálculo de áreas, distancias y rumbos o direcciones.
7.° Representación gráfica (planos) del levantamiento.
8.° Actas de los deslindes practicados.

Los *levantamientos topográficos* (planimetría y altimetría) tienen por objeto tomar datos de campo suficientes para la confección de mapas topográficos en que figure el relieve (o sea, las elevaciones y desigualdades del terreno) y la situación de objetos naturales o artificiales. Estos levantamientos comprenden las siguientes operaciones:

1.ª Situación, mediante observación de ángulos y distancias, en un plano horizontal (planimetría) de ciertos puntos que forman la red fundamental o esqueleto del levantamiento; así se tiene el *esquema horizontal.*
2.ª Determinación de la altura de ciertos puntos de referencia (altimetría) mediante nivelación, teniéndose así el *esquema vertical.*
3.ª Establecimiento, en planimetría y en altimetría (situación horizontal y en altura), de un número suficiente de puntos para la confección del plano topográfico correspondiente.
4.ª Situación de todos los detalles, naturales o no, que requieran las necesidades del levantamiento, según sea su finalidad.
5.ª Cálculo de ángulos, distancias y alturas.
6.ª Confección y acabado del plano topográfico propuesto (véase más adelante, en esta misma sección, «Levantamientos fotogramétricos»).

Levantamientos longitudinales.—Se llama así a los levantamientos necesarios para el trazado y construcción de vías de transporte o comunicaciones, como carreteras, vías férreas, canales, líneas de transmisión

de energía y de conducción de líquidos (especialmente combustibles, tal como el petróleo). El trabajo previo para este objeto consiste de ordinario en un levantamiento topográfico, y las operaciones subsiguientes suelen ser las que siguen:

1.ª Señalamiento del eje de la obra mediante estacas, a cortos intervalos unas de otras.
2.ª Itinerarios de nivelación para determinar el perfil del terreno a lo largo del eje de la línea de que se trate.
3.ª Dibujo del perfil y anotación de las pendientes.
4.ª Determinación de secciones o perfiles transversales.
5.ª Cálculo de volúmenes en relación con el movimiento de tierras (cubicación).
6.ª Medición de las superficies de avenamiento.
7.ª Trazado de las obras (situación respecto al eje), tales como puentes, desagües, etc.
8.ª Señalamiento de las zonas legales de paso o travesía.

Los *levantamientos hidrográficos* se refieren a los trabajos topográficos necesarios para la obtención de los planos de masas de agua, ya sea para fines de navegación, embalses, traídas de agua, etc. A grandes rasgos, las operaciones propias de un levantamiento hidrográfico consisten en:

1.ª Levantamiento topográfico de las orillas que limitan la masa o corrientes de agua de que se trate.
2.ª Sondeos para determinar la profundidad del agua y la naturaleza del fondo.
3.ª Situación de los puntos de sondeo mediante observaciones de ángulos y distancias.
4.ª Dibujo del plano correspondiente, en el que figuren las orillas, las presas, las profundidades y todos los detalles que se estimen necesarios.
5.ª Observación de las mareas o de los cambios de nivel del agua en lagos y ríos.
6.ª Medición de la intensidad de las corrientes.

En realidad, los levantamientos para regadío o avenamiento son también hidrográficos, pero en la práctica se consideran como simples levantamientos longitudinales.

Los *levantamientos en minas* utilizan los mismos principios que los planimétricos y los longitudinales, pero con las modificaciones impuestas por su propio carácter, ya que se trata de levantamientos en superficie y bajo tierra. Las operaciones correspondientes son las que siguen:

1.ª Determinación (en la superficie del terreno) de los límites legales de la concesión y amojonamiento de los mismos.
2.ª Situación (en la superficie) de los pozos, excavaciones, perforaciones para sondeos, vías férreas, molinos o trituradoras y demás detalles característicos de estas explotaciones.

3.ª Levantamiento topográfico completo del terreno ocupado por la concesión.
4.ª Confección del plano topográfico correspondiente.
5.ª Levantamientos subterráneos necesarios para la situación de todas las galerías de la mina.
6.ª Confección de los planos correspondientes en que figuren las galerías, tanto en sección longitudinal como transversal.
7.ª Dibujo del plano geológico.
8.ª Cubicación de las tierras y minerales extraídos en la excavación.

Levantamientos catastrales.—Comprenden los trabajos necesarios para levantar los planos de fincas rústicas (linderos, cultivos, aprovechamientos, edificaciones, etc.), así como de toda clase de edificios, con espacios cubiertos y libres, con fines principalmente fiscales (véase Sec. 22-20).

Levantamientos urbanos.—Se conocen ordinariamente con este nombre aquellos levantamientos tendentes a la confección de planos de ciudades y sus ensanches, para el estudio del trazado y reforma de calles, suministro de agua, alcantarillado, etc. En realidad, tanto este levantamiento como el anterior no se diferencian de los demás sino en el mayor grado de precisión en las mediciones, que es proporcional, en este caso, al mayor valor del terreno sobre el que se opera.

También se llama *plano de población* al levantamiento urbano hecho con extremada precisión, en el que se fijan determinados puntos como señales permanentes de referencia, todas las medianerías de casas y solares, representándose con todo detalle la configuración horizontal y vertical del suelo (véase Sec. 22-19). Estos planos son de gran utilidad por muchos conceptos, especialmente para proyectar mejoras y reformas en las grandes ciudades. Las operaciones que integran este trabajo son, en síntesis, las siguientes:

1.ª Establecimiento de una red de puntos de apoyo, tanto en planimetría como en altimetría, según se indicó para los levantamientos topográficos ordinarios.
2.ª Relleno de esta red con tantos puntos como sea necesario para poder confeccionar un plano bien detallado.
3.ª Señalamiento de cierto número de puntos especiales, como esquinas de calles, con marcas adecuadas, referidos a un sistema único de coordenadas rectangulares.
4.ª Confección de un plano bien detallado, con la situación y dimensiones de cada casa.
5.ª Preparación de un plano o mapa mural.
6.ª Dibujo de uno o varios planos donde se pueda apreciar la red de distribución en el subsuelo (tuberías, alcantarillado, cables, etc.).

Los *levantamientos fotogramétricos* son el resultado de aplicar a los trabajos topográficos la técnica de la medición sobre fotografías. Valiéndose de cámaras especiales se obtienen fotografías del terreno, ya sea desde aviones o desde puntos elevados del mismo. Se utilizan los principios de la perspectiva en la proyección de los detalles que figuran en

las fotografías sobre mapas a escala. Apoyándose en ciertos puntos bien visibles desde el aire, situados por los métodos topográficos ordinarios, se emplea la *fotogrametría aérea* en muchos levantamientos para ciertas comprobaciones y para obtener proyecciones reales del terreno de que se trate. Los últimos adelantos y simplificaciones que se han logrado en la técnica de la fotogrametría aérea hacen de este método operatorio el procedimiento más rápido y exacto para efectuar levantamientos, con excepción del caso en que el terreno sea relativamente llano, cuando exista arbolado muy denso o cuando la extensión del terreno sea demasiado reducida. Las ventajas principales de la fotogrametría aérea son: la rapidez con que se hace el trabajo, la profusión de detalles obtenidos y su empleo en lugares de difícil o imposible acceso desde el propio terreno. Este sistema no solo se emplea para fines militares, sino también para levantamientos topográficos generales, para anteproyectos de caminos, canales, etc., y hasta para usos agrícolas y catastrales.

La *fotogrametría terrestre,* o sea los levantamientos basados en fotografías tomadas desde estaciones situadas sobre el terreno, constituye un excelente medio auxiliar para los levantamientos topográficos clásicos, sobre todo en el caso del trazado de planos a pequeña escala de zonas montañosas. El trabajo consiste, en esencia, en tomar fotografías desde dos o más estaciones adecuadas y utilizarlas después para obtener los detalles del terreno fotografiado, tanto en planta (planimetría) como en alzado (altimetría).

1-7. Definiciones.—*Superficie de nivel* es una superficie curva, cada uno de cuyos elementos es normal a la dirección de la plomada. Prescindiendo de desviaciones locales de la plomada respecto a la vertical, esta superficie es paralela a la superficie media esferoidal de la Tierra. Un ejemplo característico lo constituye la superficie del agua en reposo.

Plano horizontal es un plano tangente a una superficie de nivel.

Línea horizontal es una línea tangente a una superficie de nivel. En topografía se sobrentiende que toda línea horizontal es una línea recta.

Angulo horizontal es todo aquel formado por dos rectas que se cortan, estando ambas situadas en un mismo plano horizontal.

Línea vertical es una recta perpendicular al plano del horizonte; p. ej., la dirección del hilo de una plomada.

Plano vertical es todo aquel que pasa por una línea vertical.

Angulo vertical es el formado por dos rectas que se cortan, estando ambas situadas en un mismo plano vertical. En topografía se sobrentiende generalmente que una de estas rectas es horizontal, y al hablar de ángulo vertical de un punto, se alude al ángulo formado por una recta que pasa por dicho punto y el plano horizontal; este ángulo está contenido en un plano vertical.

Todos los ángulos que se miden en los levantamientos topográficos son horizontales o verticales.

En los levantamientos planos, las distancias medidas a lo largo de una línea de nivel se llaman *distancias horizontales.* La distancia entre dos

puntos se supone generalmente que es la distancia horizontal que hay entre dos plomadas, una en cada punto. Las distancias que se miden pueden ser horizontales o inclinadas, pero en la mayoría de los casos las distancias inclinadas se reducen al horizonte, es decir, que lo que se mide es su proyección sobre el plano horizontal.

La *altura, cota* o *elevación* de un punto es su distancia vertical a una superficie de nivel arbitrariamente elegida que se toma como referencia. Cuando el punto está por debajo de la superficie de referencia, la altura se convierte en *depresión* o profundidad.

Curva de nivel es una línea imaginaria cuyos puntos están todos a la misma altura sobre el plano horizontal de referencia, y se representa en el dibujo como si fuera realmente una línea del terreno.

La distancia vertical entre dos puntos es su *diferencia de altura* o *desnivel,* y es la distancia que existe entre una superficie de nivel imaginaria que pasa por el punto más alto y otra análoga que pasa por el más bajo. La medición de las diferencias de nivel constituye el objeto de la *nivelación.*

Gradiente de una recta es su pendiente, es decir, su mayor o menor inclinación sobre el horizonte.

En la sección 3-9 daremos más definiciones referentes a los trabajos de campo.

1-8. Unidades de medida.—Las operaciones topográficas se componen, en esencia, de mediciones angulares y lineales.

Las unidades para medir ángulos son el *grado,* el *minuto* y el *segundo.* Un ángulo plano que comprenda una vuelta completa alrededor de un punto mide 360°; $1° = 60'$ (minutos); $1' = 60''$ (segundos). Esta es la división sexagesimal. En el sistema centesimal, la circunferencia completa tiene 400° centesimales, equivalentes, por tanto, a 360° sexagesimales. En operaciones militares se emplea el *mil;* 6 400 mils = 360°. En la mayoría de los levantamientos se obtiene suficiente precisión aproximando las lecturas de ángulos al minuto. En los de gran precisión se aproximan las lecturas hasta la décima de segundo.

En casi todos los países civilizados (excepción hecha de los de habla inglesa) la unidad principal de medida lineal es el *metro,* con sus múltiplos y submúltiplos. Las mediciones se aproximan al centímetro y hasta al milímetro cuando la precisión del levantamiento así lo exige; ordinariamente, las cintas empleadas para la medición directa de distancias están divididas en centímetros. En los levantamientos que no requieren gran precisión, o cuando la escala a que haya de dibujarse el plano sea de denominador muy elevado, las mediciones pueden aproximarse al cuarto de metro, al medio metro y hasta al metro.

En los países de habla inglesa se emplean como unidades lineales la *yarda,* el *pie* y la *pulgada.* Cuando la precisión del levantamiento así lo exija, se expresan las distancias en pies, décimas de pie e, incluso, centésimas de pie.

Antiguamente se empleaban en estos países el *rod* y la *cadena Gunter,*

que tiene 66 pies de longitud y está dividida en 100 *links* de 7,92 pulg cada uno. La *milla* tiene 80 *cadenas,* o sea 320 *rods,* que equivalen a 5 280 pies.

En Méjico y en algunos otros países que fueron de dominación española se emplea todavía como unidad de medida la *vara,* que equivale a 83,5 cm. La vara tiene 32,993 pulg en Méjico, 33 en California y $33\frac{1}{3}$ en Tejas, pero también es frecuente encontrar otras equivalencias.

El metro equivale a 39,370 pulg = 3,2808 pies = 1,0936 yardas.

Inversamente, la yarda equivale a 0,914 m; el pie, a 30,48 cm, y la pulgada, a 2,5 cm.

Las unidades métricas de superficie son la *centiárea* (1 m^2), el *área* (100 m^2) y la *hectárea* (10 000 m^2 = 100 áreas).

Las unidades inglesas de superficie son el *pie cuadrado* y el *acre,* que tiene 43,560 pies cuadrados. El acre equivale aproximadamente a 40,47 áreas.

Las unidades de capacidad o volumen son el *metro cúbico,* en el sistema métrico decimal, y el pie y la yarda cúbicos, en el sistema inglés.

1-9. Precisión de las mediciones.—Al considerar cantidades abstractas estamos acostumbrados a expresar sus valores exactos, pero tratándose de magnitudes físicas hay que tener en cuenta que sus valores solo son exactos dentro de ciertos límites, a causa de los errores inevitables que se cometen en su medición. El grado de precisión de cierta medida depende del método y de los instrumentos empleados, así como de otras muchas circunstancias que intervienen en el desarrollo del trabajo. Lo mejor sería que todas las mediciones se hicieran con una gran precisión; pero, desgraciadamente, a todo aumento de precisión corresponde un incremento, más que proporcional, de tiempo y de trabajo. De aquí resulta que debe procederse con el grado de precisión que requiera cada levantamiento, pero nunca mayor. Importa mucho, por consiguiente, conocer muy bien las causas y las clases de los errores, su efecto sobre las observaciones y los instrumentos y métodos operatorios que deben emplearse para mantener tales errores dentro de los límites admisibles en cada caso. Ello supone, desde luego, el conocimiento del uso que haya de hacerse del levantamiento.

Antes de comenzar un trabajo topográfico deben considerarse las siguientes cuestiones:

1.ª Finalidad del levantamiento.
2.ª Grado de precisión que requiere tal finalidad.
3.ª Precisión con que deben hacerse las diferentes observaciones.
4.ª Posibilidad de obtener una mayor precisión sin aumento apreciable en el costo del trabajo.
5.ª Orígenes de los errores.
6.ª Métodos a emplear para que estos errores no sobrepasen los límites permisibles.
7.ª Aparatos que deben emplearse.

8.ª Modo de organizar el trabajo para reducir al mínimo su duración.
9.ª Exactitud de los datos.

1-10. Conocimientos necesarios.—La práctica propiamente dicha de los levantamientos topográficos no ofrece gran dificultad, pero supone conocimientos de geometría y trigonometría, y, en cierto grado, de física, astronomía y teoría de errores y su compensación. En los capítulos siguientes nos ocuparemos de las partes de estas tres últimas disciplinas necesarias para la debida comprensión del texto, a medida que vayan surgiendo en el mismo las cuestiones correspondientes. Los trabajos geodésicos requieren un profundo conocimiento de las materias antes citadas.

1-11. Experiencia topográfica.—De la misma manera que en toda práctica de las ciencias de aplicación, el trabajo topográfico resulta complejo, y la mucha teoría no basta para formar un buen topógrafo como no vaya acompañada de la destreza en la observación y en los cálculos subsiguientes, cosa que solo puede conseguirse con la experiencia. El aspirante a topógrafo ha de convencerse de la gran importancia que tiene el dominio de todo el proceso de la práctica de los levantamientos y debe procurar adquirir la mayor experiencia posible.

Con frecuencia, una de las primeras materias que debe estudiar un alumno de ingeniería es la topografía; en realidad, su profesión no va a ser la de topógrafo, pero ha de tener presente que la formación que recibe en la práctica de la observación y en el cálculo de errores, con sus causas y efectos, además de en la confección de planos, le ha de servir para triunfar en otros cometidos, independientemente de la rama de ingeniería que aspire a profesar.

1-12. Condiciones que debe reunir todo topógrafo.—No empleamos aquí esta denominación como exclusiva del profesional que vive de la topografía y que piensa seguir dedicado a esta materia, sino que la hacemos extensiva a todos los ingenieros, para los cuales la topografía es solamente un medio auxiliar en su profesión.

Los principales requisitos que ha de cumplir un topógrafo son un profundo conocimiento de la teoría y una gran experiencia en la práctica de la misma; pero es evidente que también las condiciones personales de cada individuo influyen a veces más en la bondad del trabajo que el simple dominio de la teoría y la práctica del levantamiento. Hay que insistir en que mientras el alumno se adiestra en la teoría y en la práctica topográficas, obrará en su propio beneficio si procura también mejorar su carácter y perfeccionar su modo de razonar, cosas ambas que han de servirle de mucho, cualquiera que haya de ser su ocupación en el porvenir. Esto solo puede conseguirse con una cuidadosa observancia de los principios que rigen la formación del carácter y la de los hábitos o costumbres, y que son bien conocidos de todos. A continuación damos algunas normas generales, enumerando simplemente las condiciones morales que ha de reunir un buen topógrafo:

Debe ser honrado en su trabajo.

Ha de tener sano juicio.

Debe observar la prudencia del científico, que no considera un resultado como verdadero hasta haberlo sometido a comprobación.

Debe tener iniciativa y ha de afrontar los problemas con decisión y energía.

No ha de sentirse completamente satisfecho de su trabajo hasta tenerlo ultimado de modo irreprochable.

Ha de estar en condiciones de pensar con claridad y ha de razonar con lógica, sin prejuicios de ninguna clase.

Finalmente, ha de ser de carácter apacible, amable con sus subordinados, respetuoso y cordial con sus compañeros, cumplidor fiel de las órdenes de sus jefes y defensor de los intereses del organismo o empresa para quien trabaje.

REFERENCIAS

1. AMERICAN SOCIETY OF CIVIL ENGINEERS: «Definitions of Surveying, Mapping and Related Terms», *Manual of Engineering Practice* 34, 1954.
2. MITCHELL, Hugh C.: «Definitions of Terms Used in Geodetic and Other Surveys», *U.S. Coast and Geodetic Survey, Spec. Pub.* 242, Government Printing Office, Washington, D.C., 1948.

CAPITULO II

INSTRUMENTOS TOPOGRAFICOS

2-1. Instrumentos principales.—A continuación vamos a reseñar los instrumentos más importantes, sencillos o no, con sus accesorios y uso a que se destinan en los levantamientos topográficos.

Rodete.—Es una cinta métrica, flexible, que sirve para medir distancias [véanse Figs. 7-2(*a*) y 7-2(*b*)].

Agujas.—Son unas varillas de acero, terminadas en punta, de unos 30 cm de longitud, para ir señalando el extremo de la cinta métrica a medida que esta se va extendiendo sucesivamente sobre el terreno para determinar una distancia (véase Fig. 7-3).

Plomada.—Es una pesa metálica terminada en punta y suspendida de una cuerda muy fina; sirve para marcar la proyección horizontal de un punto situado a cierta altura sobre el suelo.

Equialtímetro.—Se llama también este instrumento *nivel de anteojo,* y está compuesto por un anteojo que lleva unido un nivel tubular de alcohol, cuyo conjunto puede girar alrededor de un eje vertical, y que va montado sobre un trípode (véase Fig. 8-4). Este instrumento se emplea para determinar diferencias de altura (desniveles), y esta operación se llama *nivelación.*

Mira de nivelación.—Es una regla graduada, de madera, que en unión del nivel sirve para hacer nivelaciones. La mira está graduada generalmente en dobles decímetros. Puede ser de una sola pieza (enteriza), de dos piezas articuladas o de dos o más, enchufadas unas en otras. La longitud más corriente de las miras es de 3 a 4 m (véanse Figs. 8-11 a 8-13).

Brújula de agrimensor.—Consiste en una brújula magnética montada en un trípode y provista de visor. Sirve para determinar el rumbo de las alineaciones. En la actualidad, su uso está muy restringido, habiendo quedado limitado a levantamientos de poca extensión [véase Fig. 12-13(*a*)].

Jalón.—Es una vara larga, metálica o de madera, provista de un zuncho de acero y pintada en bandas alternadas blancas y rojas. Se emplea como mira para mediciones lineales o angulares (véase Fig. 7-4).

Teodolito.—Es el instrumento universal, y se emplea principalmente para la medición de ángulos horizontales y verticales, para medir distancias con estadía y para prolongar alineaciones. El teodolito lleva un anteojo capaz de girar alrededor de un eje vertical y de otro horizontal. Ordinariamente está provisto de una brújula magnética y va montado en un trípode (véase Fig. 13-1).

Plancheta.—Consiste en un tablero de dibujo montado sobre un trípode y con una alidada o anteojo que puede moverse alrededor del tablero.

La plancheta se usa para dibujar directamente planos topográficos (véase Fig. 17-1).

2-2. El equialtímetro.—En la figura 2-1(*a*) se ven, esquemáticamente, las partes principales de este instrumento, que se compone de un anteojo *A*, montado sobre la horquilla *B* rígidamente unida al eje *C*; sobre el anteojo, o sobre la horquilla, pero paralelamente a aquel, va fijado el

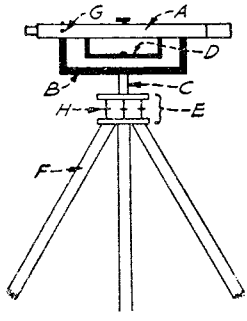


FIG. 2-1(*a*).

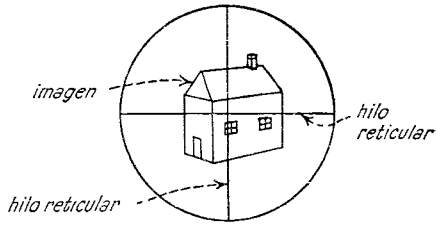


FIG. 2-1(*b*).

nivel tubular *D*. El eje *C* entra en un alojamiento cónico practicado en la base *E* del instrumento, de tal manera que el anteojo puede girar libremente alrededor de dicho eje *C*. La base *E* va roscada sobre un trípode *F* de madera. El tubo del anteojo lleva en su interior unos hilos cruzados *(cruz filar* o *retículo)* en *G*, que se ven juntamente con la imagen del objeto observado [Fig. 2-1(*b*)]. La burbuja del nivel tubular se centra mediante los tornillos nivelantes *H*.

2-3. El teodolito.—En las figuras 2-2(*a*) y 2-2(*b*) se ven, en planta y en alzada, respectivamente, las partes principales de este instrumento.

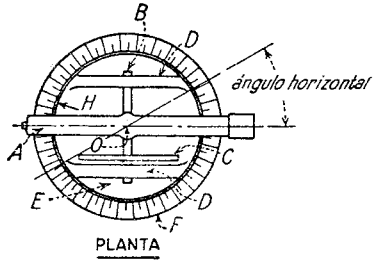


FIG. 2-2(*a*).

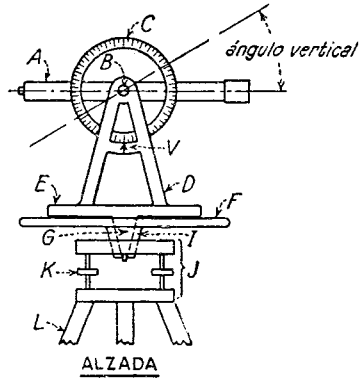


FIG. 2-2(*b*).

El teodolito está compuesto por el anteojo *A*, montado sobre un eje horizontal *B*, montado a su vez sobre el soporte *D*. Por debajo del anteojo, y unido al mismo, va un nivel tubular (no visible en la figura) semejante al del equialtímetro antes descrito. Los ángulos de rotación del anteojo en un plano vertical pueden leerse sobre un círculo vertical *C* (llamado círculo cenital), dividido en grados, con un índice *V* fijo en el soporte *D*; este soporte descansa sobre el círculo *E*, provisto de niveles de burbuja (no representados en la figura), y gira alrededor del eje vertical *O*, materializado por un muñón *G*, que se llama *cono interior*. El círculo inferior *F* gira también alrededor del mismo eje vertical, solidariamente con el llamado *cono exterior I*; el borde de la cara superior de este círculo *F* es un limbo graduado, que se lee con el índice *H* fijo en el círculo superior *E*. Los conos *G* e *I* descansan sobre la plataforma nivelante *J*, sujeta mediante una rosca al trípode de madera *L*. El eje vertical se coloca exactamente en esta posición por medio de los tornillos nivelantes *K*. En el círculo superior *E*, y dispuesta en su centro, va montada una brújula magnética (que no se ve en la figura), llamada comúnmente *declinatoria*.

En el capítulo XIII se describe detalladamente el teodolito; de momento solo interesa saber lo siguiente:

1.° El instrumento se puede nivelar mediante los niveles de la plataforma (círculo *E*) y los tornillos nivelantes.

2.° El anteojo puede girar alrededor del eje horizontal para medir ángulos verticales y alrededor del vertical para medir los horizontales.

3.° Los ángulos horizontales, llamados también acimutales, se miden fijando el círculo inferior y leyendo sobre su limbo el giro efectuado por el anteojo al pasar de una visual a la siguiente.

4.° El anteojo se nivela valiéndose del nivel tubular unido al mismo, con lo cual puede utilizarse el teodolito como equialtímetro, es decir, para hacer nivelaciones.

5.° Los ángulos verticales se miden por lecturas sobre el limbo del círculo cenital.

6.° Los movimientos lentos o de escasa amplitud alrededor de los ejes, vertical y horizontal, se efectúan mediante los tornillos de fijación y de coincidencia o llamada, que se describirán más adelante (véase Sec. 2-19).

7.° Se facilitan las lecturas sobre los limbos empleando nonios en los índices (véase Sec. 2-18).

8.° Por medio de la brújula pueden tomarse rumbos y determinar así ángulos horizontales.

2-4. Partes esenciales de estos instrumentos.—Piezas fundamentales en el equialtímetro, el teodolito y la plancheta son: el *nivel tubular* y el *anteojo*. Los *nonios* se emplean en los teodolitos, alidadas, miras de nivelación, sextantes y planímetros. La aguja magnética *(brújula)* se utiliza como instrumento independiente, y también como accesorio en el teodolito o en las alidadas. En las secciones siguientes nos ocuparemos

de los niveles tubulares (Secs. 2-5 a 2-7), de los anteojos (Secs. 2-9 a 2-17), de los nonios (Sec. 2-18) y de otros detalles de los instrumentos topográficos.

2-5. El nivel tubular.—Consiste este nivel (Fig. 2-3) en una ampolla de vidrio en forma de tubo curvado (en arco de círculo), llena casi del todo con éter sulfúrico o con alcohol, y contenida en una armadura metálica protectora a la que se sujeta con yeso. La parte no ocupada por el líquido es una burbuja de aire, que siempre tiende a ocupar la parte más alta del tubo; este está generalmente graduado en una y otra dirección a partir de su punto medio. De este modo, observando la posición de los extremos de la burbuja se puede *calar* esta; es decir, es posible conseguir que su centro coincida con el punto medio del tubo. La armadura del nivel va fijada al instrumento de que se trate por medio de tornillos, que permiten su corrección, según se aprecia en la figura.

Algunos instrumentos de nivelación llevan un dispositivo de prismas ópticos mediante los cuales se ve la burbuja dividida en sus dos mitades y situada una mitad junto a la otra, pero en posiciones invertidas entre sí.

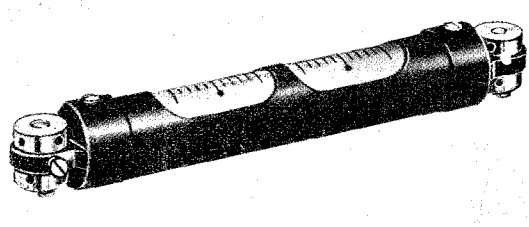


FIG. 2-3.— Nivel tubular.

Haciendo coincidir los dos extremos de la burbuja se centra esta más rápidamente que observando su posición sobre las divisiones del tubo.

La tangente a la superficie curva interior del tubo, en su punto medio, se llama *eje del nivel.* Cuando la burbuja está centrada, el eje del nivel es horizontal.

El *nivel reversible* o *de doble graduación* es un nivel tubular con graduación tanto en la parte superior como en la inferior, y montado de tal modo que puede leerse con el anteojo en su posición normal o en la invertida (después de darle la vuelta de campana).

El *nivel caballero* es un nivel tubular montado sobre una especie de horquilla, de manera que puede colocarse sobre el anteojo que se trata de nivelar. También cabe la posibilidad de emplear el nivel caballero para nivelar el eje horizontal del anteojo del teodolito o el tablero de la plancheta.

El *nivel circular,* llamado también *nivel esférico, nivel universal* y *nivel de ojo de buey,* es de base circular, siendo su superficie superior de forma esférica. Cuando la burbuja es concéntrica respecto a un circu-

lito marcado sobre la superficie superior, el instrumento está nivelado.

2-6. Sensibilidad del nivel tubular.—Cuando el radio del círculo a que pertenece la curva del tubo de vidrio es muy grande, a un pequeño movimiento vertical de uno de sus extremos corresponderá una desviación considerable de la burbuja; pero si el radio de curvatura del tubo es pequeño, la desviación también será pequeña. Es decir, que el radio de curvatura del nivel sirve de medida para su sensibilidad, que se expresa ordinariamente en segundos del ángulo central cuyo arco es una división del tubo. Expresada de este modo, la sensibilidad resulta inversamente proporcional al número de segundos. En muchos instrumentos, cada división del tubo tiene 2 mm de longitud, y hay otros con 2,5 mm por división, no existiendo a este respecto uniformidad en los fabricantes de instrumentos topográficos. Por esta razón, la sensibilidad expresada en segundos de arco no constituye una medida precisa ni definida, a menos que se conozca la longitud de las divisiones del nivel. En la tabla 2-1 se consignan algunos valores de sensibilidad del nivel tubular, correspondientes a varios instrumentos topográficos.

En el problema 2 de la página 195 se detalla un método muy sencillo para determinar en el campo el radio de curvatura de un nivel.

Cuanto más sensible es un nivel, más tiempo se tarda en calar su burbuja; por esta razón se pierde tiempo cuando la sensibilidad del nivel tubular es mayor que la del instrumento en que va montado. Así, p. ej., en un nivel tubular montado sobre un anteojo, el menor corrimiento apreciable de la burbuja debe ir acompañado de un ligero movimiento aparente del eje visual del primero, acusado por la cruz filar o retículo sobre un objeto situado a una distancia prudente del instrumento.

TABLA 2-1

Sensibilidad del nivel tubular

Instrumento	Radio de curvatura m	Segundos de arco por división de 2 mm del tubo
Equialtímetro de gran precisión	20,7	20
Equialtímetro de precisión (Servicio de Costas y Geodésico de Estados Unidos)	206,5	2
Teodolito:		
Nivel del anteojo	13,7	30
Niveles de la plataforma	5,5	75
Plancheta:		
Nivel del anteojo	9,2	45
Nivel del círculo vertical	7,0	60

2-7. Verificación del nivel tubular.—El procedimiento para llevar el eje del nivel tubular a la posición que debe tener sobre el objeto a que va unido (anteojo, regla, plataforma, etc.) es siempre el de *inversión,*

que consiste en dar la vuelta al tubo, de modo que cada extremo ocupe la posición que antes ocupaba el otro, para lo cual se hace girar el nivel alrededor de un eje perpendicular al mismo tubo en su punto medio. Cabe considerar dos casos generales: 1) cuando el nivel tubular va fijado sobre un anteojo o sobre una plataforma capaces de girar alrededor de un eje vertical; 2) cuando se puede sacar el nivel de su soporte y darle la vuelta, como antes se dijo; pero el método operatorio es idéntico en ambos casos.

En la figura 2-4 se ven las fases que comprende este método: en (*a*) el nivel está descorregido en un ángulo α, pero con la burbuja centrada; la base o soporte no está nivelada y la perpendicular a la misma no es vertical. En (*b*) se ha invertido el nivel, de modo que los extremos han cambiado de posición entre sí. (En el caso de tratarse de un nivel cuya base fuera solidaria a un eje vertical, se consigue el mismo resultado dando a la base un giro de 180° alrededor de dicho eje vertical.) En esta nueva posición el eje del nivel forma con la horizontal un ángulo de 2α, o sea el *doble* del error anterior. En (*c*) se ha hecho que la burbuja recorra la *mitad* de la distancia que la separaba del punto medio del tubo, para lo cual se ha accionado el tornillo *C*, sin mover para nada la base. Por último, en la posición (*d*) se ha llevado la burbuja al centro del tubo, subiendo el extremo más bajo de la base (o bajando el más

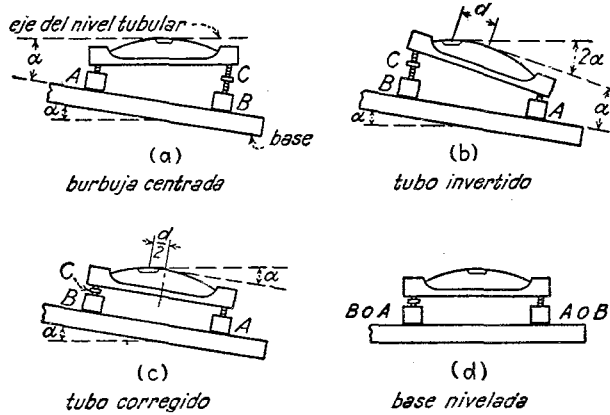


FIG. 2-4.—Corrección del nivel por inversión.

alto, o ambas cosas a la vez); de esta manera queda nivelada la base, lo que se comprueba invirtiendo de nuevo el nivel.

Si se quiere nivelar la base en la dirección del tubo, sin corregir este último, se procede como en las dos primeras fases, (*a*) y (*b*), y después se sube el extremo más bajo de la base (o se baja el más alto, o bien se simultanean ambos movimientos) hasta que la burbuja haya avanzado la mitad de la distancia que la separa del centro del nivel. Esta posición

de la burbuja corresponde al error de montaje del tubo, pero la base queda así nivelada.

2-8. Basamento o plataforma de nivelación.—En los teodolitos, en los equialtímetros y en cierta clase de planchetas se nivela el basamento o pie de los instrumentos mediante los llamados tornillos nivelantes. En el esquema de la figura 2-5 se ve que el muñón *A* puede girar en una cavidad cónica practicada en el basamento *B*; en la parte inferior hay una junta de rótula *C* para dar flexibilidad a la unión con la placa *D*. El basamento tiene tres o cuatro brazos radiales (según el modelo de aparato), cada uno de los cuales lleva en su extremo una rosca, donde penetran los tornillos nivelantes *E* (en la figura solo se ven dos de estos tornillos), que se apoyan sobre la placa *D* y que al girar hacen que la plataforma se incline a voluntad.

El equialtímetro, que solo tiene un nivel tubular, se nivela como sigue: suponiendo que el instrumento tenga *cuatro* tornillos nivelantes, se hace girar aquel alrededor del eje vertical hasta que el nivel tubular quede aproximadamente paralelo a la línea de unión de dos tornillos no contiguos; se lleva la burbuja al centro del tubo, sin excesiva exactitud, moviendo este par de tornillos de modo que no dejen de tocar con la placa *D*, con lo cual la junta de rótula se mantiene ligeramente a presión. Conviene tener presente que la burbuja avanza en el mismo sentido en que se mueve el *pulgar izquierdo*. Se da entonces un giro de 90° al instrumento y se centra de nuevo la burbuja actuando sobre el otro par de tornillos opuestos. Se repiten estas operaciones alternativamente sobre los dos pares de tornillos opuestos hasta que (si el nivel está corregido) quede la burbuja *calada*, es decir, centrada para cualquier dirección del anteojo.

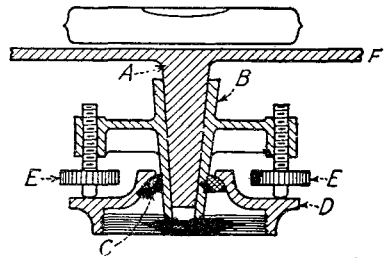


FIG. 2-5.—Pie o basamento del equialtímetro.

Cuando la plataforma superior lleva dos niveles perpendiculares entre sí se sigue el mismo procedimiento, pero sin que sea preciso dar giro alguno al instrumento; se alinea cada nivel con un par de tornillos nivelantes opuestos y se centra con su par correspondiente. Si el instrumento tiene un nivel esférico, se sigue análogo procedimiento.

En los instrumentos que solo poseen tres tornillos nivelantes se empieza por situar el nivel tubular paralelo a la línea de unión de dos tornillos y se centra la burbuja actuando sobre los mismos; se da un giro al anteojo de 90°, con lo cual queda en la dirección del tercer tornillo, y con este se lleva la burbuja de nuevo al centro; se da otro giro de 90° al anteojo, con lo que vuelve a quedar paralelo a los dos primeros tornillos, y se centra otra vez la burbuja con estos últimos, y así sucesivamente

hasta que la burbuja quede calada. En estos instrumentos con tres tornillos nivelantes, la altura de la plataforma varía al manipular estos, lo que no ocurre con las plataformas provistas de cuatro tornillos. En este tipo de instrumentos es muy frecuente el empleo del nivel esférico.

Supone una pérdida de tiempo centrar exactamente la burbuja con el primer par de tornillos nivelantes antes de centrarla con el segundo par o con el tercer tornillo, según se trate de instrumentos con cuatro o con tres tornillos nivelantes. Es preferible, tratándose de instrumentos con cuatro tornillos nivelantes, dejar todos los tornillos algo flojos o ligeramente apretados hasta que el instrumento esté casi nivelado. Si un par de tornillos gira con dificultad, hay que aflojar un poco el otro par. El centrado definitivo de la burbuja se facilita actuando sobre un solo tornillo mejor que moviendo a la vez los dos opuestos, ya que con ese movimiento no se afloja ni se aprieta la plataforma indebidamente.

Aun cuando el nivel tubular no estuviera corregido, es posible utilizar el instrumento correctamente aplicando el método de inversión estudiado en la sección 2-7. Para conseguirlo se centra la burbuja sobre un par de tornillos opuestos (o sobre dos cualesquiera si solo hay tres tornillos nivelantes), se da un giro al anteojo de 180° alrededor del eje vertical y se lleva la burbuja aproximadamente al punto medio de su distancia al centro, actuando sobre los dos tornillos; se repite la operación con el anteojo en la dirección de los otros dos tornillos (o en la del tercero, en los instrumentos de base triangular), y así se comprueba que la burbuja se mantiene en la misma posición cualquiera que sea la dirección del anteojo, y el eje vertical del instrumento quedará efectivamente vertical. Es frecuente emplear este sistema para no interrumpir el trabajo de campo mientras se corrige el nivel.

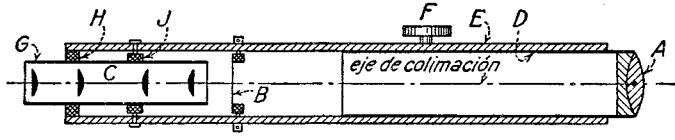


FIG. 2-6(*a*).—Corte longitudinal de un anteojo de enfoque exterior.

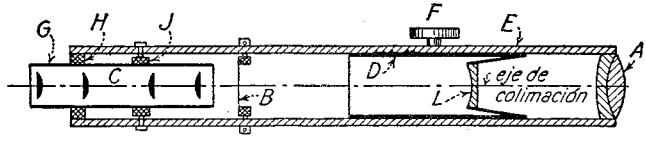


FIG. 2-6(*b*).—Corte longitudinal de un anteojo de enfoque interior.

2-9. El anteojo.—En la figura 2-6(*a*) se representan las partes principales de que se componen los anteojos de enfoque exterior. Los rayos luminosos procedentes de un objeto situado dentro del campo visual del anteojo atraviesan la lente *A* (objetivo) y concurren en un foco,

formando una imagen en el plano del retículo *B*. Las lentes que componen el ocular *C* constituyen un microscopio que se enfoca sobre la imagen formada en el plano reticular. El objetivo va roscado en el extremo exterior del tubo portaobjetivo *D*, que se desliza por dentro de la armadura del anteojo (tubo *E*). La lente del objetivo se enfoca mediante el tornillo *F*, en cuyo extremo va un piñón que engrana con los dientes de una cremallera fija en el tubo portaobjetivo. El tubo portaocular *G* se mantiene centrado gracias a los collares *H* y *J*, que permiten su movimiento de traslación o longitudinal para poder enfocar la imagen dada por el objetivo. Por medio de tornillos se puede mover lateralmente el collar *J*, de modo que el centro de la cruz filar o retículo coincida con el centro del campo visual del anteojo.

La línea de mira, visual o eje de colimación es la recta que une el centro del retículo con el centro óptico del objetivo. Los anteojos están construidos de tal modo que el eje óptico del anteojo coincide (por lo menos aproximadamente) con el eje del tubo portaobjetivo; es decir, que un rayo de luz que pase por el centro óptico del objetivo ocupa siempre la misma posición en el interior del anteojo, cualquiera que sea la posición del tubo portaobjetivo a lo largo del anteojo, o bien cualquiera que sea la posición del propio objetivo. La posición del retículo puede corregirse hasta que el eje de colimación coincida con el eje óptico.

En otro tipo de anteojos, llamado de *enfoque interior* o de *lente móvil de enfoque*, muy en uso actualmente [Fig. 2-6(*b*)], la disposición general es análoga a la que acabamos de describir, pero el objetivo *A* va fijo en el extremo de la armadura del anteojo y el tubo corredera lleva en este caso una lente de enfoque *L*. Las ventajas de estos anteojos son las siguientes:

1.ª Por estar casi herméticamente cerrados los dos extremos del tubo del anteojo, la corredera de enfoque está prácticamente libre de polvo, que a la larga produciría un desgaste perjudicial; al mismo tiempo todo el interior del anteojo queda resguardado del polvo y la humedad.

2.ª Por ser la corredera de muy poco peso y estar situada hacia el centro del anteojo, este último queda siempre bien equilibrado.

3.ª Al hacer levantamientos por el método estadimétrico (véase capítulo XV) se elimina una de las constantes instrumentales, con lo que se simplifican los cálculos de gabinete.

Los inconvenientes de esta clase de anteojos consisten en que la lente adicional de enfoque absorbe luz, reduciendo, por tanto, la claridad o luminosidad de la imagen, y en que el interior del anteojo es de más difícil acceso para su limpieza o pequeñas reparaciones en el campo.

Mientras no se especifique lo contrario, al hablar de anteojos nos referiremos a los de enfoque exterior; claro está que con muy ligeras modificaciones toda la teoría y uso de este tipo de instrumentos sirven también para los de enfoque interior.

2-10. Enfoque.—Antes de usar el anteojo se mueve el ocular hacia dentro o hacia fuera, hasta que se vean claramente los hilos del retículo.

Este ajuste del ocular debe hacerse con frecuencia, ya que la vista del observador se cansa con facilidad en la observación con anteojo.

Al mirar un objeto se corre el objetivo atrás o adelante hasta que se vea su imagen bien clara y definida en el plano del retículo. Si al mover un poco el ojo de un lado a otro se aprecia un movimiento aparente del retículo sobre la imagen es señal de que sus respectivos planos no coinciden, y en este caso se dice que hay *paralaje*. Ahora bien: por ser la paralaje una causa de error, debe eliminarse, y para ello se vuelve a enfocar el objetivo, o el ocular (o los dos), hasta que desaparezca la falta de coincidencia de imagen y retículo. Para cada punto visado, cuando varíe al mismo tiempo la distancia, hay que enfocar de nuevo el objetivo; cuanto más próximo se encuentre el punto visado, mayor ha de ser la distancia entre el objetivo y el retículo. Para visuales cortas, a un cambio de distancia relativamente pequeño corresponde un movimiento considerable del objeto, mientras que, si se trata de visuales largas, solo hay que mover un poco el objetivo, cualquiera que sea la variación de la distancia.

Los anteojos no pueden enfocar un objeto situado a menos de 1,5 a 2 m del centro del instrumento, salvo que se empleen lentes especiales de foco corto.

A veces puede estar el anteojo tan desenfocado que no se vislumbre siquiera el contorno del objeto que se quiere visar; en estas condiciones se facilita mucho el enfocado dirigiendo aproximadamente el anteojo hacia el objeto que se mira, apuntando a este con el tubo de aquel mediante un sencillo dispositivo de puntería llamado *buscador;* a falta de este, se puede apuntar el anteojo mirando por encima del mismo al objeto que se ha de visar.

En la figura 2-7 se ve la desviación que sufren los rayos luminosos procedentes de un objeto cuando atraviesan el objetivo, volviendo después a encontrarse para formar la imagen. Nótese que la imagen aparece invertida.

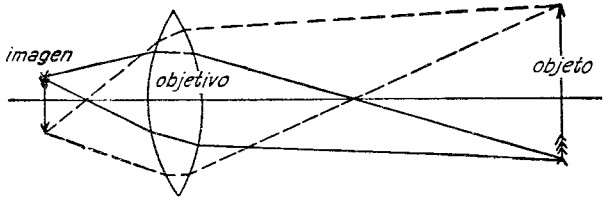


FIG. 2-7.

2-11. El objetivo.—La función principal de la lente que constituye el objetivo del anteojo es formar una imagen para poder dirigir visuales a objetos determinados. Con el fin de obtener precisión en las mediciones, el objetivo debe producir una imagen clara, sin la menor deformación, de contornos bien definidos y sin coloraciones anormales. Una

simple lente biconvexa cumple las dos primeras condiciones, pero no las dos últimas, por las siguientes razones:

1.ª Los rayos que penetran en la lente cerca de su borde concurren en un foco más próximo al objetivo que los que atraviesan la lente por su parte central. La imagen no se forma en un plano, sino en una superficie esférica. Por este motivo hay partes del objeto que se ven borrosas. A este defecto se le denomina *aberración esférica.*

2.ª Los rayos de diferentes colores que componen el espectro se desvían desigualmente al atravesar la lente, por lo cual el campo visual aparece coloreado con varios matices. Este defecto se conoce con el nombre de *aberración cromática.*

Estos dos graves inconvenientes de las lentes simples se evitan, en la mayor parte de los instrumentos topográficos, empleando un objetivo compuesto de una lente exterior biconvexa de *crown-glass* y de otra interior cóncavo-convexa de *flint-glass.* Ordinariamente se unen las dos lentes con un bálsamo especial, pero a veces van separadas y mantenidas en posición relativa invariable por medio de un anillo fino interpuesto entre ambas.

Centro óptico del objetivo es un punto tal de la lente que todo rayo que pasa por el mismo no experimenta desviación angular alguna, cualquiera que sea la dirección en que se encuentre el objeto de que procede la luz. O dicho de otro modo, que la dirección del rayo luminoso al salir de la lente es la misma que antes de entrar en ella. En una lente biconvexa, con sus caras de igual curvatura, el centro óptico coincide con su centro de figura o centro geométrico.

Eje óptico de una lente es la línea recta que sigue un rayo luminoso que no se desvía al entrar o al salir de la lente. El eje óptico pasa por el centro óptico y por los centros de curvatura de la lente.

Foco principal del objetivo es un punto del eje óptico situado por detrás de la lente donde concurren todos los rayos que penetran en el anteojo paralelamente a dicho eje óptico, siendo también un punto situado por delante del objetivo del cual parten rayos divergentes que al atravesar el objetivo salen paralelos al eje óptico de este último. Dicho de otro modo: la imagen de un punto situado en el eje óptico, y a distancia infinita del objetivo por delante del anteojo, se forma en el foco principal posterior de esta lente. En cambio, si un punto está situado en el foco principal anterior del objetivo no tiene imagen alguna.

Se llama *distancia focal* del objetivo a la existente entre su centro óptico y el foco principal. Cuando se enfoca con el anteojo un punto distante, la distancia focal es con mucha aproximación la que hay entre el centro óptico del objetivo y el plano del retículo, como se deduce fácilmente de lo antes expuesto (véase Sec. 2-10).

2-12. Tubo corredera portaobjetivo.—Cualquier movimiento lateral del objetivo da lugar a una desviación del eje óptico y, por consiguiente, de la línea de mira o eje de colimación, introduciéndose así graves errores en las observaciones. El tubo portaobjetivo debe ajustar perfectamente

en el interior de la armadura del anteojo, pero de modo que se pueda mover con facilidad a lo largo de esta para enfocar los distintos puntos que han de visarse. La construcción de todo buen instrumento es siempre lo bastante esmerada para que queden prácticamente eliminados los errores de esta clase cuando el anteojo es nuevo, pero con el uso prolongado se produce cierto desgaste entre las partes en rozamiento, con lo cual el tubo portaobjetivo queda desajustado y suelto. En estas condiciones se producen dudas y confusión en las observaciones, que no pueden salvarse con corrección de ninguna clase.

En muchos instrumentos, el tubo portaobjetivo está tan bien ajustado dentro del tubo del anteojo que el contacto entre ambos es casi perfecto en una gran longitud, que se extiende prácticamente de uno a otro extremo del tubo corredera. Todo posible desgaste ocasionado por el uso se reparte así sobre casi la totalidad de la superficie de dicho tubo. Otros anteojos van provistos de tubo portaobjetivo que puede deslizarse por el interior de dos collares metálicos sujetos al tubo exterior del anteojo, como se ve en la figura 2-8. Uno de los collares va roscado en el extremo del tubo del anteojo; el otro está situado al final del piñón y cremallera,

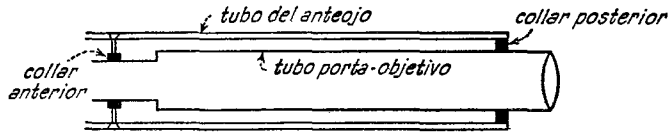


FIG. 2-8.—Portaobjetivo de corredera.

y va sujeto al tubo del anteojo por medio de cuatro tornillos. El collar posterior tiene menor diámetro que el tubo del anteojo para poder corregir lateralmente el tubo portaobjetivo mediante los tornillos citados.

Hay que procurar de modo especial que el tubo portaobjetivo no sea alcanzado por el polvo, el agua o cualquier sustancia extraña. Muchos instrumentos van provistos de juntas, que suponen, al menos, cierta protección. Cuando no se ha engrasado nunca el tubo portaobjetivo, basta con una sola gota de aceite de relojero, de la mejor calidad, limpiando el sobrante con un paño suave. Si para ello se ha desmontado el objetivo, conviene reponerlo cuanto antes, comprobando seguidamente su debida posición.

2-13. Retículo o cruz filar.—Los retículos empleados para determinar el eje de colimación consisten, en general, en un hilo vertical y otro horizontal fijados a un anillo o marco circular metálico. Los hilos son, ordinariamente, de tela de araña, pero también pueden ser de alambre de platino muy fino. En muchos instrumentos modernos el retículo está constituido por una lámina de cristal en la que se han grabado líneas muy finas (una vertical y una o más horizontales), que desempeñan el mismo papel que los hilos de araña.

Algunos instrumentos llevan retículos especiales, con líneas o rayas adicionales, que pueden consistir en un pequeño círculo (para las observaciones solares) o en dobles líneas (muy próximas entre sí), tanto horizontales como verticales, para dirigir las visuales con mayor precisión.

Como se ve en la figura 2-9, el anillo del retículo va unido al tubo del anteojo mediante cuatro tornillos de cabeza cilíndrica perforada (cabrestantes); los agujeros del anteojo son ovalados, para que al aflojar los tornillos pueda girar un poco el anillo alrededor de su propio eje. Con el fin de que al girar el anillo no cambie la posición del centro de la cruz filar, se aflojan dos tornillos consecutivos, que se aprietan después de haber corrido el anillo. Este tiene un diámetro menor que el del anteojo, por lo cual puede moverse tanto en sentido vertical como horizontal por medio de los tornillos; para mover el anillo, p. ej., hacia la izquierda, se afloja el tornillo de la derecha y se aprieta el de la izquierda; si el movimiento ha de ser relativamente grande, se afloja primero un poco el tornillo de arriba o el de abajo, y una vez corrido el anillo hacia la izquierda, se aprieta de nuevo el mismo tornillo que se hubiera aflojado (el de arriba o el de abajo).

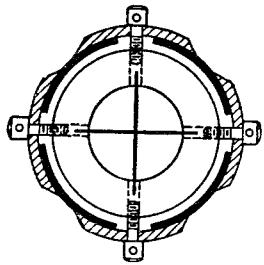


FIG. 2-9.—Retículo.

Se puede reponer en el campo un hilo reticular que se haya roto, pero hay que tener en cuenta que los hilos de araña corrientes resultan demasiado gruesos, desiguales y sucios para este uso; el mejor hilo de araña es el recién hecho por una araña pequeña, pero lo más corriente es utilizar un hilo de un capullo oscuro de gusano. Si se estira demasiado el hilo, se rompe con facilidad, y si se coloca muy flojo, se comba mucho en tiempo húmedo. Los hilos se manejan con un par de compases o con una varilla doblada; se humedecen, se estiran moderadamente y se mantienen sin moverlos sobre las señales marcadas en el anillo reticular mientras se deja caer una gota de lacre en cada extremo, esperando a que este se seque del todo antes de volver a montar el retículo en el anteojo.

El retículo se saca del anteojo del modo siguiente: se quitan los tornillos opuestos y se hace girar 90° el anillo alrededor de los otros dos tornillos por medio de una varilla puntiaguda que se introduce por el extremo del anteojo; se introduce entonces la punta de la varilla en el alojamiento de uno de los dos tornillos ya quitados, se sacan los demás tornillos y se retira el anillo sin deterioro alguno. Para volver a colocarlo se procede de modo inverso.

2-14. Retículo estadimétrico.—Muchos anteojos van provistos de un par de hilos horizontales que se llaman *hilos estadimétricos* por utilizarse en la medición de distancias con *estadía,* conocida más corrientemente con el nombre de *mira* (véase Cap. XV). De ordinario, estos hilos van montados en el mismo plano que el retículo, con lo cual, al enfocar el ocular, se ven al mismo tiempo los cuatro hilos. Para evitar

confusiones entre los hilos horizontales, en algunos instrumentos el retículo lleva otros dos hilos adicionales formando aspa. A veces los hilos estadimétricos no están en el mismo plano del retículo, resultando que cuando la cruz filar queda enfocada no se ven los hilos estadimétricos, y al contrario; suelen designarse estos hilos con el nombre de *hilos escamoteables.*

2-15. Ocular.—Hay que tener en cuenta, ante todo, que la imagen formada por el objetivo es invertida. Los oculares son, en general, de dos clases:

El *ocular terrestre,* que es el más corriente, *endereza* la imagen, es decir, vuelve a invertirla, de modo que se ve directa o derecha, o sea en la misma posición que el objeto visado. Este ocular se compone ordinariamente de dos lentes planoconvexas montadas en un tubo metálico llamado portaocular [Fig. 2-10(*a*)]. En esta figura, *A* es el objeto, *B* su imagen invertida en el plano del retículo, *C* la imagen ya enderezada

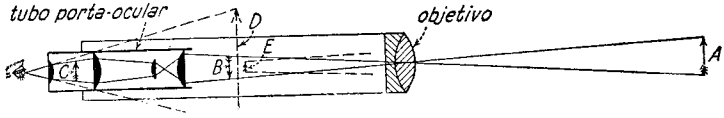


FIG. 2-10(*a*).—Ocular rectificador o enderezador.

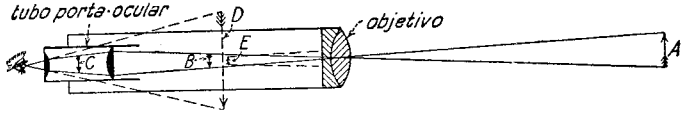


FIG. 2-10(*b*).—Ocular inversor.

y *D* la imagen aumentada por la lente inmediata al ojo, que ve así derecha y amplificada la imagen del objeto *A*.

El *ocular astronómico* aumenta la imagen, pero esta sigue invertida; se compone, generalmente, de dos lentes planoconvexas dispuestas como se ve en la figura 2-10(*b*), donde se observa que la única diferencia con el ocular terrestre consiste en la falta de lentes rectificadoras. La imagen ampliada *D* se ve invertida; o, dicho en términos vulgares, el objeto se ve cabeza abajo.

Para ambos oculares, el aumento o poder amplificador del anteojo está dado por la relación entre el diámetro aparente de la imagen ampliada (ángulo formado por las visuales a sus extremos) y el diámetro aparente del objeto mirado a simple vista. Si en las figuras 2-10(*a*) y 2-10(*b*), *D* es el tamaño aparente de la imagen amplificada y *E* el del objeto observado a simple vista, el cociente de dividir *D* por *E* es el aumento del anteojo.

Toda lente interpuesta entre el objeto y el ojo absorbe parte de la luz que la atraviesa; por esta causa, y en igualdad de las demás circunstancias, la imagen resulta más luminosa con el ocular astronómico que

con el terrestre, lo cual tiene gran importancia, sobre todo cuando las observaciones se hacen con tiempo nuboso o al atardecer. En general, otra de las ventajas del anteojo astronómico es que su tamaño y peso son menores que los del terrestre. Al principio se experimenta cierta confusión al ver los objetos *al revés,* pero con un poco de práctica desaparece este ligero inconveniente.

La única ventaja del ocular terrestre es que el objeto se ve en su posición natural, siendo esta la razón de que su uso se halle tan extendido.

El tubo portaocular está mantenido en posición y guiado en su movimiento por unos collares [Fig. 2-6(*a*)] análogos a los ya descritos para el tubo portaobjetivo (véase Sec. 2-12). En la mayoría de los anteojos, el tubo portaocular se desliza simplemente a frotamiento suave, y se enfoca haciéndolo girar hacia dentro o hacia fuera, según sea el caso. El tubo portaocular astronómico va sujeto casi siempre por un solo collar de bastante anchura, fijado en el extremo ocular del anteojo, y no admite movimiento lateral alguno.

Además existen muchos oculares especiales para determinados usos; p. ej., los provistos de prismas ópticos para dirigir visuales laterales, como ocurre al enfilar objetos en pendientes muy pronunciadas.

2-16. Características propias de los anteojos.—La *iluminación;* claridad o brillo de la imagen depende del tamaño del objetivo, de la calidad y número de lentes y del poder amplificador o aumento del propio anteojo. En igualdad de las restantes condiciones, cuanto mayor sea el objetivo o menor su aumento, mayor será el brillo de la imagen; es decir, mejor será la iluminación de esta última.

La *aberración esférica* (véase Sec. 2-11) hace que se produzca cierta distorsión en el campo visual, consistente en que este último no se ve plano, sino en forma abovedada.

Aunque este defecto no introduce error apreciable en las mediciones ordinarias, no es tolerable cuando hay que observar a la vez dos puntos del campo, como sucede en las mediciones estadimétricas.

El *poder separador* o *de resolución* de un anteojo, llamado también *definición* del instrumento, es el grado de nitidez con que produce una imagen; es decir, la propiedad de hacer posible distinguir claramente las imágenes de dos puntos muy próximos entre sí. Este poder separador depende de la calidad de las lentes, de la perfección con que han sido fundidas y pulimentadas y de la precisión con que hayan sido centradas y montadas a la distancia debida. Los rayos luminosos que atraviesan las lentes cerca de sus bordes ocasionan una seria perturbación, por lo cual, para mejorar el poder separador, se interceptan estos rayos marginales con diafragmas, que son ciertas pantallas anulares dispuestas entre las lentes del ocular y por detrás del objetivo. Estos diafragmas reducen algo la iluminación de las imágenes.

La amplitud angular del campo visual de un anteojo es el ángulo subtendido por el arco cuyo centro está en el ojo del observador y cuya longitud es la distancia entre dos puntos opuestos del campo visual,

tal y como aparece vista con el anteojo. Para un anteojo dado es fácil determinar esta amplitud por observación directa. La amplitud es independiente del tamaño del objetivo. Generalmente, cuanto más grande es el anteojo y mayor su aumento, menor es la amplitud angular de su campo visual.

En los levantamientos topográficos de mediana precisión se retrasa bastante el trabajo cuando el anteojo no tiene un gran campo visual, y esta es una de las razones por las cuales no suelen fabricarse anteojos con demasiado aumento. Lo corriente es que la amplitud del campo visual esté comprendida entre 1° 30', para un aumento de 20 diámetros, y 45', para un aumento de 40 diámetros.

El aumento del anteojo puede determinarse como se indica en el problema de campo núm. 1 de la página 195. El aumento del anteojo en los mejores equialtímetros es de unos 30 diámetros. Los empleados en el Servicio Geodésico y de Costas de Estados Unidos tienen aumentos de unos 40 diámetros. El aumento del anteojo de los teodolitos está comprendido entre 18 y 24 diámetros.

2-17. Relación entre el aumento del anteojo y la sensibilidad del nivel.—Es conveniente que la sensibilidad del nivel tubular sea tal que, para el mínimo desplazamiento de la burbuja, se note un movimiento aparente en el hilo horizontal del retículo sobre una mira de nivelación situada a distancia regular del instrumento; y al contrario, al menor movimiento del hilo horizontal del retículo debe corresponder un corrimiento apreciable de la burbuja. El mínimo movimiento apreciable del retículo depende, en cierto grado, del poder separador del anteojo y del brillo de la imagen, pero principalmente es función del aumento del anteojo.

Un nivel tubular más sensible de lo necesario hace perder el tiempo en el centrado de su burbuja. Un anteojo con mayor aumento del que sea preciso da más trabajo del necesario, no solo por la mayor limitación del campo visual, sino por aumentar la dificultad para enfilar el objeto a observar. Se puede hacer una prueba muy sencilla observando una mira mientras otra persona inclina ligeramente el anteojo apoyando un dedo sobre uno de sus extremos al mismo tiempo que observa la burbuja del nivel tubular; si al menor movimiento apreciable de la burbuja corresponde un movimiento aparente del retículo sobre la mira, es señal de que existe la debida relación entre sensibilidad y aumento. Si el retículo se mueve antes de hacerlo la burbuja, cabe emplear un nivel tubular de mayor radio de curvatura.

2-18. Nonio.—Se llama así a una pequeña escala auxiliar que puede correrse frente a una escala mayor y que sirve para medir con exactitud fracciones de la menor división de esta última; la longitud de una división del nonio se diferencia de la correspondiente a una división de la escala principal en cierta cantidad, variable según sea la apreciación o sensibilidad del nonio. La precisión de las mediciones hechas con el nonio se basa en el hecho experimental de que la vista puede estimar

más exactamente la coincidencia de dos trazos que apreciar la distancia entre dos rectas paralelas. La escala principal puede ser recta (como en una regla o en una mira) o curva (como en los limbos, vertical y horizontal, de un teodolito). El cero de la graduación del nonio sirve de índice para la lectura sobre la escala principal.

Los nonios pueden ser de dos clases: 1) nonio *directo,* que tiene sus divisiones algo menores que las de la escala principal; 2) nonio *inverso,* cuyas divisiones son algo mayores que las de aquella. El uso de los nonios es idéntico en ambas clases; su precisión es la misma y la lectura es tan fácil en uno como en otro. Por tener direcciones opuestas las escalas en uno y otro tipo de nonio, puede optarse por el empleo de una u otra, según sea más conveniente para su montaje en el instrumento de que se trate. Las dos clases de nonio son de uso general y corriente.

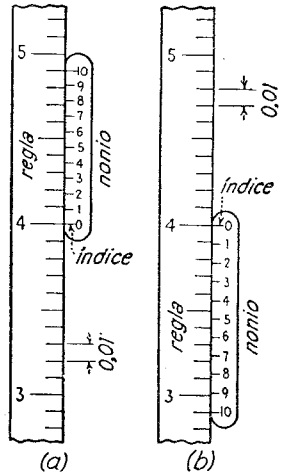


FIG. 2-11.—(*a*) Nonio directo; (*b*) nonio inverso.

Nonio directo.—En la figura 2-11(*a*) se tiene una regla o escala principal numerada en decímetros, con divisiones en centímetros, y un nonio directo en que cada una de sus divisiones es 0,1 cm (1 mm) más corta que la de 1 cm de la regla; es decir, que cada división del nonio mide 9 mm, y 10 divisiones del nonio corresponden a 9 divisiones de la regla. El índice o cero del nonio coincide, en la figura, con el trazo 4 dm de la regla. Si se corre el nonio hacia arriba 1 mm, su trazo núm. 1 coincidirá con el siguiente (división 41) de la escala principal, y el índice dará una lectura de 4,01 dm, o sea de 40,1 cm. De este modo, la posición del índice se puede leer directamente en décimas de centímetro, esto es, en milímetros, sin tener que apreciar a ojo distancia alguna, sino con solo ver la raya o trazo del nonio que coincide con otro de la regla. Téngase en cuenta que la división de esta última que coincide con otra del nonio no marca la distancia por lectura directa sobre la regla.

La *apreciación,* aproximación, precisión o sensibilidad (que con todos estos nombres se designa) es la diferencia entre una división de la regla y otra del nonio. En un nonio directo, si s es la longitud de una división de la regla y n el número de divisiones del nonio, cuya longitud total equivale a la de (n—1) divisiones de la regla, la sensibilidad del nonio será s/n.

Nonio inverso.—En este nonio, representado en la figura 2-11(*b*), cada división del nonio es 0,1 cm más *larga* que la división de 1 cm de la regla, y 10 divisiones del nonio corresponden a 11 de la regla. Como en el caso anterior, el índice del nonio coincide con el trazo de la

escala principal que marca los 4 dm. Si se corre 1 mm (0,1 cm) la reglilla hacia arriba, su trazo numerado con el 1 coincidirá con otra división de la regla (la 39) y así sucesivamente. En la figura se ve que en el nonio inverso la graduación crece desde el índice hacia abajo a lo largo de la escala principal, y que las divisiones del nonio están numeradas en

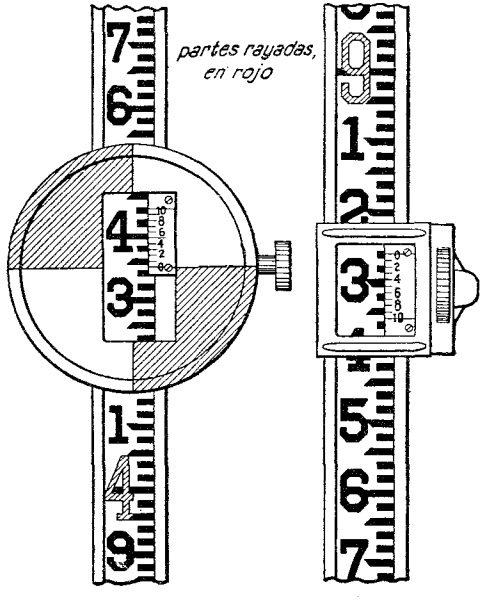


FIG. 2-12.—Disposición de nonios directos.

sentido contrario a las de la regla; no obstante, el nonio inverso se lee del mismo modo que el directo.

La sensibilidad o apreciación del nonio inverso es igual a la diferencia entre una división de la escala principal y una del nonio, como en el caso del nonio directo. En el inverso, si s es la longitud de una división de la regla y n el número de divisiones del nonio, cuya longitud total es igual a $(n + 1)$ divisiones de la regla, la apreciación será s/n.

Lectura del nonio.—En la figura 2-12 se ve la disposición de nonios directos en una mira de nivelación; a la izquierda se tiene la cara delantera de la mira, con su corredera circular, y a la derecha, la cara trasera de la misma (véase Sec. 8-15). La lectura de la mira dada por el nonio de la corredera (4,347 m en la figura) se determina observando primero la posición del índice del nonio respecto a la escala de la mira, expresada en centímetros (4,34 en la figura), viendo después cuál es la división del nonio que coincide con otra de la mira (la núm. 7 en la figura), y sumando por último esta lectura (0,007 m) a la primera (4,34 m).

En la cara trasera de la mira, tanto su graduación propia como la del nonio, se leen *hacia abajo*. La lectura es en este caso 9,26 m sobre la mira y 0,004 m con el nonio, luego la lectura final será 9,264 m.

Se tiene una sencilla comprobación de la bondad de la lectura del nonio observando que las divisiones, a uno y otro lado de la de coincidencia, van separándose de esta última en cantidades iguales, pero en direcciones contrarias. Como medio para evitar posibles equivocaciones conviene apreciar a ojo la parte de división de la escala principal, leyendo directamente con el índice del nonio.

En la figura 2-13 se ve un nonio directo aplicado al círculo acimutal (horizontal) de un teodolito. El nonio es doble, es decir, que su parte izquierda sirve para leer ángulos que crecen en el sentido de las agujas

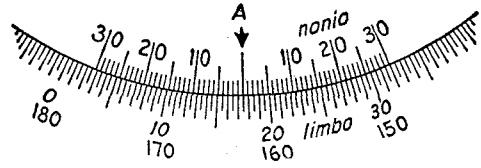


FIG. 2-13.—Doble nonio circular directo que aprecia minutos.

de un reloj (de derecha a izquierda), mientras que con la situada a la derecha del índice se leen los ángulos que crecen en sentido contrario, o sea de izquierda a derecha. El limbo acimutal está dividido en medios grados, de modo que cada división vale 30′; cada división del nonio vale 1′ menos que las del círculo, y 30 divisiones del nonio equivalen a 29 del limbo; la apreciación es, por consiguiente, de $30'/30 = 1'$. Fijémonos en la graduación del limbo que crece de izquierda a derecha (sentido contrario al de las agujas del reloj): se ve que el índice del nonio *A* está comprendido entre las divisiones 17° y 17° 30′; el número de minutos sobre los 17°, determinado por la división del nonio de la derecha, que coincide con una del limbo, es de 25′, luego la lectura final será:

$$17° 00' + 25' = 17° 25'.$$

Análogamente, leyendo la graduación inversa del limbo, que crece de derecha a izquierda (en el sentido de las agujas del reloj), con el nonio de la izquierda, el ángulo será de

$$162° 30' + 5' = 162° 35'.$$

En la sección 13-5 veremos otros ejemplos de nonios.

2-19. Tornillos de fijación y de coincidencia.—Para afinar la enfilación del anteojo y mantenerlo inmóvil mientras se hacen las lecturas, tanto el eje horizontal como el vertical del teodolito llevan un dispositivo que permite fijarlos y hacerlos girar ángulos muy pequeños. En la figura 2-14 se ve el dispositivo clásico empleado con este fin; *A* es un

muñón solidario con el eje de que se trate, y *B*, un brazo unido a la parte del instrumento respecto a la cual hay que regular el movimiento de *A*. Cuando se afloja el tornillo *C* se abre un poco la abrazadera elástica *D*, y el eje puede girar libremente. Al apretar el tornillo de fijación *C*, el eje queda en posición fija respecto a *B*; si en estas condiciones se actúa sobre el tornillo tangencial *E* (que se designa con los nombres de *tornillo de coincidencia* y *tornillo de llamada)* se mueve el collar *D*, con lo cual gira el eje *A*. El tornillo *E* está constantemente a presión sobre el brazo *B* mediante el émbolo *F* y el muelle helicoidal *G* (visto en sección en la figura), alojados ambos en un manguito dispuesto en una de las patas del soporte de la abrazadera *D*.

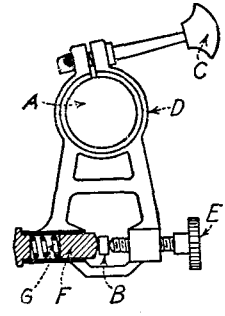


FIG. 2-14.—Tornillos de fijación y coincidencia.

Al hacer una coincidencia con el tornillo *E* importa mucho que el último movimiento que se haga sea de izquierda a derecha (es decir, *comprimiendo* el muelle) para evitar movimientos anormales; pues si se gira el tornillo *E* en sentido contrario, puede ocurrir que el muelle no tenga fuerza suficiente para mover en el acto a la abrazadera con el eje, aunque después puede dar lugar a un pequeño impulso que haga variar la enfilación.

Este mecanismo de tornillos de fijación y coincidencia no solo se emplea en los teodolitos, sino también en las planchetas, sextantes y equialtímetros.

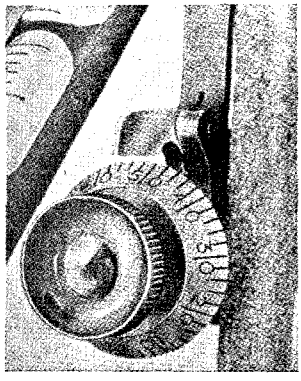


FIG. 2-15.—Tornillo clisimétrico.

2-20. Tornillo clisimétrico.—Por medio de un tambor graduado unido al tornillo tangencial del movimiento cenital de un teodolito o de la alidada de una plancheta puede determinarse el número de vueltas o la fracción de vuelta de dicho tornillo. Este dispositivo se conoce con el nombre de *tornillo clisimétrico* (porque mide la pendiente de una visual). En la figura 2-15 se ve uno de estos tornillos, que actúa sobre el movimiento vertical de un teodolito. La relación entre las divisiones del tambor, el paso del tornillo tangencial y la longitud del brazo sobre el que actúa es de ordinario tal que una división del tambor corresponde a una inclinación de la visual de 1 cm a 100 m de distancia del instrumento; el movimiento ascendente o descendente de la visual es proporcional a la distancia. De esta manera se pueden medir pendientes, distancias y diferencias de alturas cuando las visuales sean casi horizontales.

EJEMPLO 1. Se desea marcar con un teodolito una pendiente del 0,3 %. Se nivela el anteojo y se lee el tambor o se pone a cero; se gira el tornillo tangencial hasta que el índice coincida con la división 30. En estas condiciones, la visual tiene la pendiente propuesta.

EJEMPLO 2. *Determinación de la distancia entre el instrumento y cierto punto.*—Para ello se coloca una mira verticalmente en este punto y se dirige la visual a una división conveniente (p. ej., 3,00 m) de la mira; se lee entonces el tambor del tornillo clisimétrico (sean 6 divisiones). Se hace girar el tornillo tangencial hasta cierta altura de la mira (p. ej., 5,00 m) y se vuelve a leer el tambor (supongamos que esta lectura sea de 46 divisiones). El número de divisiones correspondientes al giro del tornillo ha sido, pues, de $46 - 6 = 40$, que corresponden a su vez a un movimiento de la visual de 0,40 m a 100 m de distancia. Puesto que la visual ha recorrido sobre la mira $5{,}00 - 3{,}00 = 2{,}00$ m, esta última estará a $(2{,}00/0{,}40) \times \times 100 = 500$ m del teodolito. También puede procederse dando al tambor un giro adecuado, leyendo las divisiones correspondientes y tomando las lecturas inicial y final sobre la mira.

Algunos equialtímetros llevan un tornillo micrométrico vertical en un extremo del soporte del nivel tubular; mediante este tornillo se puede inclinar un poco el anteojo sin mover los tornillos nivelantes. Los tornillos micrométricos van provistos, generalmente, de un tambor graduado, con lo cual cabe usarlos como clisímetros del modo antes indicado.

Las distancias pueden también medirse visando una mira graduada horizontal con el teodolito, y leyendo el ángulo horizontal subtendido por una longitud leída sobre la mira.

2-21. Plomadas.—Las plomadas empleadas corrientemente en los levantamientos topográficos son relativamente pequeñas, gracias a lo cual puede verse su punta situándose casi exactamente por encima de la misma; la generatriz del cono forma con el eje un ángulo de unos 10°. La plomada debe ser de construcción esmerada, y de forma perfectamente regular. De ordinario, está compuesta por una masa de bronce (que pesa de 250 g a 450 g) con una punta recambiable de una aleación de acero muy resistente, y por un dispositivo para suspender la cuerda de que pende dicha masa, de modo que esta quede en prolongación del eje vertical del aparato. Para poner exactamente en estación el teodolito sobre un punto determinado, se emplean diferentes sistemas para regular la longitud del hilo de la plomada.

La plomada puede moverse por la acción del viento. Para poder centrar el teodolito sobre un punto dado, con más rapidez y seguridad que con la plomada ordinaria, casi todos estos aparatos llevan una *plomada óptica,* o *colimador óptico,* que consiste en un pequeño anteojo fijado sobre la plataforma del instrumento, y cuyo eje óptico pasa por el centro de esta última y es perpendicular al plano de los niveles; está construido de modo que el observador mire horizontalmente a través del mismo. Cuando el teodolito está nivelado, la línea de mira es vertical.

Otro sistema de plomada, no sujeta al efecto del viento, consiste

en una varilla extensible (formada por tubos en montaje telescópico), terminada en punta, que se coloca sobre el punto del terreno en que ha de estacionarse el teodolito; la varilla se dispone verticalmente por medio de un nivel esférico unido a la misma.

EJERCICIOS NUMERICOS [1]

2-1. Calcúlese el radio de curvatura de un nivel tubular graduado en dobles milímetros y cuya sensibilidad es de 30″ de arco por división.

2-2. Hállese la sensibilidad de un nivel tubular, cada una de cuyas divisiones vale 2 mm y cuyo radio de curvatura es de 10 m.

2-3. Calcúlese la apreciación de un nonio inverso cuyas divisiones valen 3 mm cada una, valiendo cada división de la escala principal 3,1 mm. ¿Cuántas divisiones habrá en el nonio? Dibújense el nonio y la regla correspondiente.

2-4. Determínese la apreciación de un nonio directo circular, aplicado a un limbo, cuyas divisiones valen $\frac{1}{4}°$ cada una, si 45 divisiones del nonio equivalen a 44 del limbo.

2-5. Dibújese un nonio directo que aprecie 1 mm para utilizarlo con una regla dividida en medios centímetros (0,5 cm). Para la misma regla dibújese un nonio inverso que aprecie 0,2 mm. Represéntese gráficamente la escala de los nonios.

2-6. Se enfila un anteojo sobre la división 0,50 m de una mira situada en un punto lejano y se anota la lectura correspondiente en el clisímetro. Se hace girar el tornillo hasta que en la mira quede enfilada la división 1,50 m; suponiendo que el tambor haya avanzado 84 divisiones, calcúlese la distancia a la mira.

REFERENCIAS

1. KIELY, R. E.: *Surveying Instruments,* Columbia University Press, Nueva York, 1947.
2. Los manuales editados por los fabricantes de instrumentos topográficos.
3. Véanse más referencias al final del capítulo III.

[1] Para más ejercicios numéricos y algunos problemas de campo, véase el capítulo VIII.

CAPITULO III

TRABAJOS DE CAMPO

3-1. Generalidades.—Después de haber indicado las distintas operaciones que constituyen un levantamiento, vamos a reseñar las fases de que consta el trabajo de campo.

1.ª Comprobación y corrección del instrumento, y preparación cuidadosa de todo el equipo de campo.

2.ª Localización o colocación de estacas u otras señales más o menos permanentes que han de servir de apoyo del trabajo o para otros fines ulteriores.

3.ª Determinación planimétrica (sobre el plano horizontal) de objetos o puntos por medio de observación de ángulos y distancias.

4.ª Determinación altimétrica (nivelación) de objetos y puntos mediante alguno de los métodos de nivelación.

5.ª Registro de todas las observaciones hechas al aire libre, bien sea en la libreta de campo, como se hace de ordinario, o directamente, en forma de croquis a escala.

En toda clase de levantamientos, el trabajo de campo es de capital importancia. El llegar a dominar la técnica de los levantamientos requiere cierta experiencia en los trabajos de campo. Los libros sirven para adquirir todos los conocimientos teóricos necesarios sobre los instrumentos, su empleo y los métodos operatorios; pero la destreza en los levantamientos topográficos, como en toda materia que requiera la intervención personal directa del hombre, solo se adquiere con una larga y variada práctica de su ejercicio.

3-2. Prácticas de campo para los estudiantes de topografía.—En muchos cursos de topografía se hacen prácticas de campo a la vez que se estudia la teoría. En posteriores páginas de este libro proponemos problemas de campo para que el alumno pueda adquirir cierta práctica en las operaciones elementales de los levantamientos.

No es posible, en un solo curso, que el alumno se convierta en un perfecto observador ni en un instrumentista experimentado, pero puede adquirir conocimientos claros y eficaces de los instrumentos topográficos, así como de su manejo y aplicación. En las prácticas de campo elementales no se abordan levantamientos de mucha extensión ni dificultad, pero surgen siempre determinados problemas que pueden repetirse en otros levantamientos de más importancia.

Los alumnos que componen cada grupo de prácticas deben alternar diariamente en las diferentes operaciones del levantamiento. La habilidad para colocar y mantener correctamente la mira es tan importante como

el saber manejar el nivel, ya que es preciso conocer a fondo el detalle de todo el trabajo, aunque este sea subalterno, para poder dirigir inteligentemente un levantamiento.

3-3. Estudio previo del trabajo a realizar.—Antes de ir al campo hay que saber qué es lo que se va a hacer y cómo se va a hacer. Para ello hay que estudiar con todo detenimiento cada caso, primero considerando su finalidad y después haciendo una crítica detenida del proceso a seguir. Ha de tenerse bien presente la sucesión de operaciones constitutivas de las diferentes fases del levantamiento, de modo que en el campo se vaya poniendo en práctica todo lo aprendido en la teoría. Una vez estudiado el problema, se hará una lista del equipo necesario para su ejecución, que debe examinarse al irlo preparando, para reparar inmediatamente cualquier defecto o desperfecto advertidos.

3-4. Rapidez.—La velocidad con que se hace un trabajo de campo depende en gran parte de la práctica adquirida en el manejo de los instrumentos; pero por mucha práctica que se tenga, no es posible esperar de un trabajo rápido un resultado plenamente satisfactorio si no se ha planeado con todo cuidado y no se ha procedido con método y extremado esmero.

3-5. Exactitud.—No debe considerarse ninguna medida como bien hecha hasta no haber sido comprobada. En cuanto sea posible, los métodos de comprobación serán distintos de los seguidos en la primera medición. Toda persona está sujeta a sufrir equivocaciones, pero un error en el trabajo de campo desprestigia a su autor si es otro individuo quien descubre la falta. Nada perjudica tanto la reputación profesional de un topógrafo como la falta habitual de exactitud, es decir, la negligencia en la toma de los datos de campo.

3-6. Precisión adecuada.—La precisión de las mediciones debe ir de acuerdo con la finalidad del levantamiento. Sucede con frecuencia que los principiantes no conciben que cada clase de trabajo requiera una precisión diferente, ni consiguen mantener durante todo el levantamiento el mismo grado de precisión con que comenzaron. No pueden darse reglas fijas para la precisión relativa de las distintas clases de trabajo, porque las finalidades, aplicaciones y demás circunstancias son tan numerosas como complicadas, pero siempre conviene recurrir al sentido común. Cada levantamiento constituye un problema, y el topógrafo debe marcar los límites tolerables de error por propia iniciativa y estudio del caso, aconsejado por la experiencia de los demás. No es mejor topógrafo el que opera con extrema precisión, sino el que hace un levantamiento con la precisión suficiente para el fin propuesto, sin dispendio de tiempo y de dinero.

3-7. Relación entre ángulos y distancias.—Es costumbre, antes de empezar un levantamiento o de abordar una parte especial de este, fijar el error tolerable en las mediciones lineales; a veces es necesario situar un punto dado a cierta distancia de su posición exacta. Si las mediciones han de ser conformes, la precisión de los ángulos debe guardar relación

con la de las distancias correspondientes; dicho de otro modo, el error en posición de un punto debido a error angular no ha de diferir considerablemente del debido a error lineal. En la figura 3-1, B es la verdadera posición de un punto respecto a la recta AC, y B', su posición errónea debida al error e_d cometido en la medición de la distancia AB, así como a la desviación e_a originada por el error e cometido en la medición del ángulo BAC.

Evidentemente, una relación adecuada entre errores angulares y errores lineales exigiría que las distancias e_a y e_d fueran iguales o casi iguales.

El error lineal se expresa por un cociente, como, p. ej., 1/200; esto significa que si la distancia AB fuera de 200 m, el error e_d sería de 1 m. Del mismo modo, el error e_a debería ser igual a 1 m, y la tangente (o el seno) del error angular e_α habría de ser 1/200. Según esto, cabe decir que

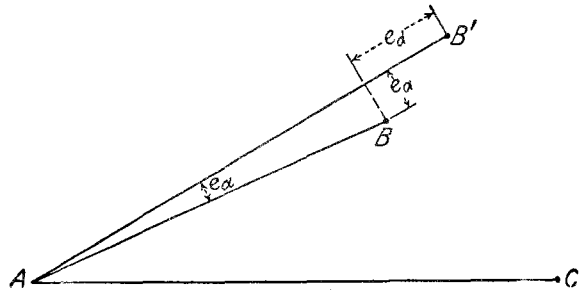


FIG. 3-1.—Errores lineal y angular.

se tendrá una relación apropiada o conforme entre ángulos y distancias cuando la tangente o el seno del error angular tolerable sea igual al error lineal admisible, expresado en forma de cociente.

Es imposible conseguir igualdad exacta entre estos dos errores, pero con una o dos excepciones que indicaremos poco después pueden realizarse los levantamientos de tal modo que sea pequeña la diferencia entre las precisiones angular y lineal. Puesto que la precisión de un levantamiento se juzga con frecuencia por el número de cifras decimales en las distancias medidas, es siempre preferible medir los ángulos con una precisión por lo menos igual a aquella con que se han medido las distancias. En la tabla 3-1 se consignan los errores lineales y los cocientes o relaciones de precisión correspondientes a varios errores angulares para una distancia de 100 m. Para una longitud mayor de 100 m, el error lineal aumenta en proporción directa. Conviene recordar que un error angular de 1′ corresponde a un error lineal de unos 3 cm por 100 m.

Para aclarar el empleo de esta tabla, supongamos que hay que medir distancias con una precisión de 1/10 000; el error angular tolerable es de 20″. Por otra parte, supongamos que la distancia observada entre el instrumento y un punto sea de 66 m, con un error probable de 0,2 m.

Para un error angular de 10′, el error lineal correspondiente es de $0{,}66 \times 0{,}29 = 0{,}19$ m; por consiguiente, la lectura angular no debe aproximarse más de 10′.

Las *excepciones* antes aludidas se refieren a levantamientos en que las distancias se miden con poca precisión, midiendo en cambio los ángulos con mayor precisión de la requerida sin aumento de trabajo ni pérdida de tiempo. Así, p. ej., en medidas con cinta de poca exactitud la precisión puede ser de 1/1000, que corresponde a un error angular de 3′; pero con los teodolitos ordinarios, los ángulos pueden determinarse tan fácilmente con una aproximación de 1′ como con una aproximación de 3′.

TABLA 3-1

Correspondencia entre los errores angulares y lineales

Error angular	Error lineal en 100 m	Grado de precisión
10′	0,29089	1/344
5′	0,14544	1/688
1′	0,02909	1/3440
30″	0,01454	1/6880
20″	0,00970	1/10 300
10″	0,00485	1/20 600
5″	0,00242	1/41 200

3-8. Precisión de las observaciones angulares.—Es muy frecuente que los datos de campo sirvan de base para determinados cálculos donde intervienen funciones trigonométricas, y es necesario que los resultados así obtenidos tengan cierta precisión.

Si los valores de estas funciones fueran exactamente proporcionales a la magnitud de los ángulos (o dicho de otro modo, si a un incremento angular correspondiera un aumento o disminución proporcional del valor de la función), el problema de determinar la precisión de las mediciones angulares se resolvería automáticamente del modo expuesto en la sección anterior.

Pero como la variación de los senos de ángulos pequeños, de los cosenos de ángulos próximos a los 90° y de las tangentes y cotangentes de pequeños y grandes ángulos es relativamente considerable, resulta evidente que la precisión con que se mide un ángulo debe depender del valor del mismo y de la función que haya de emplearse en el cálculo (véase Sec. 4-6). De ordinario, suele prestarse poca atención a este aspecto tan importante de la precisión de las observaciones, aun por parte de topógrafos ya avezados, con la consecuencia de que se obtienen a veces resultados que acusan precisión mucho mayor de la que realmente tienen. No es práctico medir cada ángulo con la exactitud necesaria para asegurar una precisión suficiente en los valores deducidos del cálculo posterior, sino que el topógrafo deberá conocer la finalidad del

levantamiento y las propiedades de las funciones trigonométricas utilizadas para medir los ángulos dentro de los límites de precisión requeridos.

En las figuras 3-2 y 3-3 se ve el grado de precisión correspondiente a varios errores angulares comprendidos entre 5″ y 1′ para senos, cosenos, tangentes y cotangentes. En el caso de cada una de estas funciones, la curva correspondiente se utiliza como sigue:

1.° Para determinar el grado de precisión correspondiente a un error angular y a un ángulo dados.

2.° Para hallar el ángulo máximo o mínimo que, para un error angular dado, proporciona el grado de precisión deseado.

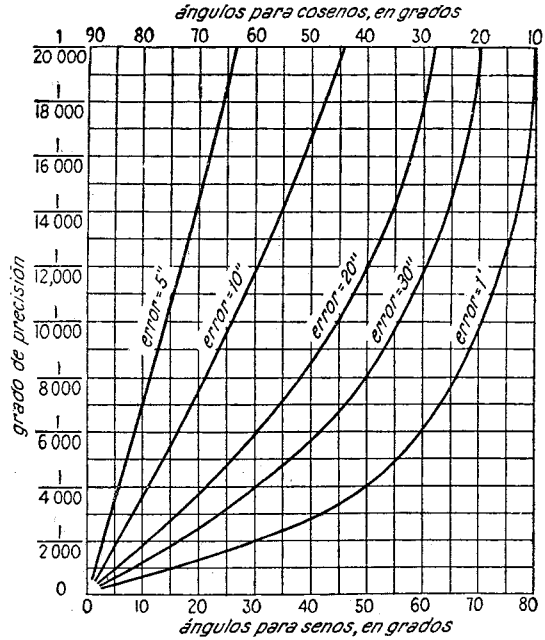


FIG. 3-2.—Error relativo o grado de precisión para senos y cosenos.

3.° Para determinar la precisión con que deben medirse ángulos de determinada magnitud, con el fin de que los cálculos resulten con cierto grado de precisión.

A continuación damos algunos ejemplos sobre el uso de estas curvas:

1.° Supongamos que con un teodolito que aprecie minutos se lee un ángulo de 32° 00′. Se quiere saber el grado de precisión de un cálculo en que interviene la tangente del ángulo leído, si el error de este es de 30″. En el gráfico de la figura 3-3 se ve que el grado de precisión correspondiente a la intersección de la curva $E = 30''$ con la ordenada que pasa por el punto 32° es de 1/3000.

2.° En una red de triangulación pueden medirse los ángulos con un error no superior a 5″. Los cálculos en que han de intervenir senos deben tener una precisión no inferior a 1/20 000. Se desea determinar el ángulo mínimo permisible. En el diagrama de la figura 3-2 (senos), a una precisión de 1/20 000 y a un error angular de 5″ corresponde un ángulo de 26°.

3.° Se quiere que la precisión en ciertos cálculos donde intervienen cosenos sea de 1/10 000, para lo cual se desea saber con qué precisión han de medirse los ángulos. En el diagrama de la figura 3-2 (cosenos) se ve que para una precisión de 1/10 000 el error para ángulos de unos 76° no debe pasar de 5″; para ángulos de unos 64° el error angular no ha de exceder de 10″, y así para los demás valores decrecientes de los ángulos leídos.

Hay que tener presente que tanto las mediciones angulares como las lineales deben hacerse siempre con la precisión que requieran los cálculos subsiguientes, ya que los resultados no serán nunca más exactos que los datos de que proceden.

3-9. Definiciones.—Para la mejor inteligencia de las operaciones que

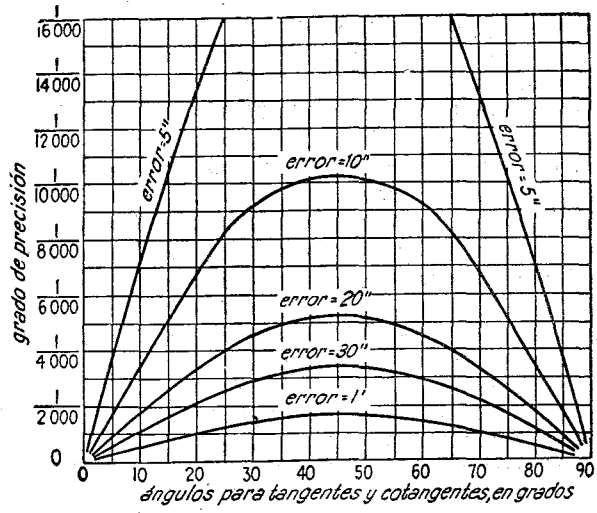


FIG. 3-3.—Error relativo o grado de precisión para tangentes y cotangentes.

hemos de describir vamos a dar algunas definiciones sucintas de los términos empleados en los levantamientos.

Cintada.—Es la operación de medir con cinta distancias horizontales o inclinadas.

Portamira.—Es un subalterno, ordinariamente un peón, cuya misión es situar las miras o jalones en los puntos que le indique el topógrafo o su ayudante.

Visual de espalda.—1) Es una visual dirigida con el nivel a un punto de altura o cota conocida. 2) También la visual dirigida con el teodolito a un punto de una

alineación generalmente hacia atrás; es decir, en sentido contrario al de avance en el itinerario.

Visual de frente.—1) Es una visual dirigida con el nivel hacia un punto cuya altura o cota se quiere determinar. 2) Así mismo la visual dirigida con el teodolito a un punto (generalmente hacia adelante) de una alineación cuya distancia y dirección se desean determinar.

Pendiente.—Es el grado de inclinación, subiendo o bajando, de una alineación. Se expresa de ordinario en tanto por ciento; p. ej., una pendiente de un 4 % es la inclinación de una recta que sube o baja 4 m en una distancia horizontal de 100 m.

Estación.—Es todo punto sobre el que se centra el teodolito o el nivel, y que se señala con una estaca muy poco saliente sobre el terreno, en la cual se clava una tachuela para marcar exactamente el punto.

Alineación.—Es la recta que une dos puntos y sobre la cual se hacen las mediciones necesarias para determinar distancias o ángulos. *Alinear* un punto es situarlo sobre una alineación, haciendo señales a un peón o ayudante para que sitúe el jalón o la mira en la dirección debida.

Puntos de mira o de cambio.—Se denominan así aquellos puntos del terreno o situados sobre alguna construcción y que se señalan a veces de modo temporal o provisional, en los cuales se sitúa la mira de nivelación, una vez para la visual o nivelada de frente y otra para la de espalda.

Puntos permanentes.—Son puntos de cota conocida, señalados con placas o marcas de cierta permanencia, que sirven de referencia y comprobación. Muchos puntos de mira pueden ser también puntos permanentes.

3-10. Señales a los portamiras.—Excepto para distancias muy cortas, conviene sistematizar las señales hechas con la mano, pañuelo o banderola para indicar a los portamiras los movimientos que han de hacer, método mucho más eficaz y cómodo que el de dar voces o hacer ademanes de difícil interpretación.

Derecha o izquierda.—Se extiende el brazo correspondiente en la dirección en que ha de moverse el portamira. Un movimiento lento y amplio de la mano indica también un movimiento considerable de aquel. Estas señales pueden hacerse desde el teodolito al portamira o al ayudante o peón que va midiendo con cinta; así mismo, desde el nivel al portamira, o por un ayudante o peón a otro.

Arriba o abajo.—Se mueve el brazo hacia arriba o hacia abajo con la mano extendida. Una vez que el portamira ha realizado el movimiento deseado, se mueve el brazo hacia el horizonte. Estas señales las hace el operador que está observando con nivel.

Conformidad.—Para indicar que la posición de la mira o del jalón, o simplemente que el movimiento indicado se ha efectuado de conformidad con lo ordenado, se extienden los dos brazos horizontales y se mueven arriba y abajo los antebrazos. Estas señales puede hacerlas cualquier individuo de los que componen el grupo encargado del levantamiento.

Enderezar la mira o el jalón.—Se extiende el brazo verticalmente y se mueve en la dirección en que hay que inclinar la mira o el jalón hasta que quede en posición vertical. Dichas señales las hace el observador de teodolito o de nivel.

Llamar la atención.—El topógrafo extiende un brazo verticalmente sobre su cabeza.

Establecer un punto de mira o una estación.—El observador extiende un brazo sobre su cabeza y lo mueve describiendo un círculo.

Punto de cambio o punto permanente.—En los perfiles longitudinales, el portamira coloca la mira o el jalón horizontalmente por encima de la cabeza, y después la dispone sobre el punto.

Indicar alineación.—El portamira eleva con las dos manos el jalón sobre su cabeza y después lo baja para colocarlo en posición vertical. Si desea fijar el punto con estaca u otra marca, hace oscilar el jalón a uno y otro lado, pero con la punta en el suelo.

Oscilar la mira.—El topógrafo que opera con nivel levanta un brazo verticalmente y lo hace oscilar de un lado a otro.

Cambio de estación del instrumento.—Se mueven los brazos de fuera hacia dentro y de abajo hacia arriba, como si se estuvieran juntando las patas del trípode del instrumento y echándoselo al hombro. Esta señal la hace el jefe del grupo o el ayudante encargado de la medición con cinta cuando hay que cambiar de estación el teodolito, es decir, cuando hay que trasladarlo de uno a otro punto.

3-11. Cuidado y manejo de los instrumentos.—En los capítulos siguientes nos ocuparemos del uso de los diferentes instrumentos topográficos, por lo cual es oportuno consignar aquí normas para el cuidado y manejo de tales instrumentos, normas que deben ser observadas en todo trabajo de campo, no solo porque el alumno (o el operador, en general) es responsable del instrumento que maneja, sino para que adquiera la excelente costumbre de ser cuidadoso.

Instrumentos topográficos.—Las normas siguientes se aplican a los teodolitos, niveles, brújulas y planchetas (véanse las referencias al final de este capítulo).

1.ª Hay que manejar el instrumento con cuidado, sobre todo al sacarlo de su caja.

2.ª. Compruébese que queda bien asegurado en su trípode.

3.ª Al pasar por puertas, portadas, calles estrechas, etc., no debe llevarse el instrumento en el hombro, sino debajo del brazo y de manera que el instrumento propiamente dicho vaya hacia adelante.

4.ª Antes de salvar una cerca, alambrada u obstáculo similar se pasa el instrumento al otro lado, donde se coloca con las patas del trípode bien abiertas.

5.ª Tanto para trasladar como para manejar el instrumento, los tornillos de fijación deben estar apretados, aunque no a fondo, de modo que las partes amordazadas puedan moverse si el instrumento sufre algún golpe o sacudida.

6.ª Hay que proteger el instrumento contra golpes y vibraciones.

7.ª Si hay que embarcar el instrumento, debe envolverse en papel o con un paño dentro de su estuche, y empaquetar este último, bien almohadillado, en una caja grande.

8.ª No debe dejarse nunca solo el instrumento en estación en las calles, aceras, cerca de edificios en construcción o en campos donde haya ganado, ni en ningún otro lugar donde exista posibilidad de que le ocurra algún accidente.

9.ª Al levantar el instrumento para cambiarlo de estación hay que aflojar un poco las tuercas de aletas que regulan el aprieto de las patas del trípode, de modo que al colocarlas horizontalmente puedan caer por su propio peso.

10. Al estacionar el instrumento no deben ponerse las patas del trípode demasiado juntas, y hay que asegurarse de que están firmemente apoyadas en el suelo; para ello se aprietan estas hacia abajo, pero en el sentido de su longitud y no verticalmente. En la medida de lo posible, debe estacionarse sobre terreno firme, y en caso contrario, cuando el terreno sea flojo o blando, no debe pisarse cerca de las patas del trípode.

11. Mientras se están haciendo observaciones no se tocará el instrumento, excepto lo preciso para realizar aquellas; no se debe dar vueltas alrededor de aquel.

12. Al apretar los diferentes tornillos (de fijación, de coincidencia y nivelantes) se procederá con precaución, limitándose a asegurar una fijación suficiente. *La tendencia general de todo operador es a apretar demasiado estos tornillos.* Las consecuencias de tan mala costumbre pueden ser: embotamiento del fileteado de roscas y tornillos, torcedura de estos últimos, alabeo de las partes demasiado apretadas entre sí, así como producir en el instrumento tensiones y presiones indebidas que ponen en peligro su equilibrio y la continuación de su buen estacionamiento. Hay que tener cuidado especial en no forzar los pequeños tornillos que sujetan el anillo del retículo.

13. Hay que aprender a hacer un nudo corredizo en el hilo de la plomada que pueda fácilmente deshacerse en el momento deseado. Los nudos demasiado apretados del hilo indican inexperiencia o abandono.

14. Antes de empezar las observaciones se enfoca bien el retículo con el ocular, y se comprueba, moviendo un poco el ojo a uno y otro lado, que no hay paralaje (véase Sec. 2-10).

15. *Cuando no se opera con la brújula, compruébese que la aguja no se apoya sobre su pivote.* Mientras la aguja está sobre el pivote, cualquier golpe o sacudida puede dañar la punta de este último o romper la lámina de cristal o gema en que se apoya aquella sobre el pivote, dando lugar a que no se mueva con libertad y a que los rumbos leídos no merezcan confianza.

16. Usese siempre un tubo quitasol, que se pone o se saca del anteojo dándole vueltas en el sentido de las agujas del reloj para no exponerse a aflojar el objetivo.

17. Antes de devolver el instrumento a su caja se ponen las tapas en el objetivo y en el ocular y se limpia bien todo el aparato con un paño seco y limpio.

18. Hay que tener siempre disponible una capucha impermeable para resguardar el instrumento de la lluvia en caso necesario. Si esta se presenta de modo imprevisto y no se dispone de capucha protectora, se pone la tapa al objetivo y se coloca el anteojo mirando hacia lo alto.

19. La suciedad de las partes no resguardadas, como el fileteado de

los tornillos tangenciales, se quita limpiándolos con un paño untado de aceite. Cuando los tornillos o correderas se mueven con dificultad hay que limpiarlos con gasolina o petróleo y engrasarlos ligeramente con aceite de máquina. No deben emplearse sustancias corrosivas.

20. El único aceite que debe emplearse es el de máquina de la mejor calidad o el llamado de relojero. Se engrasa con muy poca cantidad de aceite y se limpia todo el sobrante con un paño flojo. Con tiempo muy frío puede ser necesario emplear el grafito para la lubricación.

21. Nunca debe restregarse el objetivo ni el ocular con los dedos ni con un paño basto. Para quitar el polvo se emplea un pincel de pelo de camello, o una gamuza o un paño bien liso (sin hilazas) si el polvo está mojado o demasiado adherido a las lentes. De cuando en cuando pueden limpiarse estas últimas con una mezcla de alcohol y agua a partes iguales. Las lentes no deben tener aceite alguno en su superficie.

22. Nunca se tocarán con los dedos los limbos graduados ni los nonios. Tampoco deben limpiarse demasiado, y, sobre todo, no hay que restregar nunca sus bordes.

23. No debe tocarse el vidrio del tubo del nivel ni echarle el aliento, porque un calentamiento desigual de la ampolla da lugar a una desviación anormal de la burbuja.

24. Si la ampolla del nivel se suelta de la armadura metálica, se vuelve a fijar con yeso o se inmoviliza con pequeñas cuñas de papel o mondadientes.

25. En el campo pueden hacerse pequeñas reparaciones, como reposición de una ampolla de nivel (véase Sec. 2-5) o de los hilos rotos del retículo (véase Sec. 2-13); pero siempre que sea posible hará las reparaciones un instrumentista de confianza en la tienda o en la fábrica de que proceda el instrumento.

26. Conviene llevar siempre algunas piezas de repuesto; así, p. ej., una ampolla de nivel, un retículo, un tornillo nivelante y otro de fijación y coincidencia.

27. En tiempo frío hay que evitar que el instrumento esté expuesto a cambios bruscos de temperatura (como puede suceder al entrar con él en un local caldeado). El observador debe usar mitones sobre los guantes ordinarios y no respirar hacia el ocular. La película de hielo que puede formarse sobre las lentes se quita con un trozo de madera terminado en punta.

En la sección siguiente damos normas para la verificación de instrumentos.

Cinta métrica.—Debe mantenerse siempre en línea recta al hacer las mediciones; una cinta que forma cocas se rompe al tirar de ella con fuerza. Las cintas de acero se oxidan con facilidad, por lo cual deben limpiarse y secarse muy bien después de haberlas usado. Muchas cintas van enrolladas en una especie de devanadera, pero de ordinario se disponen en forma de 8, con lazos de 1,5 m de longitud, y después se

tuerce este para darle forma de círculo, con un diámetro de unos 25 cm, del modo siguiente:

Se sujeta el extremo cero de la cinta con la mano izquierda y, dejando que la cinta pase libremente por entre los dedos, se abren los brazos. Al llegar a la señal del 1,5 m, se agarra la cinta con la mano derecha, se juntan las manos y se sujeta con la izquierda por la marca 1,5 m, teniendo cuidado que no dé la vuelta; asiendo con la mano izquierda el lazo así formado, se vuelven a extender los brazos en otro metro y medio, se hace otro lazo, que se sujeta con la mano izquierda, y así sucesivamente hasta llegar al final de la cinta, cuyo extremo se ata con los lazos anteriores en el sitio en que está el otro extremo de la cinta con una tira de cuero. Se dobla el 8 así formado hasta convertirlo en un círculo, cuyo diámetro sea aproximadamente la mitad del eje mayor del 8.

Para hacer uso de la cinta se procede a la inversa; es decir, se desdobla aquella para que quede de nuevo formando *ochos;* se desata la correa, se suelta el primer lazo, de modo que no se doble ni se tuerza la cinta, y se avanza en la dirección en que se haya de medir, soltando un lazo cada vez y cuidando de que no se formen cocas.

Hay que poner atención especial cuando se opera cerca de líneas de energía eléctrica. Han ocurrido muchos accidentes fatales al tocar con una cinta metálica cables de alta o media tensión.

No debe utilizarse el jalón como palanca para aflojar estacas o piedras, porque se dobla o se rompe la punta de acero del zuncho, con lo cual queda aquel inservible para marcar con precisión los puntos al establecer o prolongar alineaciones.

Con el fin de evitar la pérdida de agujas, se ata un trozo de tela de color (preferiblemente rojo) en la anilla u ojo de cada una.

Miras de nivelación.—Procúrese que el pie metálico de la mira (cantonera o pivote) no golpee contra suelo duro, porque a la larga acabaría por deformarse aquel, con el consiguiente peligro de introducir errores en la nivelación. El pie de la mira deberá estar siempre limpio. Cuando las miras enterizas (de 3 a 4 m de longitud) no se estén usando, se colocarán de pie sobre el suelo, o apoyadas en toda su longitud sobre una superficie plana para evitar que puedan combarse. Cuando no están en uso, las miras articuladas se tienen con todos los tornillos o piezas de sujeción flojos por la posibilidad de expansión de la madera.

3-12. Verificación y corrección de instrumentos.—Se entiende por verificación de un instrumento la comprobación de que su funcionamiento es bueno; por corrección, las operaciones necesarias para que todas las partes del mismo tengan la posición debida. No se trata, pues, de las operaciones ordinarias de nivelar el instrumento, enfilar el anteojo, etc.

Un buen topógrafo debe ser hábil en la verificación y corrección de los instrumentos topográficos más corrientes. Aunque se sabe que el efecto de los errores instrumentales puede eliminarse mediante el empleo de métodos adecuados, también es verdad que los instrumentos bien

corregidos facilitan grandemente el trabajo de campo. Las operaciones para verificar y corregir un instrumento no son laboriosas, ni los principios en que se fundan son de difícil comprensión. No obstante, hay topógrafos que consideran la corrección de un instrumento como algo solo accesible a la experiencia de los instrumentistas profesionales. Los requisitos principales que debe cumplir todo topógrafo, en orden a la corrección de instrumentos, son los siguientes:

1.° Conocer los principios en que se basa la corrección.
2.° Cómo se conoce que un instrumento necesita corrección.
3.° Saber cómo se hace la corrección.
4.° Apreciar el efecto de una corrección sobre otra.
5.° Saber el efecto que produce cada corrección sobre el empleo del instrumento.
6.° Aprender el orden en que hay que proceder para hacer la corrección del modo más sencillo y más rápido posible.

La frecuencia con que debe verificarse un instrumento depende de la clase de comprobación de que se trate, del instrumento mismo, del cuidado en su manejo y de la precisión con que hay que hacer las observaciones. Lo normal es que un buen instrumento bien conservado funcione con suficiente precisión para levantamientos ordinarios durante meses y años. Por otra parte, todo golpe inadvertido puede ocasionar desajustes en cualquier momento. En los levantamientos corrientes es costumbre excelente la de comprobar los principales ajustes una vez cada día, sobre todo en levantamientos muy largos, donde no es posible hacer comprobaciones frecuentes de la precisión de los datos de campo. Prescindir de esta buena práctica da lugar a veces a tener que repetir itinerarios, con pérdida en ocasiones de días enteros de trabajo. La repetición de las comprobaciones con frecuencia razonable garantiza la bondad del trabajo, por lo cual nunca se ponderará bastante la necesidad de esta práctica. El topógrafo encargado de las observaciones instrumentales debe hacer las verificaciones y correcciones necesarias cuando no entorpezcan el trabajo del levantamiento propiamente dicho. Claro está que hay precisiones o comprobaciones que pueden hacerse sin apenas pérdida de tiempo durante el trabajo normal en campo.

Generalmente, las correcciones se efectúan apretando o aflojando ciertos tornillos, que casi siempre son de cabeza de cabrestante y se hacen girar con un *punzón* o varilla especial. Veamos algunas normas generales para la ejecución de estas correcciones.

1.ª El punzón de ajuste debe llevarse en el bolsillo y no dejarlo en la caja del instrumento, para evitar la pérdida de tiempo que supone lo contrario.
2.ª El punzón debe entrar a fondo en los agujeros de la cabeza del tornillo, pues de no ser así, dicha cabeza quedaría pronto estropeada.
3.ª Es preferible hacer tales correcciones con el instrumento en la sombra.
4.ª Antes de hacer la corrección hay que comprobar que no hay pieza alguna

floja (incluso el objetivo). Una vez terminada una corrección, debe hacerse la correspondiente comprobación antes de usar de nuevo el instrumento.

5.ª Cuando hay que efectuar varias correcciones relacionadas entre sí, se gana tiempo haciendo primero una serie de correcciones aproximadas y repitiendo después dicha serie hasta lograr el ajuste preciso. De este modo van corrigiéndose poco a poco las diferentes partes en cuestión. Aquellas correcciones que no guardan relación con ninguna otra deben hacerse directamente y no del modo acabado de indicar.

3-13. Datos de campo.—No hay operación más importante, y que, sin embargo, no esté con frecuencia más descuidada, que el registro de los datos de campo. Efectivamente, la competencia de un topógrafo se manifiesta más claramente en el modo de anotar los datos de campo que en el manejo de los instrumentos. Estos datos deben constituir un registro permanente del levantamiento, de fácil interpretación para cualquiera que entienda de trabajos topográficos. Muchos operadores de campo parece que piensan que su trabajo es bueno si los datos anotados, ayudados por su propia memoria, son lo bastante inteligibles para poder ser utilizados inmediatamente, cualquiera que sea la finalidad del levantamiento. Pero, en la mayoría de los levantamientos, es imposible predecir el valor que algún día remoto puedan adquirir los datos anotados en campo. No es raro el caso de diligencias o resoluciones judiciales basadas en levantamientos hechos muchos años antes. En múltiples ocasiones es preciso replantear o ampliar levantamientos antiguos; en tales casos es muy probable que los datos de campo sean la única prueba de que se disponga, y su valor depende en gran medida de la claridad y cantidad con que están anotados.

Los datos son no solo numéricos, sino que consisten también en notas aclaratorias y croquis; es decir, los datos de un levantamiento o de una práctica escolar han de incluir no solo las cifras correspondientes a cada medición, sino el estado del tiempo al hacer las observaciones, el nombre y misión de los miembros del equipo, aparte de una referencia del lugar donde se ha operado y de la finalidad del levantamiento.

Todas las anotaciones deben pasarse al cuaderno de campo, al tiempo de hacer las observaciones; las notas puestas después, de memoria o copiadas de otras, pueden ser útiles, pero no son datos de campo; las notas se han de hacer con claridad y pulcritud; ordinariamente se hacen con lápiz (aunque después deben pasarse a tinta), y hay que considerarlas como un archivo *permanente* y no como apuntes valederos solo para uso inmediato.

No se crea que es tarea fácil la de tomar bien las notas; debe tenerse siempre presente que estas notas pueden ser utilizadas por otras personas desconocedoras del lugar y que han de apoyarse exclusivamente en los datos registrados de que dispongan. Por tal razón, el registro o libreta de campo debe contener no solo toda la información necesaria, sino que los datos han de estar anotados de modo que admitan una interpretación única y correcta. Un buen croquis ayuda a la comprensión de los datos,

y no debe escatimarse su número. El empleo que se ha de hacer de los datos servirá de guía para discernir cuáles son necesarios y cuáles superfluos. Al consignar en la libreta los datos, notas, etc., hay que ponerse en el lugar de otra persona que no está presente en el momento en que se está operando. Antes de hacer un levantamiento se considerarán detenidamente todos los datos necesarios al mismo, y, al llegar al campo, se tomarán tales datos, pero ninguno más.

Aunque el registro de datos y notas, tal y como aquí lo exponemos, está sistematizado y cabe decir que normalizado, casi siempre hay que complementar estas normas y, en muchos casos, el topógrafo tiene que improvisar la forma de hacer las anotaciones. Es muy conveniente disponer de una clave de signos convencionales.

En ciertos casos, como en la fijación de detalles para cartografía, pueden completarse los datos de campo con fotografías tomadas con una cámara corriente.

3-14. Libreta de campo.—Las libretas de campo deben tener papel de buena calidad, con tapas de cartón fuerte o de cuero, apropiadas para resistir un uso duro y prolongado, y serán de tamaño adecuado para que quepan en un bolsillo de la americana. Son útiles los papeles impermeables, sobre algunos de los cuales puede escribirse aun estando mojados.

Algunas casas de material topográfico venden libretas de campo especiales para anotaciones de ciertos tipos (secciones transversales o movimiento de tierras). Para los levantamientos ordinarios o para las prácticas de alumnos de topografía, cuyos problemas son todos de carácter general, sirve muy bien un modelo de libreta en el que las páginas de la derecha están divididas en pequeños rectángulos con una línea roja de arriba abajo, que pasa por el centro; las páginas de la izquierda se hallan divididas en varias columnas; el rayado horizontal es el mismo en las dos páginas. Este modelo y otros análogos se designan con el nombre genérico de *libretas de campo* (véase Fig. 14-5, etcétera). En general, los datos numéricos se anotan en la página de la izquierda, y los croquis y notas aclaratorias, en la de la derecha. Otras libretas, que se suelen utilizar en las nivelaciones, tienen todas las páginas divididas en columnas, con el rayado horizontal más espaciado que en las de campo antes descritas; estos cuadernos se llaman *libretas de nivelación* (véase Fig. 9-3).

La libreta de campo puede estar presentada de tres maneras: con cosido ordinario, con anillas o muelle helicoidal y con hojas sueltas. La libreta con hojas perforadas y unidas con anillas o alambre helicoidal (que no puede llamarse de hojas sueltas) tiene la ventaja sobre las cosidas corrientes de que puede abrirse del todo e incluso doblarse de modo que las pastas queden una contra otra.

Las libretas con hojas sueltas o recambiables están cada vez más en uso debido a las siguientes ventajas:

1.ª Solo hay que llevar una libreta, porque en ella pueden disponerse hojas en blanco de diferentes rayados, así como notas o instrucciones referentes al trabajo ordinario de campo.

2.ª Pueden sacarse hojas para su utilización en gabinete mientras continúa el trabajo de campo.

3.ª Pueden hacerse copias en el campo con papel carbón para enviarlas a la oficina. Estas copias ofrecen la ventaja adicional de remediar la posible pérdida de datos por extravío o deterioro de la hoja original. Son muy útiles los cuadernos copiadores.

4.ª Las hojas correspondientes a cierto levantamiento pueden agruparse en una sola libreta. De este modo se van constituyendo secciones distintas, que ocuparán menos volumen que las libretas cosidas y encuadernadas.

5.ª Las libretas de hojas recambiables resultan menos costosas que las encuadernadas.

Las desventajas son:

1.ª Que pueden perderse las hojas o no colocarse en su debido orden.

2.ª Que pueden sustituirse hojas originales por otras copiadas o retocadas, lo que constituye una falta grave.

3.ª Que suele haber más dificultad para la identificación de fechas (cuando se trata de litigios o de acciones judiciales) que con las libretas cosidas. (Este detalle tiene mucha importancia en los levantamientos catastrales.) Cuando se utilizan cuadernos de hojas recambiables hay que foliar *cada una* con los datos completos de fecha, número de orden y levantamiento a que corresponde.

Las hojas sueltas pueden ser simples o dobles: las simples están rayadas por sus dos caras, y se utilizan unas a continuación de otras; las dobles llevan una página izquierda unida a otra derecha, y van rayadas por una sola cara.

No es preciso que las hojas para obtener copias con papel carbón sean rayadas.

3-15. Modo de anotar los datos en campo.—Debe usarse para ello un lápiz 4H bien afilado; si se emplea un lápiz más duro, apenas si se distinguen los trazos, y si se utiliza uno más blando, se puede emborronar lo escrito. La letra inclinada de palo [véase Fig. 6-3(*a*)] parece la más indicada para tomar notas con rapidez y claridad. Las anotaciones de gabinete referentes a valores reducidos o enmendados se efectuarán con tinta roja para evitar confusiones con los datos originales.

Las cifras serán claras y sencillas; tampoco se escribirá un número encima de otro. En general, *nunca se deben raspar o borrar los números;* cuando hay que inutilizar un número, por error o distracción, se tacha con un trazo de lápiz, anotando en el espacio interlineal superior la cifra que debió escribirse. Hay partes de croquis o algunas notas que pueden borrarse con una goma siempre que haya razón bastante para hacerlo así.

Al tabular cantidades hay que disponer las cifras de tal modo que las de igual valor caigan sobre una misma línea vertical. Si se escriben decimales, no debe olvidarse nunca la coma correspondiente. Las can-

tidades anotadas deben reflejar siempre el grado de precisión con que se han hecho las mediciones; si una lectura de mira se hace con 1 cm de aproximación, no se anotará, p. ej., 2,5 m, sino 2,50 m. No deben consignarse datos que aparezcan con mayor o menor precisión que la que realmente tienen.

Los croquis no suelen dibujarse exactamente a escala, sino de modo aproximado. Se dibujan a mano alzada y del tamaño que más convenga; pero hay que saber de antemano lo que se quiere representar o detallar en el croquis. Un croquis apelmazado, con datos superfluos, da lugar a confusiones, aunque figuren en el mismo todos los datos necesarios. En aquellas partes donde el croquis vaya a resultar muy recargado se puede dibujar en detalle otro de mayor tamaño. Muchos detalles se representan mejor con signos convencionales (véase Sec. 6-11); también cabe adoptar signos especiales para determinada clase de trabajos.

Se hacen notas adicionales para indicar con toda claridad los datos numéricos o los croquis erróneos, si bien lo corriente es consignarlas en la página derecha, en la misma línea horizontal que el dato numérico a que se refieran. Si se trata de croquis, las notas aclaratorias se colocan donde no haya otros datos, lo más cerca posible del detalle a que se refieren.

Si se quiere inutilizar una página, bien porque resulte ilegible o por contener demasiados errores o notas inútiles, no se arrancará del cuaderno, sino que se escribirá sobre la misma, y en sentido diagonal, la palabra *anulado,* después de haberla cruzado con dos trazos diagonales de lápiz, indicándose el número de orden de la página donde continúa aquella.

3-16. Libreta de campo para alumnos de topografía.—Tanto en la guarda como en la cubierta de la libreta debe escribirse claramente el nombre de su propietario, el centro docente en que estudia y el curso que sigue, así como el año en que se hagan las prácticas.

Las dos o tres primeras páginas del cuaderno se reservarán para consignar el índice de materias, que debe tenerse al día, a medida que se va rellenando la libreta. Las demás páginas se numeran, pero con un número para cada dos páginas consecutivas, una de la izquierda y otra de la derecha; esta operación también se llama *foliar* el cuaderno de campo.

Para cada problema se anota, en la parte superior de la página de la izquierda, el número y enunciado del mismo. En la parte superior de la página de la derecha se escribe la fecha, el estado del tiempo, el instrumento o instrumentos empleados, así como los nombres y misión de cada uno de los componentes del equipo o brigada de trabajo.

En el campo, el libretista (o el propio observador, si lleva también la libreta) debe anotar sin más las lecturas erróneas del instrumento, aplicando después las correcciones de cálculo necesarias. Todas las operaciones de cálculo que se hagan en el campo se escribirán precisamente en la libreta; de ordinario, en las páginas de la derecha.

Para contrastar el valor de los datos de campo, los alumnos pueden intercambiar entre sí sus libretas para efectuar los correspondientes desarrollos y cálculos de gabinete.

3-17. Seguridad.—Además de las precauciones usuales para el equipo de campo, tales como evitar todo contacto eléctrico con la cinta metálica, en los trabajos sobre carreteras hay que tomar otras adicionales a causa del peligro que supone el tráfico. Los miembros del equipo han de estar convenientemente instruidos a este respecto, y deben emplear chaqueta o camisa de color rojo. Desde un centenar de metros antes del lugar de trabajo se colocarán señales de aviso, o peones con banderolas, a intervalos convenientes. En cuanto sea posible, los puntos o señales permanentes (referencias) deberán establecerse en los paseos laterales o ensanches de la carretera.

EJERCICIOS NUMERICOS

3-1. Sitúese un punto sobre el terreno, a una distancia de unos 200 m de un punto dado, por medio de una observación angular y una medición lineal. Si el punto ha de quedar situado con un error menor de 5 cm, ¿con qué precisión debe medirse el ángulo?

3-2. Se mide un ángulo de 40° con un teodolito cuyo nonio aprecia 30″. El error máximo es la mitad de la apreciación o sensibilidad del nonio. ¿Cuál es el error de precisión o error relativo si se usa el seno del ángulo para el cálculo? ¿Y si se utiliza el coseno? ¿Y si la tangente?

3-3. Si en el cálculo intervienen tangentes o cotangentes, determínese cuál es la mayor precisión correspondiente a una sola lectura (para ángulos de cualquier valor) hecha con el teodolito del ejercicio anterior.

3-4. ¿Cuál es el menor ángulo permisible para que, en cálculos donde intervengan senos, la precisión sea de 1/10 000, si el error angular es de 10″?

REFERENCIAS

1. BARDSLEY, C. E., y CARLTON, E. W.: *Surveyor's Field-note Forms,* 3.ª ed., International Textbook Company, Scranton, Pa., 1952.
2. BERGER, L. H.: «The Care of Surveying Instruments», en *Civil Engr.,* vol. 9, págs. 422-25, 1939.
3. BERGER, L. H.: «Care of Surveying Instruments in Unfavorable Weather», en *Military Engr.,* mayo de 1942; reproducido en *Surveying and Mapping,* págs. 20-23, julio de 1943.
4. PAFFORD, F. W.: *Handbook of Survey Notekeeping,* John Wiley & Sons, Inc., Nueva York, 1962.
5. SARGENT, R. L.: «Repair and Maintenance of Surveying Instruments», en *Surveying and Mapping,* págs. 489-92, octubre-diciembre de 1956.

CAPITULO IV

CALCULOS

4-1. Generalidades.—En cualquier trabajo topográfico intervienen cálculos de una u otra clase, y todo buen topógrafo debe estar en condiciones de efectuarlos con rapidez y exactitud. Este resultado se obtiene con la experiencia, pero la práctica no es bastante si: 1) no se tienen conocimientos completos de la precisión de las mediciones y del efecto del error en cierto dato sobre la exactitud de los cálculos basados en el mismo; 2) si no se está familiarizado con los métodos analíticos y gráficos, y con los medios mecánicos que reducen al mínimo la labor del calculista.

Hay que distinguir entre las simples operaciones matemáticas (como la multiplicación) que proporcionan determinados resultados a partir de ciertos datos, y el cálculo propiamente dicho, el cual abarca no solo toda clase de operaciones, sino la discusión de métodos y resultados, además de la formulación de las hipótesis necesarias.

Las operaciones pueden ser: *analíticas* (algebraicas), en las que intervienen los algoritmos aritméticos y los logaritmos y funciones trigonométricas; *gráficas,* con dibujos a escala, o *mecánicas,* efectuadas por medio de regla de cálculo o máquinas de calcular. Conviene conocer los métodos para efectuar operaciones aritméticas abreviadas y tener costumbre de hacer cálculos mentales.

El alumno repasará las principales relaciones y fórmulas trigonométricas, de las cuales se dan en las tablas incluidas al final del libro las más corrientemente usadas.

Siempre que ello sea posible, antes de emprender cálculos de importancia o muy largos, deberá prepararse un plan bien ordenado en forma tabular. Conviene ahorrar tiempo, evitar equivocaciones, hacer las operaciones de modo que sean intelegibles para los demás y facilitar datos que abrevien la labor del comprobador. El cálculo no debe resultar amazacotado ni desagradable a la vista.

4-2. Cálculos de gabinete.—Todos los cálculos deben conservarse en un cuaderno especial para este objeto. Este cuaderno puede ser lo mismo que el de campo, pero es preferible que sea de mayor tamaño; p. ej., de unos 20 cm por 27 cm. Las páginas deben estar cuadriculadas; así, las columnas de datos resultan rectas sin tener que trazar rayados adicionales, pudiendo hacerse los croquis con más facilidad.

En general, los cálculos de gabinete se hacen a continuación de los trabajos de campo. Es preciso que estos cálculos sean fácilmente accesibles a futuras investigaciones o aplicaciones derivadas del levantamiento;

por esta razón, las páginas de la libreta de cálculo irán numeradas y el índice de su contenido debe ser completo y detallado. Las partes de los problemas resueltas por otros cálculos se acotarán claramente. Cada problema debe llevar un encabezamiento bien claro, donde figuren el nombre del operador, la clase de cálculos, el cuaderno de campo y número de la página en que figuran los datos originales, los nombres del calculista y comprobador, así como las fechas del cálculo y de la comprobación. De ordinario, se pasan suficientes datos de campo al cuaderno de cálculo para no tener que hacer más referencias al primero. Todos los datos pasados deben comprobarse cuidadosamente.

4-3. Comprobación.—En la práctica, *no hay resultado que merezca confianza mientras no haya sido comprobado*, y los resultados de cierta importancia deberán comprobarse por más de un procedimiento. Raramente se efectúa un cálculo extenso sin cometer alguna equivocación. El alumno ha de adquirir la costumbre de comprobar su propio trabajo hasta hallarse completamente seguro de los resultados obtenidos. *Cada operador debe ser el juez de sí mismo.* Muchos alumnos y aun profesionales comprueban sus cálculos por comparación, a medida que se van realizando; pero este sistema no constituye una verdadera comprobación, por lo cual no conviene fomentar su uso.

Son muchos los problemas que pueden resolverse por más de un método exacto. Y puesto que empleando el mismo método al comprobar es fácil incurrir en el mismo error, será preferible hacer las comprobaciones con un método diferente siempre que ello sea posible. Hay veces que puede obtenerse una comprobación aproximada por medio de algún instrumento matemático, como, p. ej., el planímetro, la regla de cálculo o el transportador. La regla de cálculo constituye un buen medio para ir comprobando las sucesivas operaciones de cálculo, pudiéndose descubrir fácilmente con su empleo los errores aritméticos groseros, aunque no los debidos a cambio de cifras o a métodos inadecuados. También los métodos gráficos proporcionan con frecuencia excelentes comprobaciones aproximadas, y, en general, requieren menos tiempo que las soluciones aritméticas o logarítmicas, a la vez que pueden poner de manifiesto posibles hipótesis o supuestos mal establecidos.

En cálculos de cierta extensión, toda operación no susceptible de comprobarse de modo distinto a como se hizo deberá contrastarse repitiendo el cálculo.

Cuando la comprobación difiere del resultado del cálculo, se repite este último antes de hacer corrección alguna, ya que el error puede estar en la comprobación.

En muchos casos cabe evitar la colocación indebida de la coma en los decimales con solo comprobar a ojo si los valores anotados son razonables.

Una vez comprobado el trabajo por dos personas, es buena costumbre realizar una revisión final, por si hay alguna palabra o cifra equivocadas.

4-4. Cifras significativas.—Se llaman así los números dígitos de una cantidad aproximada cuyos valores se conocen con seguridad. En los cálculos donde intervienen cantidades procedentes de mediciones, sucede con frecuencia que los principiantes incurren en errores por no diferenciar los números exactos de los que acarrean consigo inevitables errores de medición. Si se mide con poca precisión cierta distancia con una cinta metálica, podemos encontrar que, p. ej., vale 219 m; pero si se repite la medición con más cuidado, se encontrará que vale 219,3 m; y si se repite la operación con más esmero todavía, hallaremos, p. ej., el valor 219,36 m. Aun así no hemos alcanzado un número exacto ni lo alcanzaremos nunca, por muchas precauciones que se tomen en la medición, porque siempre existe un error de magnitud indeterminada. El número de cifras significativas en los tres resultados anteriores es de 3, 4 y 5, respectivamente. Es evidente que el número de cifras significativas que puede representar estas distancias está limitado por la precisión con que quepa hacer la medición. La precisión en las mediciones no siempre es algo definido y de interpretación sencilla, como vamos a ver a continuación.

Las mediciones pueden ser de dos clases: *directas* e *indirectas.* Se dice que una medición es directa cuando la magnitud a medir se compara directamente con cierto patrón, como, p. ej., cuando un carpintero mide la anchura de una tabla con una regla. Una medición es indirecta si se determina la cantidad de que se trate por medio de varias observaciones relacionadas y dependientes entre sí.

Cuando se hacen mediciones directas, el número de cifras significativas en el resultado es evidente; p. ej., supongamos que se mide una distancia con la cinta de acero (graduada en centímetros) y que el resultado sea de 37,42 m. No hay duda de que en este caso el número de cifras significativas es cuatro. Sin embargo, si la distancia fuera mucho más grande, habría que colocar varias veces la cinta sobre el terreno, una cintada a continuación de otra. Supongamos que la distancia total así calculada fuera de 623,58 m. Ahora resulta muy dudosa la exactitud de la última cifra, aunque se haya leído con toda seguridad sobre la cinta, porque la medición indirecta ha introducido cierto número de causas de error (al señalar el extremo de la cinta con la aguja, por la dificultad de mantener constantemente horizontal aquella, etc.) que hacen que la última cifra y, probablemente, las dos últimas carezcan de exactitud. Por esta razón, no puede decirse a primera vista el número de cifras significativas que hay en una cantidad medida hasta haber estudiado la clase y magnitud de los errores.

No resulta siempre fácil indicar exactamente el grado de imprecisión con que se ha hecho una medida, pero en muchos casos es posible calcularlo o apreciarlo a estima con bastante aproximación, y el número que expresa tal imprecisión se llama *error probable* (véase Sec. 5-8). En tales casos sabemos que cada número dígito es una cifra significativa, hasta llegar a uno en que el error probable sea igual o mayor de cinco unidades. El número $623{,}58 \pm 0{,}02$ tiene cinco cifras significativas,

mientras que el número 623,58 ± 0,08 solo tiene cuatro, y debe en realidad escribirse así: 623,6. Es evidente que si el último dígito tiene una imprecisión del orden de cinco unidades, la cifra anterior también resulta imprecisa, y sería absurdo asignar valores determinados a todos los dígitos que siguen al número dudoso.

En los números decimales, el número de cifras significativas no coincide forzosamente con el de cifras decimales, como se ve en los siguientes ejemplos:

0,0000065	tiene dos cifras significativas,
0,00000650	tiene tres cifras significativas,
10,00000650	tiene diez cifras significativas,
0,08000650	tiene siete cifras significativas.

En un número terminado en uno o más ceros decimales no se conoce cuántas cifras significativas contiene, pero se puede saber el número de estas empleando como factor una potencia de 10; p. ej., si 65 000 se escribe así: $65{,}0 \times 10^3$, está claro que tiene tres cifras significativas. Si 0,0000065 se escribe como $6{,}5 \times 10^{-6}$, es evidente que tiene dos cifras significativas. Para facilitar los cálculos, las potencias de 10 se expresan de ordinario con exponentes múltiplos de 3, que corresponden a millares, millones, etc.

Si el error máximo tolerable en una cantidad es el 1 %, el valor del mismo ha de tener por lo menos tres cifras significativas. En efecto, es evidente que si un error de una unidad en el último lugar de cierto número entero no pasa del 1 %, el número ha de ser por lo menos igual a 100. De modo análogo, un error tolerable del 0,1 % requiere por lo menos cuatro cifras significativas, y así para otros grados de precisión.

La separación o distinción entre números sucesivos de cifras significativas carece de límite bien definido; p. ej., refiriéndonos a números enteros, el 999 tiene tres cifras significativas, y el 1001, cuatro; pero un error de una unidad en el último dígito de 999 es prácticamente igual, expresado en porcentaje, que en el caso de 1001. A fines de cálculo, los números de un orden inmediatamente superior a los que tienen determinado número de cifras significativas pueden muy bien emplearse con los del orden inmediato inferior a los que tienen una cifra significativa más.

En los cálculos conviene expresar los resultados parciales con una cifra más que las que ha de tener el resultado final.

Ciertas cantidades son matemáticamente exactas, y cabe imaginar que los números correspondientes tienen todas las cifras significativas necesarias. Así, p. ej., si de una cantidad que contiene varias cifras significativas se toma el doble, es decir, se multiplica por 2, este es un número matemáticamente exacto, o *absoluto*. También son matemáticamente exactos el número de grados alrededor de un punto y la suma de los ángulos interiores de un polígono cerrado. Los números enteros son absolutos.

4-5. Precisión de los cálculos.—Para comprender bien la relación entre los valores medidos y los resultados del cálculo basado en aquellos es preciso conocer el efecto de los errores de medida en las operaciones de cálculo donde intervienen.

Para ello se dispone de dos principios muy importantes, a saber: en la suma (o en la resta), la precisión de los valores está determinada por el número de *lugares de cifras,* mientras que en la multiplicación (o en la división), la precisión está regida por el número de *cifras significativas.* A continuación vamos a aplicar tales principios.

Adición.—Supongamos que hay que sumar dos o más volúmenes de tierra que han sido medidos con precisión adecuada y cuyos valores son 37,2 y 468 m^3. La suma (505,2) no debe expresarse así, con décimas, porque una de las cantidades no ha sido medida con aproximación de décimas; por consiguiente, esta suma ha de expresarse de este modo: 505 m^3.

Para demostrar que el número de cifras significativas no determina la precisión de las sumas, supongamos que haya que sumar dos distancias cuyas medidas, hechas con cinta, sean 104,32 m y 0,64 m. El resultado de esta operación es 104,96 m, que se escribe acertadamente con dos cifras decimales, es decir, aproximando hasta los centímetros; esta suma tiene cinco cifras significativas, aunque uno de los sumandos tenga solamente dos.

Además, el error total en una suma puede ponerse de manifiesto suponiendo que hay que sumar numerosas cantidades (p. ej., de tierra extraída de una excavación), como se ve al margen, y que el error probable en cada cantidad es de $\pm$ 0,3 de metro cúbico. La suma es 501,7 m^3, afectada del error probable de cada sumando. Estos errores parciales son *accidentales* (véanse Secs. 5-3 y 5-4), por lo cual el error total de la suma será, probablemente, el producto del error parcial por la raíz cuadrada del número de veces que se produce. En este ejemplo, puesto que hay diez sumandos, el error probable total será $\pm 0{,}3 \times \sqrt{10}$ m^3. Pero si la última cifra tiene imprecisión mayor de cinco unidades, deja de ser significativa, y el resultado deberá escribirse más propiamente así: 502 m^3. Aunque se escriba 501,7, este número tiene solo tres cifras significativas y ninguna más.

37,2
45,2
53,1
63,2
43,7
45,6
63,8
72,1
36,4
41,4
501,7

Multiplicación.—El error total de un producto, en función de los errores de sus factores, puede calcularse muy bien suponiendo el caso de un terreno rectangular, cuya superficie es el producto de dos factores: longitud y anchura. En la figura 4-1 se tiene:

b = longitud (base) del rectángulo;
a = anchura (altura) del mismo;
$A = ab$ = superficie (área);
e_a = error en longitud del lado a;
e_b = error en longitud del lado b;

E_a = error en superficie debido a e_a;
E_b = error en superficie debido a e_b;
$E_A = E_{ab}$ = error total en superficie.

Es evidente que

$$\frac{e_b}{b} = \frac{E_b}{A} \text{ y que } \frac{e_a}{a} = \frac{E_a}{A}$$

Pero como $\frac{e_b}{b}$ es el error relativo del lado b, y $\frac{E_b}{A}$, el error relativo del área del rectángulo debido a e_b, resulta que $E_A = E_b + E_a$, y el error relativo de A estará dado por la fórmula

$$\frac{E_A}{A} = \frac{E_b}{A} + \frac{E_a}{A} = \frac{e_b}{b} + \frac{e_a}{a}$$

O sea que el error relativo en la superficie es igual a la suma de los errores relativos en longitud y anchura. (Para simplificar la demostración,

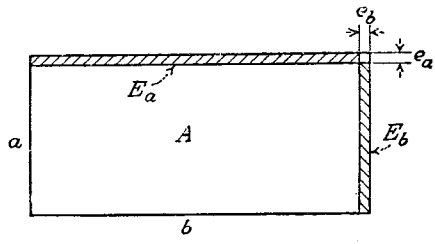


FIG. 4-1.—Error en un producto.

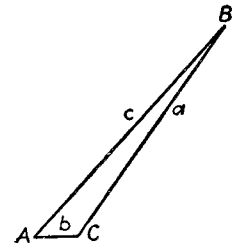


FIG. 4-2.

se desprecia el error $e_a e_b$ del pequeño rectángulo que se forma en el vértice superior de la derecha del rectángulo principal.)

Es decir, que el error relativo de un producto es igual a la suma de los errores relativos de los factores. Y de aquí se deduce un principio muy importante que dice: *El error probable de un producto no puede ser menor que el del factor de menor precisión.*

Aplicación a los trabajos de campo.—Este principio debe ser tenido en cuenta por el topógrafo en el campo para que los resultados numéricos del cálculo tengan la precisión requerida por el levantamiento. Así, p. ej., supongamos que hay que determinar el área de un triángulo (Fig. 4-2) cuyos lados son: $a = 204{,}2$ m, $b = 22{,}59$ m, y cuyo ángulo $C = 132° 02'$, habiéndose obtenido todos estos valores por medición en campo. (El área del triángulo es igual a $\frac{1}{2}ab$ sen C.) Si el resultado ha de tener cuatro cifras significativas, o sea si el error tolerable aproximado ha de ser de 1/4000 [1], las magnitudes a, b y C han de medirse con tal precisión

[1] Se emplean cuatro cifras significativas cuando el error relativo o grado de precisión está comprendido entre 1/1000 y 1/10 000.

que se obtengan cuatro cifras significativas en el resultado; el lado *b* debe aproximarse hasta las centésimas, mientras que el *a* se ha de aproximar solo hasta las décimas.

La precisión con que han de medirse los ángulos está determinada por las mismas consideraciones; las curvas de grado de precisión (véanse Figs. 3-2 y 3-3) indican la precisión con que es necesario medir los ángulos. En el ejemplo de que nos estamos ocupando, el ángulo *C* debe medirse en el campo con tal precisión que sen *C* no introduzca un error mayor de 1/4000. En la figura 3-2 se ve que este error tolerable es algo menor de 1′.

Otro hecho, con frecuencia mal interpretado por los calculistas, es que la precisión de un resultado es totalmente independiente de la unidad en que se expresa. En el caso del triángulo anterior, el área es 1713 m^2, con cuatro cifras significativas, de acuerdo con los datos. En hectáreas, esta superficie se expresaría así: 0,1713 Ha, también con cuatro cifras significativas.

En el ejemplo siguiente se aprecia claramente la importancia que tiene el estudio de los datos de que se dispone y el conocimiento de la finalidad del cálculo.

Los datos de campo de un levantamiento corresponden a mediciones de distancias con una precisión de 1/10 000, mientras que los ángulos se han medido con un error probable de 1′. Se desea que las superficies calculadas (en cuyas expresiones intervienen senos o cosenos) tengan la precisión correspondiente a los datos de campo. En las curvas de error relativo para senos y cosenos (véase Fig. 3-2), se ve que el error angular probable de 1′ para ángulos de amplitud media (unos 45°) corresponde a una precisión aproximada de 1/3000. Esta precisión es la que regulará la del área calculada, que habrá de contener, por tanto, cuatro cifras significativas. Si la precisión angular hubiera estado de acuerdo con la lineal, el resultado tendría, indudablemente, cinco cifras significativas.

4-6. Cálculo de ángulos y distancias.—En la sección 3-7 se estudió la relación entre las mediciones de ángulos y distancias, y en la sección 3-8, la precisión de las medidas angulares.

Cuando los cálculos de ángulos y distancias pueden hacerse de una o de varias maneras, cada una de las cuales se basa en datos de análoga precisión, es preferible calcular los *ángulos* mediante funciones de variación rápida, como las tangentes y cotangentes, mientras que para las *distancias* es mejor emplear funciones de variación lenta, como los senos y cosenos.

Así, p. ej., el grado de precisión para tangentes y cotangentes (véase Fig. 3-3) nos dice que si la precisión de los datos es de 1/10 000, el error máximo de ángulos calculados por sus tangentes será de unos 10″; las curvas de grado de precisión para senos y cosenos (véase Fig. 3-2) ponen de manifiesto que con datos de igual precisión, los ángulos comprendidos entre 27° y 63° no pueden calcularse por sus senos o cosenos con una precisión de 10″.

4-7. Tablas trigonométricas.—El número de cifras que hay que tomar en las tablas trigonométricas depende del grado de precisión de los valores de la función empleada, más que del error angular. El número de cifras significativas para un ángulo dado, para el error angular o para la función de que se trate, se determina fácilmente por medio de las figuras 3-2 y 3-3, o bien con las tablas trigonométricas. Admitiendo que la precisión angular es la *precisión determinante,* serán suficientes tres cifras para tangentes y cotangentes si se trata de ángulos con error menor de 2′ pero mayor de 10″, y cinco cifras para ángulos cuyo error sea menor de 10″ y mayor de 1″.

Para senos y cosenos de ángulos de amplitud media (unos 45°) se ha visto que basta con cuatro cifras para ángulos cuyo error no sea menor de 20″. Análogamente, cinco cifras son suficientes para ángulos cuyo error sea menor de 20″, pero mayor, p. ej., de 5″; y cuando el error es menor de 5″ y mayor que $\frac{1}{2}$″, podrán tomarse hasta seis cifras. Como los ángulos suelen diferir de tal amplitud media, deben duplicarse, en general, los límites anteriores, aunque para senos de ángulos muy grandes y para cosenos de ángulos pequeños, el número necesario de cifras se deducirá determinando en primer lugar el grado de precisión correspondiente a un error angular dado. Así, p. ej., la diferencia tabular para 10″ en sen 80° (o cos 10°) es aproximadamente de 1/120 000, luego hay que tomar seis cifras para ángulos de unos 10° cuando el error angular sea de 10″. De las curvas de precisión para los senos se deduce también que si el error angular es, p. ej., de 1′, habrá que tomar cinco cifras cuando los ángulos sean mayores de 70°.

Para ángulos muy pequeños, el número de cifras necesarias depende del número de cifras significativas de la función. Así, p. ej., el seno de 2′, expresado con cinco cifras, es 0,00058, que contiene dos cifras significativas. En estos casos deben emplearse logaritmos.

4-8. Métodos gráficos y mecánicos.—Estos métodos de cálculo están especialmente indicados para hacer una comprobación aproximada de cálculos de mayor precisión. En general, el cálculo gráfico requiere menos trabajo que el algebraico o aritmético, y se halla menos expuesto a errores.

Con frecuencia, los métodos gráficos y mecánicos se combinan con los puramente algebraicos. Así, p. ej., si se dibuja a escala un perfil transversal (método gráfico), cabe determinar los volúmenes mediante operaciones aritméticas.

Análogamente, si se han calculado algebraica o mecánicamente longitudes o ángulos, se pueden comprobar de modo aproximado representando los datos sobre una gráfica, midiendo las longitudes con una regla y los ángulos con un transportador.

El instrumento matemático más corriente y de uso más fácil es la *regla de cálculo* ordinaria de 30 cm. Con ella se facilitan considerablemente las operaciones con números de a lo sumo tres cifras significativas, equivaliendo realmente a una tabla de logaritmos con tres cifras. En la sección 4-11 describiremos el manejo de la regla de cálculo.

Para resultados de más de tres cifras significativas, las *máquinas de calcular* han sustituido con ventaja a los demás métodos de cálculo, quedando casi limitado en la actualidad el uso de los logaritmos a los cálculos que se hacen en el campo. Hay que familiarizarse con el empleo de las máquinas de calcular hasta dominar su manejo en todas las operaciones aritméticas; de este modo se reduce considerablemente el riesgo de cometer equivocaciones. Con las perfeccionadas máquinas actuales se comprueban instantáneamente las operaciones de multiplicar, dividir, elevación al cuadrado y extracción de raíces cuadradas, sin que haya necesidad de efectuar otras comprobaciones ulteriores. El manejo de las máquinas varía de unos modelos a otros, pero resulta siempre muy sencillo y solo se tarda en aprenderlo unos cuantos minutos. En esencia, la multiplicación se hace por sumas múltiples automáticas, y la división, por sustracciones repetidas.

Las *computadoras* o *calculadoras electrónicas* se usan actualmente cada vez más en los trabajos topográficos; p. ej., para cálculos reiterativos, como los que se llevan a cabo para las secciones transversales (Caps. XVIII y XIX), perfiles transversales y movimiento de tierras (Caps. X y XI), y en las aplicaciones de la fotogrametría al estudio y construcción de carreteras (Cap. XXVI). No es preciso que el topógrafo disponga de una calculadora electrónica ni sepa manejarla, porque existen empresas comerciales que se dedican a esta clase de trabajos. Son muchos los organismos oficiales de obras públicas, e incluso empresas privadas de ingeniería, que disponen de sus propias máquinas electrónicas.

Otro instrumento matemático muy usado por el topógrafo es el *planímetro polar* (véase Sec. 4-12), de inestimable valor para medir áreas de figuras dibujadas a escala. La precisión con que se obtiene la medida de las superficies depende de muchos factores, pero el principal de ellos es la habilidad del operador para recorrer el perímetro de las figuras con el punzón del planímetro. En general, pueden obtenerse los resultados con tres cifras significativas, precisión que está de acuerdo con la propia a la mayoría de los datos de campo en que se basa la medición de la superficie. El planímetro es de fácil manejo y constituye el mejor medio para medir áreas de figuras con perímetros irregulares o curvos.

4-9. Operaciones aritméticas y logaritmos.—El que se deba o no emplear logaritmos depende de la clase de cálculo de que se trate. Se tarda menos tiempo en multiplicar directamente dos números de tres cifras que utilizando logaritmos; incluso puede resultar ventajoso multiplicar directamente números de hasta cuatro cifras, si se trata de esta sola operación. Pero pasando de cuatro cifras, será casi siempre preferible el uso de los logaritmos para multiplicaciones, divisiones, elevación al cuadrado o al cubo y extracción de raíces. Siempre que haya que hacer cierto número de cálculos análogos conviene emplear logaritmos, aun cuando las cantidades de que se trate contengan únicamente cuatro cifras, no solo para economizar tiempo, sino porque así disminuye tam-

bién la probabilidad de cometer errores, y por ser mucho menor el esfuerzo mental realizado por el operador.

4-10. Cálculo logarítmico.—Logaritmo de un número es el exponente al que hay que elevar cierta base para obtener dicho número. En los cálculos propios de la topografía se emplean casi exclusivamente los logaritmos vulgares o decimales, cuya base es 10 *.

De la definición de logaritmo se deduce que

$$\log 10 = \log 10^1 = 1;\ \log 100 = \log 10^2 = 2;$$

$$\log 1\,000\,000 = \log 10^6 = 6;\ \log 1 = \log 10^0 = 0;$$

$$\log 0{,}1 = \log \frac{1}{10} = \log\left(\frac{10^0}{10^1}\right) = 0 - 1 = -1 = 9 - 10.$$

Para todos aquellos números (excepto la unidad) que no sean potencias de 10, el logaritmo es una cantidad fraccionaria. Así, p. ej.:

$$\log 1{,}5 = \log 10^{0{,}17609} = 0{,}17609;\ \log 15 = \log 10^{1{,}17609} = 1{,}17609;$$

$$\log 0{,}015 = \log\left(\frac{15}{1000}\right) = \log\left(\frac{10^{1{,}17609}}{10^3}\right) =$$

$$= 1{,}17609 - 3 = 8{,}17609 - 10 = \bar{2}{,}17609.$$

La parte entera del logaritmo se llama *característica,* y la parte decimal, *mantisa.* Todo número mayor que uno tiene logaritmo positivo; la característica se obtiene restando la unidad del número de cifras de la parte entera.

Un número menor que la unidad tiene logaritmo negativo, cuya característica se determina restando de 10 un número compuesto de tantas unidades más una como ceros haya a la derecha de la coma. Cuando se escribe un logaritmo siguiendo esta regla, se *sobrentiende* que hay que restarle 10. Pero en vez de expresarlo de este modo, lo más frecuente es decir que la característica es un número negativo compuesto de tantas unidades más una como ceros haya a la derecha de la coma. El logaritmo de 0,0435 puede, por consiguiente, escribirse así: 8,63849, o bien así: $\bar{2}$,63849.

Los números que prescindiendo de la coma son iguales, tienen la misma mantisa, cualquiera que sea la posición de aquella. El logaritmo de 4350 es 3,63849, y el de 0,00435 es 7,63849, o bien, $\bar{3}$,63849.

El número de cifras que hay que tomar en los logaritmos está determinado por las mismas normas que rigen los cálculos aritméticos. El número de cifras significativas en el resultado final ha de estar de acuerdo con la precisión requerida o con la de los datos sobre que se opere, como ya dijimos en las secciones 4-5 a 4-7. El número de cifras

* La base de los logaritmos *naturales* es 2,71828. El logaritmo natural de un número es su logaritmo vulgar multiplicado por 2,30258.

de la mantisa debe ser igual al número de cifras significativas del número que se multiplica o divide. La práctica común consiste en tomar en los logaritmos una cifra más de las que haya de tener el resultado final.

En los trabajos ordinarios topográficos basta generalmente con tomar cinco cifras, pero a veces hay que tomar seis. En los trabajos de gran precisión se toman siete y, a veces, hasta ocho cifras.

4-10a. Multiplicación y división.—El producto de dos números se determina sumando sus logaritmos.

EJEMPLO 1. $15 \times 12 = 10^{1,18} \times 10^{1,08} = 10^{2,26}$; este es el número cuyo logaritmo es 2,26, que es el 180.

Se divide un número por otro restando el logaritmo del divisor del logaritmo del dividendo.

EJEMPLO 2. $\dfrac{180}{12} = \dfrac{10^{2,26}}{10^{1,08}} = 10^{1,18}$, que es el número cuyo logaritmo es 1,18, o sea, 15.

4-10b. Potencias.—Para elevar un número a una potencia, se multiplica su logaritmo por el exponente de esa potencia.

EJEMPLO 1. $12^4 = 10^{1,08 \times 4}$, que es el número cuyo logaritmo es 4,32, o sea, 21 000 (con dos cifras significativas).

Para elevar un número menor que la unidad a una potencia de exponente fraccionario se procede como se ve en el ejemplo siguiente:

EJEMPLO 2. $0{,}6324^{1,7180} = 10^{(9,8010-10)\,1,7180}$, que es el número cuyo logaritmo es $(9{,}8010 - 10)\,1{,}7180$.

$$\log 9{,}8010 + \log 1{,}7180 = 0{,}99127 + 0{,}23502 = 1{,}22629$$

$$9{,}8010 \times 1{,}7180 = 16{,}838$$

$0{,}6324^{1,7180}$ = número cuyo logaritmo es 16,838—(10 × 1,7180) =
= número cuyo logaritmo es 9,658 =
= 0,455

En este ejemplo se ha determinado el logaritmo de un logaritmo; esta operación se simboliza con el signo *log log*. Análogamente, con la abreviatura *antilog* se suele designar el antilogaritmo.

4-11. Manejo de la regla de cálculo.—Los fabricantes de reglas de cálculo editan folletos explicativos para cada clase de reglas. No es posible aquí especificar los detalles del manejo de cada una de ellas, pero vamos a describir las operaciones que con más frecuencia se llevan a cabo mediante el uso de las reglas de cálculo tipo Mannheim.

En la figura 4-3 se ve una de estas reglas, cuyo tamaño natural es de 25 cm y que lleva cuatro escalas graduadas. Las dos de la parte fija de la regla se designan con las letras *A* y *D* y las dos de la reglilla (o parte móvil) con las *B* y *C*. El cursor rectangular transparente puede deslizarse a lo largo de la regla, haciéndose las lecturas con ayuda de una raya muy fina grabada sobre el visor, perpendicularmente al eje de la regla.

Las escalas *C* y *D* son exactamente iguales y están graduadas de 1 a 10. Las escalas *A* y *B* son semejantes a las *C* y *D*, pero sus divisiones tienen longitud mitad que las de esta última. Las cuatro escalas son logarítmicas y, teniendo presente las propiedades y el modo de operar con los logaritmos, pronto se adquiere suficiente práctica en el manejo de la regla. Las cifras que figuran en la regla indican números y no logaritmos. La distancia de una determinada división, correspondiente a un número dado, al «1» de la izquierda de *C* o de *D* (índice de la izquierda) representa, a la escala 1 = 25 cm, la mantisa del logaritmo de dicho número. Si la distancia de la división «2» al índice de la izquierda se midiera con la escala 1 = 25 cm, resultaría igual a 0,301 de la longitud de *C*; este valor es la mantisa del logaritmo de 0,2, de 2,0 o de 2000, o bien de cualquier otro número que tenga 2 como única cifra significativa.

Si al emprender algún cálculo el principiante no sabe qué escala emplear, conviene que haga un ensayo con números muy sencillos o con valores conocidos de las funciones trigonométricas o de los logaritmos.

4-11a. Multiplicación.—En el cálculo logarítmico se multiplican dos números sumando sus logaritmos. Esta operación se hace mecánicamente con la regla de cálculo, como se ve en los ejemplos siguientes:

EJEMPLO 1. Multiplicar 4 por 2.

Se coloca el cursor sobre el 2 en la escala *D* de la regla y se corre la reglilla hasta que su índice de la izquierda coincida con la raya del cursor (con esta operación lo que se hace en realidad es tomar gráficamente la mantisa de 2). Se corre el cursor hasta el 4 sobre la escala *C* (con lo que se suma gráficamente la mantisa de 4 a la de 2). Sobre la escala *D* se lee el número 8.

EJEMPLO 2. Multiplicar 8,2 por 7,3.

Se coloca el cursor sobre el 8,2 de la escala *D* de la regla; se lleva el índice de la derecha bajo el cursor; se corre el cursor hasta la división 7,3 de la escala *C* de la reglilla; sobre la escala *D* se lee el resultado, que es 59,9. La posición de la coma se determina mentalmente.

Si en vez de colocar el índice de la izquierda sobre el 8,2 se hubiera dispuesto el de la derecha, el resultado caería fuera de la regla, a una distancia *logarítmica* igual a 1, a la derecha de la posición final. Para una variación logarítmica de 1, la mantisa y, por tanto, las cifras del número son las mismas. Por consiguiente, puede emplearse uno u otro índice, pero hay que optar por aquel que marque el resultado final dentro de los límites de la escala *D*.

EJEMPLO 3. Hallar el producto $8{,}2 \times 7{,}3 \times 9{,}1 \times 0{,}151$.

Se coloca el cursor en 8,2 sobre la escala *D*; se lleva a coincidir con la raya del cursor en esta posición el índice de la derecha; se corre el cursor hasta la lectura 7,3 sobre la escala *C*; se vuelve a llevar el índice de la derecha a coincidir con esta lectura; se corre otra vez el cursor hasta señalar 9,1 en la escala *C*; se lleva a esta posición el índice de la izquierda; se marca ahora en el cursor el 151 en la escala *C*; el resultado 82,3 se lee sobre la escala *D*.

4-11b. División.—Se divide un número por otro restando sus logaritmos. Fijándose bien en la manera como están dispuestas las escalas en la regla de cálculo, la operación de dividir resulta por sí misma evidente.

EJEMPLO 1. Dividir 8 entre 4.

Se coloca la raya del cursor sobre el 8 de la escala *D* (la distancia comprendida entre el índice de la izquierda de la escala *D* y la división 8 de la misma escala representa la mantisa del logaritmo de 8); se coloca el 4 de la escala *C* de la reglilla bajo la raya del cursor (la distancia entre 4 y el índice de la izquierda de *C* representa la mantisa del logaritmo de 4); se corre el cursor hasta el índice de la izquierda de la escala *C*; el resultado de la división, 2, se lee en esta posición sobre la escala *D* (la diferencia entre las mantisas de los logaritmos de los dos números está representada por la distancia entre el 2 de la escala *D* y el índice de la izquierda de esta misma escala).

En los ejemplos siguientes emplearemos estas abreviaturas:

A, B, C y *D* representan las escalas correspondientes, a saber:

A y *D*, las de la regla fija;
B y *C*, las de la reglilla móvil.

R es el cursor.

Ii es el índice de la izquierda, o sea el extremo marcado con 1 de la reglilla.

Im es el índice medio.

Id es el índice o 1 de la derecha de la reglilla.

EJEMPLO 2. $\dfrac{48 \times 63}{97 \times 15}$

R sobre 48 *D*; 97 *C* en *R*; *R* sobre 63 *C*; 15 *C* bajo *R*; *R* sobre *Ii C*.

Solución: 2,08 *D*.

4-11c. Cuadrados y raíces cuadradas.—Las multiplicaciones y divisiones se pueden efectuar exactamente del mismo modo utilizando las escalas *A* y *B* en vez de las *C* y *D*, pero generalmente se emplean estas últimas para hallar los cuadrados y las raíces cuadradas.

La escala *logarítmica* empleada en la construcción de *A* y *B* (1 = 12,5 cm) es la mitad de las de *C* y *D* (1 = 25 cm); luego si el cursor se coloca sobre un cierto número de la escala *D*, el cuadrado del número estará dado leyendo, con el cursor en la misma po-

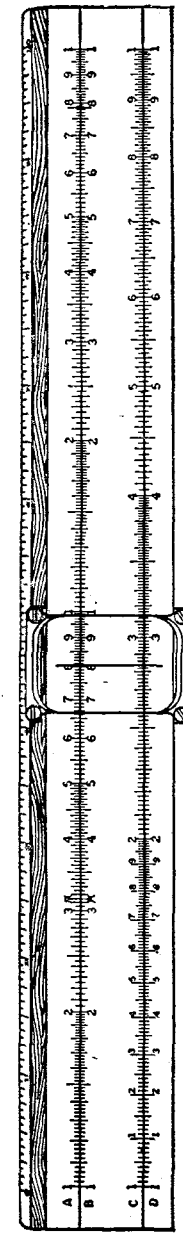


FIG. 4-3. — Regla de cálculo (tipo Mannheim).

sición, el número correspondiente sobre la escala *A*, puesto que lo que se ha hecho ha sido multiplicar gráficamente la mantisa por 2.

EJEMPLO 1. Cuadrado de 6,23.

Se coloca *R* sobre 6,23 *D;* el resultado 38,8 se lee en la escala *A;* o bien se dispone *R* sobre 6,23 *C* y se lee sobre *B* el resultado 38,8.

La raíz cuadrada se obtiene llevando el cursor sobre el número en la escala *A* (o en la *B*) y leyendo la raíz sobre la escala *D* (o sobre la *C*). Si la parte entera del número contiene un número impar de cifras (como 4,83; 125; 17 536), se toma la lectura con el cursor en la parte izquierda de la escala; si el número de cifras enteras es par (como en 16; 42,8; 1174), se coloca el cursor en la escala de la derecha. Si el número es un decimal, pero sin ceros entre la coma y la primera cifra significativa (como en 0,428; 0,87), o con un número par de ceros entre la coma y la primera cifra significativa (como en 0,0087; 0,000064), se coloca el cursor sobre el número tomado en la escala de la derecha; cuando el decimal contiene un número impar de ceros detrás de la coma (como 0,0426; 0,0000065), el cursor se coloca sobre el número leído en la escala de la izquierda. Si se tienen dudas, se determina la escala que hay que emplear probando con un número redondo (próximo al número de que se trate) que sea un cuadrado perfecto.

EJEMPLO 2. Hallar la raíz cuadrada de 16,4.

Se coloca *R* sobre 16,4 *A* (a la derecha); la raíz 4,05 se lee sobre *D*.

EJEMPLO 3. Calcular la raíz cuadrada de 1,64.

Se coloca *R* sobre 1,64 *A* (a la izquierda); la respuesta, 1,28, se lee sobre *D*.

EJEMPLO 4. Efectuar $\dfrac{0{,}53(14{,}3)^2}{0{,}035\sqrt{1178}}$

Se lleva *R* sobre 0,53 *D;* bajo *R* se lleva 0,035 *C;* se corre *R* hasta 14,3 *C;* se lleva *Ii* a coincidir con *R*, y después *R* sobre 14,3 *C;* se lleva a *R* el número 1178 tomado en la escala de la derecha de *B*, y finalmente se corre *R* hasta *Id;* el resultado, 90,4, se lee sobre *D*.

EJEMPLO 5. Calcular $(12{,}2)^{5/2}$.

Se lleva *R* sobre 12,2 *D; Ii* bajo *R; R* sobre 12,2 *C; Ii* bajo *R; R* sobre 12,2 *B* a la derecha; el resultado, 520, se lee sobre *D*.

4-11d. Funciones trigonométricas.—En el reverso de la reglilla hay una escala de senos (*S*) a escala *logarítmica* de 1 = 12,5 cm, y otra de tangentes (*T*) para la cual la escala logarítmica es de 1 = 25 cm; sacando la reglilla del todo y volviéndola a colocar después de haberle dado la vuelta, de modo que los índices de las escalas de *S* y de *T* coincidan con los de las escalas *A* y *D*, se leen los valores naturales de los senos de los ángulos comprendidos entre 0° 34′ y 90°, y de las tangentes de los ángulos

comprendidos entre 5° 43′ y 45°, directamente sobre las respectivas escalas *A* y *D*. Así, p. ej., el seno del ángulo 0° 34′, leído sobre la escala *A*, se ve que es 0,0100; el seno de 5° 44′ es 0,100; el de 30° es 0,500, etc.; y leyendo sobre la escala *D*, se ve que la tangente de 5° 43′ es 0,100; la tangente de 30° es 0,577, etc.

Las tangentes de los ángulos menores de 5° 43′ se consideran iguales a los senos dentro de la precisión de la regla de cálculo. Los senos de ángulos menores de 0° 34′ se admite que son proporcionales a los ángulos; en este supuesto, como el seno de 0° 34′ es 0,0100, el seno de 0° 05′ será $5/34 \times 0{,}0100 = 0{,}00147$. El valor exacto de este seno es 0,00145.

Los valores de las demás funciones trigonométricas se pueden obtener aplicando las fórmulas que relacionan estas funciones entre sí.

4-11e. Logaritmos.—Casi todas las reglas de cálculo tienen una escala *L* dividida en 100 partes principales iguales. En la regla representada en la figura 4-3, esta escala va en el reverso de la reglilla y su graduación va numerada de derecha a izquierda. Con esta escala se halla el logaritmo de un número del modo siguiente: se coloca el cursor sobre el número dado, leído en la escala *D*; se corre la reglilla hasta que el índice de la izquierda llegue a este número, indicado por el cursor; la mantisa de su logaritmo se lee sobre la escala de partes iguales. Esta mantisa representa la distancia entre el índice de la izquierda y el número.

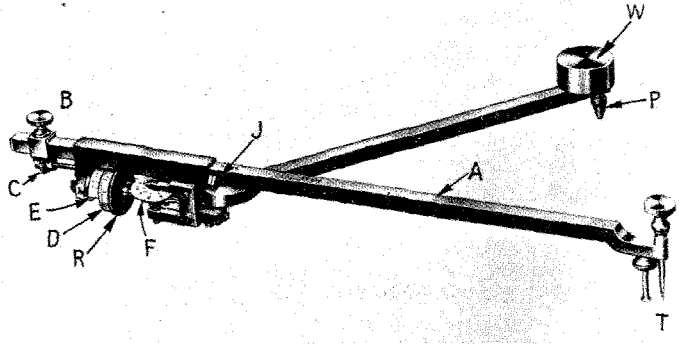


FIG. 4-4.—Planímetro polar.

EJEMPLO: Hallar el logaritmo de 34,4. Se lleva *R* sobre 34,4 *D*; después *Ii* se coloca bajo *R*; la mantisa, 537, se lee sobre la escala de partes iguales. La característica es 1, luego el logaritmo completo será 1,537.

Otras reglas de cálculo ofrecen una disposición de escalas distinta a la que estamos considerando. En cada caso conviene comprobar las escalas hallando el logaritmo de algún número cuyo logaritmo sea conocido. Así, p. ej., el logaritmo de 2 es 0,301; el de 5 es 0,699.

4-12. Planímetro polar.—La figura 4-4 representa un planímetro polar con brazo trazador regulable. El planímetro va apoyado en tres puntos: el polo *P*, la rueda *R* y el punzón trazador *T*. El brazo polar (en cuyo extremo está el polo *P*) va articulado en el bastidor del planímetro. El brazo trazador regulable *A* está graduado, y sus divisiones dan la relación entre la lectura del planímetro y el área medida. El brazo *A* se regula con el tornillo *B* y se afina su posición con el tornillo de coincidencia *C*. El tambor *D* de la rueda *R* está dividido en 100 partes iguales. En *E* se ve un nonio para precisar la lectura del tambor. Por medio de un tornillo sin fin, la rueda, al girar, hace dar vueltas al disco contador *F*, en la relación de 10:1. El número entero de revoluciones de la rueda se lee sobre el disco *F* mediante un índice; las centésimas de vuelta de la rueda se leen sobre el tambor, con el índice del nonio *E*, y las milésimas se aprecian por lectura de este mismo nonio.

Otros modelos de planímetros polares llevan una lente en lugar del punzón trazador; en el centro de la lente va marcado un índice, que hace las veces de punzón. Además, la lente aumenta el tamaño de la línea que hay que seguir. También hay planímetros con lentes de aumento sobre el nonio y sobre el tambor, y otros que llevan un dispositivo para poner rápidamente a cero el tambor y el disco contador de vueltas.

Para medir el área de una figura se extiende bien el papel sobre el que esta se haya trazado y se mantiene inmóvil con pesas o de otro modo adecuado. Se aprieta la aguja del polo sobre el papel en un punto conveniente, de modo que pueda recorrerse con el punzón trazador todo el perímetro de la figura, y se mantiene el polo inmóvil con el peso *N*. Se coloca el punzón trazador en cierto punto del perímetro de la figura y se pone el tambor en cero, o mejor aún, se toma una lectura inicial. Se recorre todo el perímetro hasta volver al punto de partida y se hace una lectura final. Hay que poner gran cuidado en volver el punzón exactamente al punto de partida antes de hacer esta segunda lectura. La diferencia entre ambas lecturas es el número *n* de vueltas dadas por la rueda, o sea:

$$n = \text{lectura final} - \text{lectura inicial}, \qquad [1]$$

donde *n* es positiva si la rueda gira hacia adelante, negativa si gira hacia atrás. Hay que anotar el número de veces que el cero del disco *F* pasa por el índice. El área de la figura se calcula como se dice en las secciones siguientes.

Para superficies de poca extensión, se coloca el polo fuera de la figura. Si la figura es tan grande que no puede ser recorrida de una vez con el polo fuera, se puede dividir en otras más pequeñas; pero si se trata de grandes superficies, se gana tiempo colocando el polo dentro de la figura.

Para simplificar el razonamiento, supondremos que el punzón recorre el perímetro *siempre en el sentido de las agujas del reloj*, a menos que se diga lo contrario. Cuando el perímetro se recorre en sentido opuesto, también la rueda gira en sentido contrario al anterior.

4-13. Medición de superficies con el polo exterior.—El planímetro está construido de tal modo que cuando el polo está situado fuera de la figura y el perímetro de esta se recorre en el sentido de las agujas del reloj, la lectura final es mayor que la inicial y n es positivo. Como veremos en la sección 4-19, el área A de la figura es directamente proporcional al número de vueltas de la rueda, es decir,

$$A = Cn \qquad [2]$$

donde C es la llamada *constante del planímetro,* que es el área correspondiente a una vuelta de la rueda. También en la sección 4-19 veremos que el valor de C es igual al producto de la longitud del brazo trazador por la circunferencia del tambor. Si la longitud del brazo trazador es fija, como se tiene en la mayoría de los planímetros, el valor de la constante C es ordinariamente de 10 cm², y este valor va indicado o bien sobre el mismo brazo trazador o en el estuche del planímetro.

EJEMPLO. Puesto en cero el tambor de un planímetro polar de brazo fijo, cuya constante es de 10 cm², se recorre el perímetro de la figura en el sentido de las agujas del reloj con el polo exterior. La lectura final es de 2,367. El área de la figura será, pues, $10 \times (2{,}367 - 0{,}000) = 23{,}67$ cm².

4-14. Determinación de la constante.—Se puede hallar la constante de un planímetro recorriendo el perímetro de una figura de área conocida con el polo fuera de la misma. Conviene hacer varias pruebas y tomar la media.

EJEMPLO. La longitud del brazo trazador de un planímetro es tal, que la rueda da 0,893 vueltas al recorrer el perímetro de un rectángulo de 2×5 cm².

Aplicando la fórmula [2], tenemos:

$$C = \frac{A}{n} = \frac{2{,}00 \times 5{,}00}{0{,}893} = 11{,}20 \text{ cm}^2.$$

Si la figura de comprobación tiene sus lados rectilíneos, se puede guiar el punzón trazador a lo largo de una regla colocada sobre cada lado. Pero es mejor recorrer el perímetro a mano alzada, porque además de conseguir así el calibrado del planímetro, se descubre la tendencia del operador a llevar el punzón a uno u otro lado de la línea que recorre con el punzón trazador. El mismo método seguido para calibrar el instrumento es el que se emplea para planimetrar las figuras.

Muchos planímetros disponen de un accesorio que consiste en una lámina metálica, la cual lleva en un extremo una aguja y en el otro un alojamiento cónico en que puede entrar el punzón trazador. La distancia entre ambos extremos es igual al radio del círculo cuya área es 10 cm². Se clava la aguja sobre el papel, y el planímetro se comprueba así con gran rapidez recorriendo con el punzón trazador la circunferencia cuyo centro es la aguja y cuyo radio es la distancia entre este y el punzón, cuidando de mantener siempre este último dentro de su alojamiento en la lámina de comprobación.

Si el brazo trazador es regulable, se ajusta de modo que se tenga una relación conveniente entre superficie y vueltas del tambor. Se verifica este ajuste recorriendo el perímetro de una figura de área conocida, del modo ya descrito, y si es necesario, se corrige la longitud del brazo hasta conseguir la relación deseada.

No es imprescindible determinar la constante instrumental; lo fundamental es hallar la diferencia de lecturas del planímetro para una superficie de área conocida. Las superficies medidas son directamente proporcionales a las correspondientes diferencias de lecturas. Pero como la determinación de la constante es tan fácil, es preferible hacerlo directamente.

4-15. Medición de superficies con el polo interior.—Cuando el brazo trazador está en tal posición respecto al brazo polar que el plano del borde circular de la rueda pasa por el polo, se puede recorrer con el punzón una circunferencia completa sin que la rueda gire. A este círculo se le llama *círculo cero* o *círculo fundamental*. Es fácil demostrar que, cuando se recorre el perímetro de una figura con el polo dentro de la misma, el área dada por el planímetro ($A' = Cn'$) es igual a la diferencia entre el área A de la figura y el área Z del círculo fundamental. El planímetro está construido de tal modo que recorriendo el perímetro de la figura en el sentido de las agujas del reloj, con el polo dentro, la rotación de la rueda es siempre hacia $\left\{\begin{matrix}\text{adelante}\\ \text{atrás}\end{matrix}\right\}$, según que el área de la figura sea $\left\{\begin{matrix}\text{mayor}\\ \text{menor}\end{matrix}\right\}$ que la del círculo fundamental; luego la lectura final será $\left\{\begin{matrix}\text{mayor}\\ \text{menor}\end{matrix}\right\}$ que la inicial, y el número n' será $\left\{\begin{matrix}\text{positivo}\\ \text{negativo}\end{matrix}\right\}$. De aquí se deduce, que el área de la figura será:

$$A = Cn' + Z, \qquad [3]$$

teniendo en cuenta el signo de n'.

EJEMPLO 1. Se recorre el perímetro de una figura, de izquierda a derecha, con el polo dentro de la misma, y con una longitud tal del brazo trazador, que la constante instrumental es 10,00 y el área del círculo fundamental es 132,16 cm². La lectura inicial es 1,234 y la final 8,703, girando la rueda hacia adelante.

En estas condiciones, $n' = 8{,}703 - 1{,}234 = +7{,}469$, y según la fórmula [3]:

$$A = [10 \times (+7{,}469)] + 132{,}16 = 206{,}85 \text{ cm}^2.$$

EJEMPLO 2. Supongamos un planímetro en las mismas condiciones que el anterior, con idénticas lecturas, pero el disco contador ha girado hacia atrás, y el cero del mismo ha pasado una vez por el índice; se tiene:

$$n' = 8{,}703 - (10 + 1{,}234) = -2{,}531,$$

y según la fórmula [3]:

$$A = [10 \times (-2{,}531)] + 132{,}16 = 106{,}85 \text{ cm}^2.$$

EJEMPLO 3. En el ejemplo anterior ha observado el operador que el área de la figura resulta menor que la del círculo fundamental partiendo de la misma lectura

inicial (1,234) y recorriendo el perímetro de la figura de *derecha a izquierda;* la rueda ha girado hacia adelante y la lectura final ha sido de 3,765. El área negativa así determinada es $10 \times (3{,}765 - 1{,}234) = 25{,}31$ cm², como en el ejemplo anterior. Hay quien prefiere recorrer el perímetro de la figura de derecha a izquierda (sentido contrario al de las agujas del reloj) para evitar que la rueda gire hacia atrás, con lo que se simplifican las operaciones. Pero nosotros nos referimos, en los razonamientos y en la fórmula [3], al recorrido de izquierda a derecha (sentido de las agujas del reloj).

4-16. Area del círculo fundamental.—El área del círculo fundamental se puede determinar recorriendo el perímetro de la figura una vez con el polo fuera y otra con el polo dentro. La primera operación nos da el área de la figura ($A = Cn$), y la segunda, un área Cn', que representa la diferencia entre el área de la figura y la del círculo fundamental; de la ecuación [3] se deduce que

$$Z = Cn - Cn' = C(n - n'), \qquad [4]$$

donde n' es $\left\{\begin{matrix}\text{negativo}\\\text{positivo}\end{matrix}\right\}$ si el área de la figura es $\left\{\begin{matrix}\text{menor}\\\text{mayor}\end{matrix}\right\}$ que la del círculo fundamental, según sea el sentido en que gire el tambor.

EJEMPLO. Un planímetro dado tiene una constante de 10 cm². Se recorre el perímetro de una figura de izquierda a derecha, primero con el polo fuera y luego con el polo dentro; las diferencias de lecturas son, respectivamente, 2,124 y —9,537. Según la fórmula [4], el área del círculo fundamental es

$$Z = 10 \times [2{,}124 - (-9{,}537)] = 116{,}61 \text{ cm}^2.$$

Cuando el brazo trazador tiene una longitud invariable, el área del círculo fundamental va, de ordinario, grabada sobre dicho brazo o consignada en el estuche del planímetro.

4-17. Figura dibujada con más de una escala.—Cuando una figura está dibujada a escalas diferentes, el área buscada se obtiene multiplicando la dada por el planímetro por el producto de las escalas. Así, p. ej., si se representa un perfil a escala 1 cm = 50 m (horizontal) y 1 cm = 5 m (vertical), cada centímetro cuadrado en el dibujo representa $50 \times 5 = 250$ m².

4-18. Precisión de las mediciones con planímetro.—Si la relación entre las vueltas del tambor y el área es la que debe ser, los errores que se cometen en las mediciones planimétricas son puramente accidentales (véase Cap. V), debiéndose principalmente a que el operador no sigue exactamente con el punzón trazador el perímetro de la figura. A igualdad de cuidado y destreza del operador, cuanto más pequeña sea la superficie que se mide, más grande es el error relativo de la medición. Por esta razón es conveniente que la figura se dibuje a una escala apropiada a la precisión con que se quiera medir su área; ordinariamente, las mediciones con planímetro de pequeñas superficies tienen una precisión del 1 %, y tratándose de superficies de mayor tamaño, la precisión puede ser

del 0,1 o el 0,2 %. En general, una superficie medida directamente por la diferencia entre las lecturas inicial y final de un planímetro puede expresarse con tres (o menos de cuatro) cifras significativas; la suma de tales áreas (para un número dado de cifras decimales) puede tener un número mayor de cifras significativas.

De acuerdo con la precisión de las mediciones planimétricas, las lecturas del tambor deben llegar hasta la milésima (0,001) de vuelta, y las áreas C, A y Z deben determinarse con una aproximación de 0,01 cm^2. Las constantes C y Z se hallan como medias de varias observaciones.

4-19. Teoría del planímetro.—Son muchos los tratados en que se expone la teoría matemática del planímetro. A continuación vamos a dar una demostración geométrica, muy sencilla, de su fundamento.

En la figura 4-5(a), las líneas de trazo lleno más grueso representan un planímetro polar, con el punzón trazador T, la rueda W y el polo A. El brazo trazador TW va suspendido en H del brazo polar AH. La longitud TH del brazo trazador la designamos con la letra L; el trozo

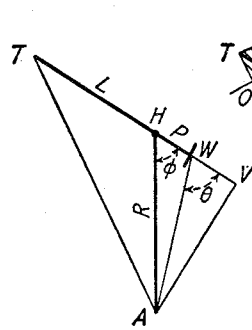


FIG. 4-5(a).

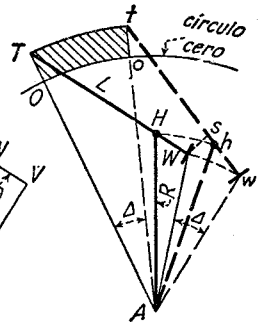


FIG. 4-5(b).

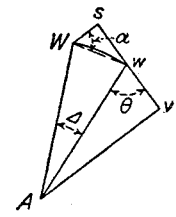


FIG. 4-5(c).

HW, con P, y el brazo polar AH, con R (aunque el brazo HW se represente, como se hace en otras figuras, al otro lado del brazo trazador, la demostración que sigue es igualmente válida).

En la figura 4-5(b) observamos la superficie infinitesimal $TtoO$, que es la parte del sector circular TAt que cae fuera del círculo fundamental. Si con el punzón trazador se recorre el perímetro de dicha superficie, de izquierda a derecha, la única rotación leída de la rueda es la debida al movimiento de T hasta t, porque la traslación de t a o está anulada por su igual e inversa de O a T, y porque la rueda no gira cuando el punzón se mueve sobre el círculo fundamental, de o a O. Las líneas de trazos gruesos indican la posición del planímetro cuando el punzón está en t.

Al moverse el punzón de T a t, la rueda se mueve de W a w, en parte girando y en parte resbalando sin girar. La primera parte está represen-

tada por el segmento Ws y la segunda por el sw. Vamos ahora a demostrar que la superficie $TtoO$ es proporcional al giro de la rueda, o sea que es igual al número n de vueltas multiplicado por una constante C. En las fórmulas [5] a [14] se ve claramente el proceso que conduce a este resultado:

$$\text{Area } TtoO = \frac{\overline{AT}\cdot\overline{Tt}}{2} - \frac{\overline{AO}\cdot\overline{Oo}}{2} \qquad [5]$$

$$= \frac{\overline{AT}^2\cdot\Delta}{2} - \frac{\overline{AO}^2\cdot\Delta}{2} \qquad [6]$$

$$= \frac{\Delta}{2}(L^2 + 2LR\cos\phi + R^2 - 2PL - L^2 - R^2) \qquad [7]$$

$$= L\cdot\Delta\cdot(R\cos\phi - P) \qquad [8]$$

$$= L\cdot\Delta\cdot\overline{WV} \qquad [9]$$

$$= L\cdot\Delta\cdot\overline{AW}\cdot\cos\theta \qquad [10]$$

$$= L\cdot\overline{Ww}\cdot\cos\alpha \qquad [11]$$

$$= L\cdot\overline{Ws} \qquad [12]$$

$$= L\cdot c\cdot n \qquad [13]$$

$$= C\cdot n \qquad [14]$$

Fórmula [5]: El área de un sector circular es igual a la mitad del producto del radio por el arco.

Fórmula [6]: La longitud de un arco es igual al producto del radio por el ángulo expresado en radianes.

Fórmula [7]: Los segmentos AT y AO se pueden expresar en función de las dimensiones del planímetro del modo siguiente [Fig. 4-5(a)]:

$$\begin{aligned}\overline{AT}^2 &= \overline{TV}^2 + \overline{AV}^2\\ &= (L + R\cos\phi)^2 + (R\,\text{sen}\,\phi)^2\\ &= L^2 + 2LR\cos\phi + R^2(\text{sen}^2\,\phi + \cos^2\phi)\\ &= L^2 + 2LR\cos\phi + R^2.\end{aligned}$$

En la figura 4-6 se tiene:

$$\begin{aligned}\overline{AO}^2 &= \overline{OW}^2 + \overline{AW}^2\\ &= (P + L)^2 + R^2 - P^2\\ &= 2PL + L^2 + R^2.\end{aligned}$$

Fórmula [8]: Se obtiene por simplificación de la [7].

Fórmula [9]: En la figura 4-5(a) se tiene que

$$\overline{WV} = \overline{HV} - P = R\cos\phi - P.$$

Fórmula [10]: Se deduce de la [9] considerando el triángulo AWV en la figura 4-5(a).

Fórmula [11]: La longitud de un arco es igual al producto del radio por el ángulo expresado en radianes, por lo cual, en la figura 4-5(c), el

arco $\overline{Ww} = \Delta \cdot \overline{AW} = \Delta \cdot \overline{Aw}$. El segmento Ws es perpendicular al sv; y tomando límites, se ve que la línea Ww acaba por confundirse con el arco Ww y es perpendicular a la recta Aw, de donde resulta que cos α = cos θ.

Fórmula [12]: Se deduce de la anterior considerando el triángulo WwS de la figura 4-5(*c*).

Fórmula [13]: El recorrido de una rueda es el producto de la longitud de su circunferencia, c, por el número de vueltas, n.

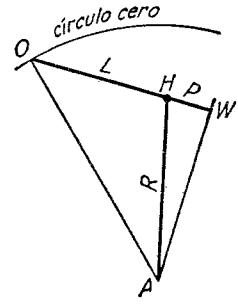


FIG. 4-6.

Fórmula [14]: Las dos dimensiones características (L y c) se agrupan en una sola constante instrumental C.

Para una figura dibujada a escala natural, la constante planimétrica C es igual al producto de la longitud del brazo trazador por la circunferencia de la rueda. En figuras dibujadas a distinta escala, en la constante del planímetro se puede incluir el factor o coeficiente necesario para convertir las áreas reales en otras a escala dada; en este caso, se acostumbra designar la constante con la letra C'.

EJERCICIOS NUMERICOS

4-1. ¿Cuántos decímetros hay en 7,53 m?

4-2. ¿Cuál es el área de un terreno rectangular que tiene 1150,5 m de largo por 3 Hm de ancho?

4-3. ¿Cuántas cifras significativas hay en cada una de las siguientes cantidades?:

a) 0,208 *d)* $30{,}0 \times 10^6$ *g)* $28{,}46 \pm 0{,}08$
b) 76 248,0 *e)* 0,006
c) 1,4800 *f)* $1{,}04 \pm 0{,}02$

4-4. Hállense los siguientes productos mediante el empleo de logaritmos:

a) $2{,}64 \times 79{,}18 \times 0{,}0767 \times 1{,}0028$
b) $(3{,}415)^2 \times \sqrt[3]{72{,}849}$
c) $(6{,}618)^{1/3} \times (68{,}627)^{1/2}$

4-5. Hállense por logaritmos, los cocientes siguientes:
a) 76,21 : 49,20 (cinco cifras en los logaritmos).
b) 0,4092 : 0,006314
c) 1,4823 : 16,4917 (logaritmos con seis cifras).
d) 8,472 : tg 42° 21′.

4-6. Calcúlense los logaritmos de 27, de $\sqrt{15}$ y de $\sqrt[3]{12}$, utilizando únicamente los logaritmos de los siguientes números:
log 2 = 0,30103; log 3 = 0,47712, y log 5 = 0,69897.

4-7. Si los ángulos de un triángulo aproximadamente equilátero se miden con un error angular de 30″ y las distancias con una precisión concordante con dicho error, ¿cuántas cifras significativas habrá de tener el área, calculada mediante senos y cosenos?

4-8. En una reducida red de triangulación (véase Cap. XVI) se toma un lado de un triángulo como base para el cálculo de los demás lados, empleando senos en este cálculo. La longitud medida de la base es de 603,82 m, y se supone que el error respecto al valor verdadero es del orden de 5 cm. Se trata de averiguar la precisión con que deben medirse los ángulos si sus valores están comprendidos entre 50° y 70°. ¿Cuántas cifras significativas tendrán las longitudes calculadas para los otros lados?

4-9. Con el punzón trazador de un planímetro se recorre una circunferencia de 10 cm de diámetro, de izquierda a derecha y con el polo fuera. La lectura inicial es 5,637 y la final 6,939. Hállese la constante del planímetro.

4-10. En un planímetro dado, la constante instrumental es 10,22 y el área del círculo fundamental 116,24 cm^2. Se recorre el perímetro de una figura, de izquierda a derecha, con el polo dentro. Las lecturas inicial y final son, respectivamente, 1,085 y 9,632; la rueda ha girado hacia atrás y el cero del contador ha pasado una vez por el índice. Hállese el área de la figura.

4-11. El brazo trazador de un planímetro se ha ajustado de modo que el tambor acusa 0,583 de vuelta para una superficie medida de 10 cm^2. Se recorre el perímetro de una figura, de izquierda a derecha, primero con el polo fuera y después con el polo dentro. Las diferencias de lecturas son, respectivamente, 2,095 y —7,786. Determínense la constante C del planímetro y el área del círculo fundamental.

4-12. Se recorre el perímetro de una figura, de izquierda a derecha, con el polo dentro y con el brazo trazador en la misma posición que en el ejercicio anterior. La diferencia de lecturas es —3,781. Calcúlese el área de la figura.

4-13. Con el brazo trazador del planímetro, en las mismas condiciones del caso anterior, se recorre, de izquierda a derecha y con el polo fuera, el perímetro de una figura cuya escala vertical es 1 cm = 10 m y cuya escala horizontal es 1 cm = 30 m. La diferencia de lecturas es 1,932. Hállese el área en centímetros cuadrados y dígase a qué superficie corresponde. Exprésese dicha área en centímetros cuadrados.

4-14. En un planímetro polar dado, la circunferencia de la rueda es 5 cm. Para utilizar este instrumento en un plano a escala 1/100, se quiere que la constante C' del planímetro sea 1000. Averígüese qué longitud ha de tener el brazo trazador.

EJERCICIOS DE GABINETE

PROBLEMA 1. AREA CON PLANÍMETRO

Objeto. Con el planímetro polar determínese el área de una figura dibujada a escala.

Procedimiento. 1) Se coloca el brazo trazador de modo que una vuelta de la rueda acuse una relación simple, a la escala dada, con la unidad de medida. 2) Compruébese la posición correcta del brazo recorriendo tres veces el perímetro de una figura de superficie conocida, p. ej., un rectángulo de 2 cm por 5 cm. Se anotan las lecturas hasta la 0,001 de vuelta. En caso necesario, se regula el brazo trazador hasta obtener la relación deseada. 3) Con el polo fuera de la figura, se recorre de izquierda a derecha el perímetro de esta última para determinar su área. Compruébese, por repetición, la diferencia de lecturas. 4) Exprésese esta diferencia en superficie. 5) Determínese el área del círculo fundamental del modo indicado en la sección 4-16. 6) Hállese la superficie de la figura con el polo *dentro*. 7) Regúlese el brazo trazador de modo que no se conozca la relación entre vueltas de la rueda y área. Determínese la diferencia de lecturas del planímetro para la figura de superficie conocida y para la figura dada. Calcúlese, mediante una proporción, el área de la figura

Advertencias y precauciones. Se debe colocar el polo de manera que la rueda se mantenga siempre sobre el papel al recorrer el perímetro de la figura con el punzón trazador. Conviene disponer el brazo trazador perpendicular al brazo polar cuando el punzón trazador está cerca del centro de la superficie. Hay que cerciorarse de que el papel no presenta arrugas y que el borde de la rueda está perfectamente limpio.

REFERENCIAS

BRUHNS, C.: *A New Manual of Logarithms to Seven Places of Decimals*, 18.ª ed., D. Van Nostrand Company, Inc., Princeton, N. J., 1941.

2. HOLMAN, S. W.: *Computation Rules and Logarithms*, The Macmillan Company, Nueva York, 1906.
3. IVES, H. C.: *Natural Trigonometric Functions to Seven Decimal Places for Every Ten Seconds of Arc*. 2.ª ed., John Wiley & Sons, Nueva York, 1942.
4. MCCORMICK, E. M.: *Digital Computer Primer*, McGraw-Hill Book Company, Nueva York, 1959.
5. U. S. BUREAU OF LAND MANAGEMENT: *Standard Field Tables*, 8.ª ed., Government Printing Office, Washington, D. C., 1956.

CAPITULO V

ERRORES

5-1. Generalidades.—En la sección 1-10 se aludió a la necesidad que tiene el topógrafo de conocer los errores propios de las mediciones y de los cálculos (Secs. 4-5 y 4-6). Toda magnitud observada o medida contiene errores de cuantía desconocida debido a múltiples causas, por lo cual una medida nunca es realmente exacta. Una de las misiones más importantes del topógrafo consiste en mantener las mediciones dentro de ciertos límites de precisión, impuestos por la clase y la finalidad del levantamiento. Para ello es necesario que conozca bien las causas de los errores, apreciando el efecto de varios errores combinados sobre la medición de que se trate y familiarizándose con el procedimiento que debe seguirse para mantener la precisión requerida, y la debida adecuación entre las precisiones con que se miden ángulos y distancias. Pudieran citarse muchos casos en que topógrafos con mucha experiencia han puesto de manifiesto una ignorancia en este asunto tan ridícula como lamentable.

Al hablar de mediciones u observaciones en general hay que distinguir entre exactitud y precisión. Según la Sociedad Americana de Ingenieros Civiles, exactitud es «aproximación absoluta a la verdad», mientras que precisión es «aproximación relativa o aparente a la verdad». (Anteriormente, la citada Sociedad definía la precisión como «el grado de afinación en la lectura de una observación o el número de cifras con que se efectúa un cálculo»); según el Servicio Geodésico y de Costas de Estados Unidos, exactitud es «el grado de conformidad con un patrón o modelo», y precisión, «el grado de perfección con que se realiza una operación o se establece un resultado». De estas definiciones, tan acordes entre sí, se desprende que una medición puede ser exacta sin ser precisa, y al contrario. Así, p. ej., puede medirse una distancia con gran escrupulosidad, hasta el milímetro con una cinta, y cometerse un error de centímetros si la cinta está afectada por algún error en su longitud; la medición en estos casos es precisa, pero no exacta.

5-2. Causas de los errores.—Los errores proceden de tres causas principales:

1.ª Imperfección o ajuste defectuoso de los instrumentos o dispositivos con que se hacen las medidas. Así, p. ej., una cinta puede ser demasiado larga o un nivel estar mal corregido. Estos se llaman *errores instrumentales.*

2.ª Limitación de los sentidos de la vista y del tacto; p. ej., puede

cometerse un error al leer el círculo graduado de un teodolito o al apreciar la tensión de una cinta métrica. Estos son *errores personales.*

3.ª Variación de ciertos fenómenos naturales, como la temperatura, la humedad, el viento, la gravedad, la refracción y la declinación magnética; p. ej., la longitud de una cinta metálica puede aumentar o disminuir según suba o baje la temperatura, y las lecturas de una brújula pueden estar afectadas por cambios de la declinación magnética. Estos se llaman *errores naturales.*

5-3. Clases de errores.—Una equivocación o *error material* es una falta cometida sin intención y debida a poco criterio o a una confusión del observador, y es totalmente diferente de los errores físicos o matemáticos propiamente tales. En este tratado haremos siempre la distinción entre errores y equivocaciones; claro está que estas últimas no entran para nada en el estudio y discusión de la teoría de errores, y se descubren y eliminan comprobando todo el trabajo.

El *error real* en una cantidad dada es la diferencia entre su medida y su valor verdadero. El error real es el resultado de la acumulación de errores diferentes debidos a diversas causas; algunos tienden quizá a obtener valores mayores que los verdaderos, mientras que otros los obtienen menores. Si el resultado de una medición es mayor que el valor verdadero, se dice que el error es por exceso, o positivo, y si es menor, se dice que el error es por defecto, o negativo. Para una sola cantidad medida por observación no puede determinarse exactamente ni el error real ni ninguno de sus componentes, pero pueden fijarse dentro de ciertos límites probables.

Se llama *discrepancia* a la diferencia entre dos mediciones de la misma cantidad (véase Sec. 5-5).

Se denomina *error sistemático* aquel que, en igualdad de condiciones, se repite siempre con la misma magnitud y el mismo signo (que puede ser positivo o negativo). Si no cambian las condiciones durante una serie de medidas, se dice que el error sistemático es *constante;* p. ej., al medirse una distancia con una cinta errónea por defecto. Si cambian las condiciones, produciendo variaciones correspondientes a la magnitud del error, se dice que este es un error sistemático *variable;* p. ej., al medir una distancia con una cinta metálica durante un tiempo en que varía la temperatura. Todo error sistemático obedece siempre a alguna ley matemática o física, por lo cual puede determinarse y aplicarse la oportuna corrección, y sus efectos tienen carácter acumulativo. El error puede ser instrumental, personal o natural.

Error accidental o *fortuito* es el debido a una combinación de causas ajenas a la pericia del observador, y al que no puede aplicarse corrección alguna; en cada observación, la magnitud y el signo del error accidental son cosas casuales, por cuya razón no pueden ser base de cálculos como lo son la cuantía y el signo de los errores sistemáticos. No obstante, los errores accidentales suelen, en conjunto, obedecer a las leyes de la probabilidad (véase Sec. 5-6). Puesto que un error accidental puede ser lo

mismo positivo que negativo, se produce siempre una cierta compensación, por lo cual estos errores accidentales son designados como *errores compensables;* también se distinguen con el nombre de «errores irregulares» y «errores ambulantes». Un ejemplo de error accidental se tiene en la imposibilidad, al medir una distancia con cinta, de colocar la aguja en la división debida. Los errores accidentales continúan actuando aun después de haber eliminado las equivocaciones por comprobación y los errores sistemáticos por corrección.

5-4. Comparación entre los errores sistemáticos y los accidentales.— El error sistemático total en un cierto número de observaciones es la suma algebraica de los errores de cada observación. Es decir, que si se mide una distancia con una cinta corta, el error sistemático debido al defecto de la cinta será directamente proporcional a la longitud de la distancia medida.

EJEMPLO 1. La longitud de una alineación, medida con una cinta de 30 m, a 15° C, es de 300 m; al comparar después la cinta con un patrón o modelo, se ve que tiene realmente 30,006 m. El error en la distancia medida será $-0{,}006 \times 10 = -0{,}06$ m, y la longitud real de la alineación será de 300,06 m.

Este ejemplo pone de manifiesto cómo un error sistemático *constante* aumenta con el número de observaciones. En el ejemplo siguiente veremos el efecto de un error sistemático *variable.*

EJEMPLO 2. Con una cinta de 100 m se mide una distancia, obteniéndose como resultado 400,00 m. De las temperaturas observadas durante la medición se deduce que en la primera cintada la longitud probable de la cinta era de 99,998 m; en la segunda, de 100,001 m; en la tercera, de 100,008 m, y en la cuarta, de 100,004 m. El error sistemático total debido a la variación de temperatura es la suma de los errores parciales, o sea $+0{,}002 - 0{,}001 - 0{,}008 - 0{,}004 = -0{,}011$ m $= -11$ mm; luego la distancia medida será realmente $400{,}00 + 0{,}01 = 400{,}01$ m.

Ocurre con frecuencia que el error sistemático procedente de una causa es de signo contrario al originado por otra causa distinta, de modo que el error total puede ser menor que alguno de los errores parciales. Así, p. ej., una cinta sometida a una cierta tensión y a una temperatura determinada puede tener la longitud debida, es decir, la de la cinta patrón en condiciones normales. Supongamos que en las circunstancias en que se ha medido una distancia el error producido por la diferencia de tensión entre la cinta y la normal del patrón sea —0,022 m en la longitud de cada cintada, y que la diferencia de temperatura respecto a la normal produzca un error de +0,018 m por cintada; el error real unitario (por cintada) resultante de la combinación de los errores parciales, será —0,004 m. En muchas observaciones se sigue un orden tal que quedan eliminados los errores sistemáticos o, al menos, reducidos a un valor despreciable; p. ej., el error debido a los cambios de temperatura durante una medición con cinta se puede eliminar casi del todo tomando

la temperatura y haciendo la corrección correspondiente; los errores de nivelación debidos a un nivel mal corregido se pueden eliminar igualando las distancias en las visuales de frente y de espalda.

Los errores accidentales, como su nombre indica, tienen carácter puramente ocasional y no hay modo de determinarlos ni de eliminarlos, como se hace con los errores sistemáticos. Es decir, que mientras puede eliminarse muy aproximadamente el error producido por los cambios de temperatura (mediante cálculos basados en mediciones físicas), no hay modo análogo de eliminar el error accidental debido a la marcación, en el terreno, de los extremos de la cinta (con las agujas de acero) o a la lectura de la mira en una nivelación.

Según el cálculo de probabilidades, los errores accidentales tienden a aumentar proporcionalmente a la *raíz cuadrada* del número de errores probables. Esto significa que si el error accidental cometido en una cintada fuera de $\pm 0{,}005$ m, el error accidental total que se tendría en 100 cintadas no pasaría de

$$\pm 0{,}005 \times \sqrt{100} = \pm 0{,}05 \text{ m.}$$

Un error sistemático de igual magnitud originaría, en cambio, un error total de $0{,}005 \times 100 = 0{,}5$ m. Vemos así que en una serie de observaciones de cantidades independientes, pero homogéneas, los errores accidentales tienen menor importancia que los errores sistemáticos de *igual magnitud.* Aun cuando los errores accidentales no se puedan eliminar, es posible reducirlos a un valor muy pequeño empleando instrumentos y métodos adecuados. Repitiendo varias veces y del mismo modo la medición de una misma cantidad, se puede tener una idea del error accidental, como veremos más adelante, pero su verdadero valor no es posible determinarlo de manera alguna.

La importancia de los errores sistemáticos, en comparación con los accidentales, depende de la clase de observación de que se trate, del cuidado puesto por el observador y de los instrumentos y métodos empleados en la operación. En general, cuanto menos afinados sean los métodos seguidos, mayores serán los errores sistemáticos en relación con los accidentales.

5-5. Discrepancia.—Cuando se mide dos veces una misma magnitud, la diferencia entre los resultados se llama *discrepancia* entre las medidas. Es muy frecuente «comprobar» las operaciones topográficas realizando una segunda medición. Si la discrepancia entre las dos medidas es pequeña, es señal de que no se han cometido equivocaciones y de que los errores accidentales son también pequeños; pero no significa que los errores sistemáticos no puedan ser grandes. Así, p. ej., dos mediciones con cinta de una alineación de 1 Km de larga puede acusar una discrepancia de 10 cm, pero los errores sistemáticos debidos a la temperatura, al pandeo de la cinta y a su inclinación pueden llegar a sumar 1 m.

5-6. Teoría de probabilidades.—Hemos dicho que, empleando métodos apropiados, pueden eliminarse casi totalmente los errores siste-

máticos. Aunque esto es auténtico, no es menos verdad que en ciertos levantamientos, especialmente en los de baja precisión, no es necesario y resulta impracticable, ni siquiera aproximadamente, la eliminación de tales errores. En los levantamientos de alta precisión se hace todo lo posible para eliminar los errores sistemáticos, y la precisión de una medición depende del error accidental de que esté afectada. Para tener idea del valor probable o de la precisión probable de una medición *en la cual se hayan eliminado los errores sistemáticos,* hay que recurrir a la teoría de probabilidades, que trata de los errores accidentales de una serie de mediciones iguales o semejantes. En esta teoría se supone que:

1.° Los errores pequeños son más frecuentes que los grandes.
2.° No se cometen errores muy grandes.
3.° Los errores pueden ser lo mismo positivos que negativos.
4.° El verdadero valor de una cantidad es la media de un número infinito de observaciones análogas.

En la práctica resulta tan imposible eliminar completamente los errores sistemáticos como hacer un número infinito de observaciones, por lo cual nunca puede conocerse realmente el valor exacto de una cantidad. En las consideraciones y discusión que haremos a continuación se supone que los errores sistemáticos se han eliminado hasta un límite que los hace prácticamente despreciables.

El estudio completo de la teoría de probabilidades requiere el conocimiento del método de los mínimos cuadrados, pero las reglas y normas que vamos a exponer bastan para los casos más sencillos de verificación de observaciones y determinación de errores y valores probables. La teoría de probabilidades sirve para conocer la precisión de los resultados solo en cuanto estos están afectados por errores accidentales, pero en modo alguno pone de manifiesto la magnitud de los errores sistemáticos de que puedan adolecer las observaciones.

OBSERVACIONES DE IGUAL PRECISION

5-7. Valor probable.—El *valor más probable* de una cantidad es una expresión matemática que designa el valor calculado, que, según la teoría de mínimos cuadrados, tiene mayor probabilidad que ningún otro de representar el verdadero valor de la cantidad de que se trate. La aplicación principal que el topógrafo hace de la teoría de probabilidades es la determinación del valor más probable deducido a partir de una serie de observaciones.

5-7a. Valor más probable de una sola cantidad.—Para una serie de mediciones de una misma cantidad, hechas en idénticas condiciones, el valor más probable es la media de todas las mediciones.

EJEMPLO. Después de eliminados todos los errores sistemáticos, las mediciones sucesivas de una misma longitud han dado los siguientes resultados: 1012,36;

1012,35; 1012,38; 1012,32; 1012,33 y 1012,30 m. El valor más probable es la media de los anteriores, a saber: 1012,34 m.

5-7b. Varias cantidades homogéneas.—Tratándose de magnitudes de igual clase, medidas en igualdad de condiciones y cuya suma exacta se conoce, los valores más probables son los observados, con una corrección igual al error total dividido por el número de observaciones. (Este caso únicamente ocurre en la medición de ángulos alrededor de un punto o de ángulos interiores de una línea poligonal cerrada.) Su corrección se hace proporcionalmente al *número* de observaciones y no a la *magnitud* de cada medición.

EJEMPLO 1. Supongamos que los ángulos leídos desde un mismo punto sean: 130° 15′ 20″; 142° 37′ 30″ y 87° 07′ 40″. La suma es, por consiguiente, 360° 00′ 30″, luego el error total es 30″. Como hay tres ángulos, el error correspondiente a cada uno se supone que es de 10″. Luego los valores más probables serán:

$$\begin{aligned} 130^\circ\,15'\,20'' - 10'' &= 130^\circ\,15'\,10'' \\ 142^\circ\,37'\,30'' - 10'' &= 142^\circ\,37'\,20'' \\ 87^\circ\,07'40'' - 10'' &= 87^\circ\,07'\,30'' \\ \hline 360^\circ\,00'\,30'' - 30'' &= 360^\circ\,00'\,00'' \end{aligned}$$

Para mediciones análogas, hechas en igualdad de condiciones y cuya suma sea igual a una sola medición hecha en las mismas circunstancias, los valores más probables se obtienen repartiendo la discrepancia total, a partes iguales, entre todas las mediciones, incluso la suma. Si la corrección se agrega a cada medición, se resta de la suma de las mediciones, y al contrario.

EJEMPLO 2. Las medidas de tres ángulos observados desde un mismo punto O son: $AOB = 12^\circ\,31'\,50''$; $BOC = 37^\circ\,29'\,20''$, y $COD = 47^\circ\,36'\,30''$; la medida del ángulo total AOD es 97° 37′ 00″. La discrepancia entre la suma de los tres ángulos observados y el ángulo total medido es de 40″. Por ser independiente la cuantía del error del tamaño del ángulo, se divide la discrepancia en cuatro partes iguales; 40/4 = 10″. Se resta esta corrección de cada uno de los ángulos AOB, BOC y COD y se suma al ángulo total AOD. Los valores más probables serán:

$$\begin{aligned} AOB &= 12^\circ\,31'\,50'' - 10'' = 12^\circ\,31'\,40'' \\ BOC &= 37^\circ\,29'\,20'' - 10'' = 37^\circ\,29'\,10'' \\ COD &= 47^\circ\,36'\,30'' - 10'' = 47^\circ\,36'\,20'' \\ \hline \text{Suma}\quad & 97^\circ\,37'\,40'' - 30'' = 97^\circ\,37'\,10'' \\ AOD &= 97^\circ\,37'\,00'' + 10'' = 97^\circ\,37'\,10'' \end{aligned} \quad \left.\begin{matrix} \\ \\ \\ \\ \\ \end{matrix}\right\} \textit{Comprobación}$$

Tenemos que insistir en que los métodos expuestos en los ejemplos anteriores se aplican solamente a mediciones hechas todas en identidad de circunstancias para cada caso, es decir, empleando el mismo instrumento, a cargo del mismo observador, en igualdad de condiciones atmosféricas, etc. En el ejemplo 1, las probabilidades de cometer un cierto

error en uno cualquiera de los ángulos son las mismas que en cada uno de los otros. Es cierto que la probabilidad de que el error en una de las observaciones sea igual que en cada una de las demás es muy pequeña; pero es más probable con todo que el error de cada observación sea el mismo a que tome cualesquiera otros valores posibles.

Al contrastar varias mediciones cuya suma ha de ser igual a la de una sola medición, hay que distinguir entre observaciones de la clase citada en el ejemplo 2 y aquellas otras que requieren varias operaciones para medir una sola cantidad. En el caso del ejemplo 2, si se tratase de distancias en vez de ángulos, el método aplicado se hubiera debido limitar a la medición de distancias no mayores que la longitud de una cinta. Si se midiera con una cinta la distancia entre puntos intermedios consecutivos de una alineación muy larga, y después se midiera toda la alineación del mismo modo, es evidente que las correcciones habrían de depender, de alguna forma, del número de cintadas, mayor desde luego para toda la alineación que para una cualquiera de sus partes, y mayor así mismo para los tramos largos que para los cortos.

5-8. Error probable.—Cuando se hace una serie de observaciones iguales o análogas de una misma cantidad se obtiene un número correspondiente de valores. Las diferencias entre estos valores proporcionan el medio para determinar el *error probable,* expresión matemática que mide, en cierto modo, la precisión, pero que no es el error verdadero ni el error más probable. Esta precisión se refiere únicamente a los errores accidentales o fortuitos, o sea después de haber reducido a una cantidad despreciable los errores sistemáticos.

El error probable es una cantidad positiva o negativa dentro de cuyos límites puede caer o no el verdadero error accidental con tantas posibilidades en pro como en contra. Dicho de otro modo, si el error probable de una medición se suma y se resta del valor observado, la probabilidad de que el verdadero valor de la cantidad medida caiga dentro de los límites así obtenidos es igual a la probabilidad de que caiga fuera.

Así, p. ej., si 6,23 es la media de varias mediciones, y 0,11 es el error probable del valor medio, existe la misma probabilidad para que el verdadero valor se halle entre $6{,}23 - 0{,}11 = 6{,}12$ y $6{,}23 + 0{,}11 = 6{,}34$ como para que esté fuera. En este caso, el resultado de la medición se escribe así: $6{,}23 \pm 0{,}11$. El *error probable relativo* o *grado probable de precisión* de esta medida es $0{,}11 : 6{,}23 = 1/57$, aproximadamente. Todo cuanto digamos en este capítulo referente a errores probables puede, en caso de mediciones lineales, aplicarse a grados probables de precisión, expresando la precisión de uno u otro modo, según convenga.

Otra medida de la precisión de una serie de observaciones la constituye la *desviación típica* (normal), o *error típico* (normal), que se calcula, como se indica en la ecuación [1] y en el ejemplo antes citado, por medio de la teoría de los mínimos cuadrados. El error probable es sencillamente un caso especial de desviación normal, que corresponde a una probabilidad del 50 % de que el error caiga dentro o fuera de

los límites señalados. Ambas medidas están ligadas entre sí por una constante numérica (error probable = 0,6745 de la desviación normal). Dado el carácter de este libro, resulta más adecuado y sencillo el empleo del error probable (o error del 50 %), y todo el estudio que se hace en este capítulo está basado en el error probable, y no en la desviación típica.

En la corrección de observaciones, el error probable del valor más probable de cada cantidad puede deducirse de una serie de mediciones de esta última, y los errores probables pueden así utilizarse en el cálculo de *pesos* o factores de corrección que deben aplicarse a cantidades análogas. También se emplea el error probable en la elección de los métodos de levantamiento adecuados a la precisión que se quiera obtener.

5-8a. Error probable de una sola cantidad.—Ya hemos visto que la media de una serie de observaciones de una misma cantidad es su valor más probable. En la determinación del error probable, este valor medio se considera también, desde el punto de vista matemático, como el valor más exacto (deducido de esta serie de operaciones), y se hallan después las diferencias entre cada una de las observaciones y dicho valor medio. Estas diferencias se llaman *errores residuales* o *desviaciones*. En la teoría de mínimos cuadrados se demuestra que el error probable es una función de la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de los errores residuales.

Aunque no vamos a deducir las fórmulas siguientes, debemos hacer constar que están fundadas en la hipótesis de haberse hecho un gran número de observaciones de una misma cantidad. Sin embargo, la experiencia demuestra que estas fórmulas pueden aplicarse, con buenos resultados, aun en el caso de disponer de un reducido número de observaciones; es dudoso que estas fórmulas se puedan aplicar con éxito a una serie de observaciones que incluya menos de 10 mediciones.

El error probable de *una sola observación* se calcula por la fórmula

$$E = 0{,}6745 \sqrt{\frac{\Sigma v^2}{n-1}} = 0{,}6745\sigma, \qquad [1]$$

donde Σv^2 es la suma de los cuadrados de las desviaciones, n el número de observaciones y σ la desviación típica. El error probable de una sola observación no interviene en el cálculo del valor más probable de una serie de mediciones análogas, pero indica el grado de precisión que cabe esperar en una sola observación, hecha en las mismas condiciones que las demás.

El error probable de una sola observación puede calcularse aproximadamente con la fórmula

$$E = \frac{0{,}845\ \Sigma v}{\sqrt{n(n-1)}}, \qquad [2]$$

donde Σv es la suma de los valores absolutos de las desviaciones.

También puede calcularse el error probable de una sola observación con el mismo grado de aproximación mediante la fórmula

$$E = 0{,}845\bar{v} \text{ (aproximado)}, \qquad [3]$$

donde $\bar{v}$ es la media de las desviaciones, prescindiendo de los signos. El término $\bar{v}$ se llama también *desviación media.*

Como la determinación del error probable es siempre un cálculo aproximado, se puede permitir, e incluso aconsejar en muchos casos, que se tome la desviación media como error probable, es decir,

$$E = \bar{v} \text{ (aproximadamente)}. \qquad [4]$$

El error probable de la *media* de un cierto número de observaciones de la misma cantidad se calcula con la fórmula

$$E_m = 0{,}6745\sqrt{\frac{\Sigma v^2}{n(n-1)}} = \frac{E}{\sqrt{n}} = 0{,}6745\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \qquad [5]$$

Como se ve, el error probable de la media es inversamente proporcional a la raíz cuadrada del número de observaciones.

Es más conveniente aplicar las fórmulas [2] a [4] que la [1], y la oportunidad de su empleo depende del número de observaciones, de la distribución de las desviaciones y del número de cifras con que se quiera expresar el error probable.

En los ejemplos que siguen se ve el modo de aplicar las fórmulas anteriores y se aprecia el grado de aproximación que se obtiene con la utilización de las fórmulas [2], [3] y [4].

EJEMPLO. A continuación se consigna una serie de 10 lecturas de mira, hechas con un nivel, en idénticas condiciones unas que otras. El cielo estaba nuboso y el aire en calma. Se puso el instrumento en estación y la mira se colocó en un punto a 200 m de distancia. Antes de cada lectura, se movía la mira y se nivelaba el instrumento.

Lectura de mira, en m	v, en m	v^2
1,467	0,002	0,000004
1,460	0,005	0,000025
1,469	0,004	0,000016
1,465	0,000	0,000000
1,471	0,006	0,000036
1,461	0,004	0,000016
1,463	0,002	0,000004
1,466	0,001	0,000001
1,460	0,005	0,000025
1,468	0,003	0,000009
	$\Sigma v = 0{,}032$	$\Sigma v^2 = 0{,}000136$
Media = 1,465	$\bar{v} = 0{,}0032$	$\sigma = \pm\sqrt{\frac{0{,}000136}{9}} = \pm 0{,}00389$

Con estos valores, el error probable de una sola observación será:

$$\text{Con la fórmula [1]},\ E = \pm 0{,}6745\sqrt{\frac{0{,}000136}{9}} = \pm 0{,}00262 \text{ m.}$$

$$\text{Con la fórmula [2]},\ E = \pm\frac{0{,}845 \times 0{,}032}{\sqrt{10 \times 9}} = \pm 0{,}00285 \text{ m.}$$

$$\text{Con la fórmula [3]},\ E = \pm 0{,}845 \times 0{,}0032 = \pm 0{,}00270 \text{ m.}$$

$$\text{Con la fórmula [4]},\ E = \pm 0{,}00320 \text{ m.}$$

Aplicando la fórmula [5], con el valor de E calculado en la ecuación [1], el error probable de la media será

$$E_m = \pm\frac{0{,}00262}{\sqrt{10}} = \pm 0{,}00083 \text{ m.}$$

En este ejemplo se ve no solo cómo hay que proceder para calcular los errores probables, sino que también se aprecia el grado de aproximación que introduce en el error probable de una observación el empleo de la fórmula aproximada. El resultado, en este ejemplo, se ha expresado adrede con más cifras de las correspondientes a los datos (véase Sec. 4-4) para que pueda hacerse la oportuna comparación.

En los trabajos en que hay que calcular muchos errores probables se ahorra mucha labor con el empleo de una u otra de las fórmulas aproximadas anteriores. Excepto para las observaciones hechas en levantamientos de alta precisión, las fórmulas [2] y [3] dan resultados de suficiente aproximación.

En cuanto se calculan las desviaciones, deben compararse con la desviación media. Los valores correspondientes a errores residuales excesivamente elevados (p. ej., tres o cuatro veces la desviación media) se desechan y se continúa el cálculo con los demás valores.

5-8b. Varias cantidades homogéneas.—El error probable de la suma de observaciones, cuando todas tienen el mismo error probable, es igual al error probable de una sola observación multiplicado por la raíz cuadrada del número de observaciones (posibilidades de error), o sea

$$E_s = E\sqrt{n} \qquad [6]$$

La ecuación [6] corresponde a un caso particular de la fórmula [11], que veremos más adelante, en el que todas las cantidades tienen el mismo error probable, es decir, que todas poseen la misma *precisión* (véase también Sec. 4-5, *Adición).*

EJEMPLO. Si el error de medición en cada cintada, con una cinta de 30 m, es de ±0,010 m, el error probable que se comete en la medición de una distancia de 900 m será de $\pm 0{,}010 \times \sqrt{30} = \pm 0{,}054$ m.

OBSERVACIONES DE DIFERENTE PRECISION

5-9. Peso.—En las anteriores consideraciones se ha supuesto que todas las observaciones han sido tomadas en identidad de condiciones y, por tanto, son de igual precisión. Pero es frecuente, en los levantamientos topográficos, tener que combinar resultados de mediciones hechas en diversas condiciones y que, por consiguiente, tienen diferente precisión. En este caso hay que recurrir al grado de precisión, o *peso,* que debe aplicarse a cada una de las observaciones. Así, p. ej., supongamos que se ha medido un ángulo en varias ocasiones y por distintos operadores, pero probablemente con igual cuidado, y que los resultados han sido:

47° 37′ 40″ (una sola observación)
47° 37′ 22″ (cuatro observaciones)
47° 37′ 30″ (nueve observaciones).

Admitiendo, como se ha dicho, que todas las lecturas se han hecho con igual esmero, es lógico admitir también que el segundo valor (47° 37′ 22″) tiene cuatro veces la precisión del primero (47° 37′ 40″), y que el tercer valor (47° 37′ 30″) tiene una precisión igual a nueve veces la del primero. En general, *los pesos son proporcionales al número de observaciones.* Se conviene en asignar el valor 1 al peso de la observación menos precisa (en este caso el primer valor); en este supuesto, los valores segundo y tercero tendrán pesos 4 y 9, respectivamente. Los pesos son magnitudes relativas, no absolutas; es decir, que los números 2, 8 y 18 representan los mismos pesos que los números 1, 4 y 9.

Con mucha frecuencia se asignan los pesos a las observaciones, no según el número de observaciones, sino arbitrariamente, a juicio del operador. Así, p. ej., este puede pensar que una cota observada en un día templado, sin viento, es dos o tres veces más precisa que la obtenida en el mismo itinerario, pero en un día frío y con mucho viento.

Si en vez del número de observaciones, lo que se conoce es el error probable, se puede deducir el peso del modo siguiente: se ha visto que para observaciones hechas con el mismo cuidado los pesos varían proporcionalmente al número de observaciones, y que el error probable (del valor medio) varía en razón inversa de la raíz cuadrada del número de observaciones. De aquí se sigue *que los pesos son inversamente proporcionales a la raíz cuadrada de los correspondientes errores probables,* o sea

$$\frac{W_1}{W_2} = \frac{E_2^2}{E_1^2} \qquad [7]$$

donde W_1 y W_2 son los pesos que hay que asignar a las observaciones, y E_1 y E_2, los errores probables respectivos. Para cualquier número de mediciones, la fórmula [7] se puede escribir del modo siguiente:

$$W_1E_1^2 = W_2E_2^2 = W_3E_3^2 = \ldots \qquad [7a]$$

5-10. Corrección de observaciones de peso dado.—Una vez conocidos los pesos por cualquiera de los tres métodos descritos, se pueden determinar los valores más probables. Pueden presentarse dos casos: 1) observaciones de *una sola cantidad;* 2) observaciones de *varias cantidades de la misma clase.*

5-10a. Una sola cantidad.—El valor más probable de una cantidad medida varias veces con diferente precisión es la *media ponderada,* llamando así al resultado de dividir por la suma de los pesos la suma de los productos de cada valor por su propio peso.

EJEMPLO 1. Se quiere hallar el valor más probable del ángulo considerado en la sección anterior. Como se da para cada valor el número de observaciones, se deducen inmediatamente los pesos, que son 1, 4 y 9, respectivamente. En el cálculo siguiente se opera solo sobre los segundos, que representan las *diferencias* entre los valores observados y el valor común 47° 37′:

	47° 37′ 40″ × 1 =	47° 37′ 40″
	22″ × 4 =	88″
	30″ × 9 =	270″
Suma	14	398″
	398″: 14 =	28″.

La media ponderada, que es el valor más probable, será, pues, 47° 37′ 28″.

EJEMPLO 2. *Solución* a).—Se siguen cuatro itinerarios de nivelación diferentes para determinar la cota de un punto dado. Las alturas observadas para el punto, con sus correspondientes errores probables, son:

Itinerario	Altura observada, m
a	221,05 ± 0,006
b	221,37 ± 0,012
c	220,62 ± 0,018
d	221,67 ± 0,024

Como se conocen los errores probables, los pesos se calculan con la fórmula [7]:

$$W_a 6^2 = W_b 12^2 = W_c 18^2 = W_d 24^2$$

o bien:

$$W_a = 4W_b = 9W_c = 16W_d$$

Si hacemos $W_a = 1$, tendremos: $W_b = {}^1/_4$, $W_c = {}^1/_9$, $W_d = {}^1/_{16}$.

Se multiplica la altura observada por su peso propio, como se ve en el siguiente cuadro:

Itinerario	Altura observada	Peso	Observación ponderada
a	221,05	1	221,05
b	221,37	${}^1/_4$	55,34
c	220,62	${}^1/_9$	24,51
d	221,67	${}^1/_{16}$	13,85
SUMAS	... ...	${}^{205}/_{144}$	314,75

El valor más probable de la cota es la media ponderada; o sea, la suma de las observaciones ponderadas, dividida por la suma de los pesos:

$$\text{media ponderada} = \frac{314{,}75 \times 144}{205} = 221{,}09 \text{ m (valor más probable).}$$

Solución b).—Cuando las cantidades son elevadas, como en la solución anterior, se simplifica el cálculo ponderando las *diferencias* en lugar de los valores directamente observados. Así, p. ej., tomemos, en el caso de que nos estamos ocupando, las diferencias entre los valores observados y el 221,00, y multipliquémoslas por su peso. Además, en vez de expresar los pesos en forma fraccionaria, se les da forma entera para facilitar el cálculo. De este modo tendremos:

Itinerario	Altura observada	Menos 221,00	Peso	Diferencia ponderada
a	221,05	+0,05	144	+ 7,2
b	221,37	+0,37	36	+13,3
c	220,62	—0,38	16	— 6,1
d	221,67	+0,67	9	+ 6,0
SUMAS	... ...	... ...	205	+20,4

La diferencia más probable entre 221,00 y el error más probable de la altura será (+20,4/205) = +0,10 m, luego el valor más probable de la altura será 221,00 + 0,10 = 221,10 m, igual, muy aproximadamente, que la obtenida anteriormente (la diferencia es de solo 0,01 m).

En el ejemplo anterior hay que multiplicar números con cinco cifras en la solución *a*), mientras que en la *b*) solo se multiplican números de tres cifras. Si se emplea la regla de cálculo se puede resolver el problema, operando sobre las diferencias, en una tercera parte del tiempo que se emplearía para resolverlo operando directamente sobre observaciones con sus pesos.

Error probable de la media ponderada.—Según la teoría de los mínimos cuadrados, el error probable de la media ponderada es:

$$E_{mp} = 0{,}6745 \sqrt{\frac{\Sigma(Wv^2)}{(\Sigma W)(n-1)}} \qquad [8]$$

EJEMPLO 3. Se quiere determinar el error probable de la media ponderada calculada en el ejemplo anterior. La fórmula [8] es lo bastante precisa para la mayor parte de los levantamientos, aunque en otras aplicaciones se puede emplear el método de la «propagación de errores».

En el cuadro siguiente se consigna el cálculo de ΣW y de $\Sigma(Wv^2)$ partiendo de la solución *a)*.

Itinerario	Altura observada, m	v	v^2	W	Wv^2
a	221,05	0,05	0,0025	1	0,0025
b	221,37	0,27	0,0729	$^1/_4$	0,0182
c	220,62	0,48	0,2304	$^1/_9$	0,0256
d	221,67	0,57	0,3249	$^1/_{16}$	0,0203
Media ponderada, 221,10				$\Sigma W = {}^{205}/_{144}$	$\Sigma(Wv^2) = 0,0666$

Y aplicando estos valores en la fórmula [8,] se tiene:

$$E_{mp} = 0,6745 \sqrt{\frac{0,0666}{(^{205}/_{144})(4-1)}} = \pm 0,08 \text{ m.}$$

5-10b. Varias cantidades homogéneas.—Cuando la suma de varios valores observados, de diferente peso, ha de ser igual a un valor conocido, medido o dado, los valores más probables son los observados, corregidos en una parte adecuada de la discrepancia o del error total. *Las correcciones que hay que aplicar son inversamente proporcionales a los pesos,* es decir,

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{W_2}{W_1} \qquad [9]$$

donde C es la corrección que debe aplicarse al valor observado de una cantidad para obtener el valor más probable, de acuerdo con las cantidades medidas. El propio valor medido puede haberse obtenido como la media ponderada de varias observaciones de la misma cantidad. Como anteriormente, los pesos se pueden deducir del número de observaciones, de los errores probables o de modo arbitrario.

Para un número cualquiera de cantidades semejantes, la fórmula [9] se puede expresar en esta otra forma:

$$C_1W_1 = C_2W_2 = C_3W_3 \qquad [9a]$$

EJEMPLO 1. Se miden dos ángulos *AOB* y *BOC* y el ángulo total *AOC*, todos con vértice en el mismo punto *O*, en igualdad de condiciones para todos ellos; se trata de determinar los valores más probables.

Angulo	Valor observado	Número de mediciones
AOB	23° 46′ 00″	1
BOC	59° 14′ 27″	4
AOC	83° 01′ 07″	6

La discrepancia entre la suma de los ángulos *AOB* y *BOC* y el ángulo *AOC* es de 40″. Los pesos son, respectivamente, 1, 4 y 6, luego las correcciones relativas serán 1, 1/4 y 1/6. La suma de estas correcciones es igual a $24/24+6/24+4/24 = 34/24$; en este caso se dice que hay 34 *partes* de la corrección total.

Se reparte la corrección total, en segundos, proporcionalmente a las correcciones relativas parciales (partes); las correcciones parciales absolutas serán:

$$C_{AOB} = {}^{24}/_{34} \times 40'' = 28''$$
$$C_{BOC} = {}^{6}/_{34} \times 40'' = 07''$$
$$C_{AOC} = {}^{4}/_{34} \times 40'' = 05''$$

Para ángulos como los *AOB* y *BOC*, cuya suma es menor que el *AOC*, la corrección se suma; para el ángulo *AOC*, se resta. Los valores más probables serán, por consiguiente:

$$AOB = 23^\circ\,46'\,00'' + 28'' = 23^\circ\,46'\,28''$$
$$BOC = 59^\circ\,14'\,27'' + 07'' = 59^\circ\,14'34''$$
$$\text{SUMA} \ldots \ldots \ldots \ldots = 83^\circ\,01'\,02''$$
$$AOC = 83^\circ\,01'07'' - 05'' = 83^\circ\,01'\,02''$$

Comprobación

Por ser las correcciones inversamente proporcionales a los pesos, y ser estos inversamente proporcionales a los cuadrados de los correspondientes errores probables, resulta que *las correcciones son directamente proporcionales a los cuadrados de los errores probables correspondientes,* es decir,

$$\frac{C_1}{E_1^2} = \frac{C_2}{E_2^2} = \frac{C_3}{E_3^2} \qquad [10]$$

Con el empleo de esta fórmula no hay que determinar los pesos, supuestos conocidos los errores probables.

EJEMPLO 2. Con una serie de observaciones, se miden desde un mismo punto tres ángulos. En el cuadro siguiente se dan sus valores medios y sus errores probables. La suma debe ser igual a 360°. Hay que determinar el valor más probable de los ángulos:

$$AOB = 130^\circ\,15'\,20'' \pm 02''$$
$$BOC = 142^\circ\,37'\,30'' \pm 04''$$
$$COA = 87^\circ\,07'\,40'' \pm 06''$$
$$\text{Suma} = 360^\circ\,00'\,30''$$

El error total (o sea, la corrección total que hay que aplicar) es 30″, es decir, que $C_{AOB}+C_{BOC}+C_{COA} = 30''$.

En el cuadro siguiente se consigna el cálculo de las correcciones:

Angulo	Error probable		E^2	Corrección	
	Absoluto	Relativo		Relativa	Absoluta
AOB	02″	1	1	1	${}^{1}/_{14} \times 30'' = 02''$
BOC	04″	2	4	4	${}^{4}/_{14} \times 30'' = 09''$
COA	06″	3	9	9	${}^{9}/_{14} \times 30'' = 19''$
SUMA				14	${}^{14}/_{14}$ 30″

Los valores más probables serán, pues:

$$\begin{aligned} AOB &= 130^\circ\ 15'\ 20'' - 02'' = 130^\circ\ 15'\ 18'' \\ BOC &= 142^\circ\ 37'\ 30'' - 09'' = 142^\circ\ 37'\ 21'' \\ COA &= \ 87^\circ\ 07'\ 40'' - 19'' = \ 87^\circ\ 07'\ 21'' \\ \text{Suma} &= 360^\circ\ 00'\ 30'' - 30'' = 360^\circ\ 00'\ 00'' \quad \text{(comprobación)} \end{aligned}$$

5-11. Errores en las operaciones aritméticas.—El error probable de la *suma* de varias observaciones independientes Q_1, Q_2, ..., Q_n, cuyos respectivos errores probables son E_1, E_2, ..., E_n, está dado por la igualdad:

$$E_s = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + \ldots + E_n^2} \qquad [11]$$

El error probable de la *diferencia* entre dos observaciones independientes Q_1 y Q_2, cuyos respectivos errores probables son E_1 y E_2, es:

$$E_d = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} \qquad [12]$$

El error probable del *producto* de una constante (cantidad conocida) K por una observación Q, cuyo error probable es E, será:

$$E_p = KE \qquad [13]$$

Si E_1 y E_2 representan, respectivamente, los errores probables de las longitudes L_1 y L_2, el error probable del área que representa el *producto* de estas dos longitudes es:

$$E_a = \sqrt{L_1^2E_2^2 + L_2^2E_1^2} \qquad [14]$$

5-12. Resumen de los principales resultados.—En cada uno de los cuatro casos que se presentan en la práctica, el valor más probable es el que figura en el siguiente cuadro:

Observaciones	Valor más probable	
	Una sola cantidad	Varias cantidades homogéneas
Con igual precisión	La media	Cada valor observado corregido por igual
Con precisión diferente	La media ponderada	Cada valor observado corregido en proporción inversa a su peso.

Los errores probables son los siguientes:

Observaciones	Error probable o valor más probable	
	Una sola cantidad	Varias cantidades homogéneas
Con igual precisión.	$E_m = 0{,}6745\sqrt{\dfrac{\Sigma v^2}{n(n-1)}} = \dfrac{E}{\sqrt{n}}$	$E_s = E\sqrt{n}$
Con precisión diferente	$E_{mp} = 0{,}6745\sqrt{\dfrac{\Sigma(Wv^2)}{(\Sigma W)(n-1)}}$	$E_s = \sqrt{E_1^2+E_2^2+\ldots+E_n^2}$

Los pesos que hay que emplear en las operaciones con observaciones ponderadas se determinan: 1) suponiendo que son proporcionales al número de observaciones análogas de una cantidad dada; 2) admitiendo que son inversamente proporcionales al cuadrado de los correspondientes errores probables; 3) a juicio del observador.

Para las observaciones ponderadas de varias cantidades de la misma clase, las correcciones que se aplican se toman como inversamente proporcionales a los pesos correspondientes ($C \propto 1/W$).

EJERCICIOS NUMERICOS

5-1. En una serie de lecturas de mira, efectuadas en idénticas condiciones, se han obtenido los valores siguientes. Hállese el valor más probable. Determínese su error probable. ¿Cuál es el error probable de una sola observación: *a*) aproximado todo lo posible; *b*) determinado mediante las diversas fórmulas aproximadas?

LECTURAS DE MIRA (m)

2,187	2,181	2,186	2,181
2,182	2.184	2,183	2,188
2,179	2,176	2,178	2,179

5-2. Corríjanse los siguientes ángulos observados desde un mismo punto *O*:

Angulo	Valor observado
AOB	46° 14′ 45″
BOC	74° 32′ 29″
COD	85° 54′ 38″
AOD	206° 41′ 28″

5-3. La observación de los tres ángulos de un triángulo ha dado los valores siguientes: $A = 28° 53' 58''$; $B = 61° 05' 50''$; $C = 90° 00' 00''$. ¿Cuál es el valor más probable de cada ángulo?

5-4. Siguiendo un itinerario de nivelación se ha determinado, en 18 tramos, el desnivel entre dos puntos, que ha resultado ser de 35,362 m. Se supone

que el error probable del desnivel en cada tramo es de 1 mm. Calcúlese el error probable del desnivel total.

5-5. El desnivel entre dos puntos, observado en tres nivelaciones distintas, ha sido:

$$64{,}31 \pm 0{,}04 \text{ m.}$$
$$64{,}15 \pm 0{,}02 \text{ m.}$$
$$63{,}88 \pm 0{,}06 \text{ m.}$$

Hállense el valor más probable del desnivel y su error probable.

5-6. Corríjanse los ángulos del ejercicio 5-2 si los pesos respectivos de los cuatro ángulos son 6, 1, 3 y 5.

5-7. Corríjanse los ángulos del ejercicio 5-3 si los pesos respectivos de los ángulos *A*, *B* y *C* son 1, $1\frac{1}{2}$ y 3.

5-8. Se mide una alineación en tres tramos, con errores probables de $\pm 0{,}014$, $\pm 0{,}022$ y $\pm 0{,}016$ m, respectivamente. ¿Cuál es el error probable de la longitud total?

5-9. Los lados de un terreno de forma rectangular son, respectivamente, $1193{,}6 \pm 0{,}6$ y $582{,}7 \pm 0{,}4$ m. Determínese el error probable del área calculada a base de tales datos.

REFERENCIAS

1. AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS: *ASTM Manual on Presentation of Data,* Filadelfia, 1940.
2. FRANKLIN, W. S.: *An Elementary Treatise on Precision of Measurement,* Franklin and Charles, Lancaster, Pa., 1925.
3. GOODWIN, H. M.: *Precision of Measurements and Graphical Methods,* McGraw-Hill Book Company, Inc., Nueva York, 1920.
4. IRISH, SUMNER, B.: «A New Philosophy for Making Measurements», *Surveying and Mapping,* vol. 15, núm. 3, págs. 341-51, julio-septiembre de 1955.
5. KISSAM, PHILIP: *Surveying for Civil Engineers,* cap. 21 «Probability» y capítulo 22, «Least Squares», McGraw-Hill Book Co., Nueva York, 1956.
6. LELAND, O. M.: *Practical Least Squares,* McGraw-Hill Book Company, Inc., Nueva York, 1921.
7. WRIGHT, T. W., y HAYFORD, J. F.: *The Adjustment of Observations,* D. Van Nostrand Company, Inc., Princeton, N. J., 1906.

CAPITULO VI

DIBUJO DE MAPAS

6-1. Representación gráfica de los levantamientos.—En cuanto vamos a exponer se supone al lector familiarizado con el uso de los instrumentos ordinarios de dibujo y con el manejo de los dispositivos mecánicos dedicados a este uso. Muchos de los dibujos de que vamos a tratar requieren una habilidad y práctica que no son necesarias en los planos con acotaciones numéricas. Los principiantes no tienen, generalmente, en cuenta esta circunstancia y olvidan que en el dibujo de un mapa hay que tener siempre presente la relación que debe existir entre las mediciones en campo y la finalidad a que se destina el mapa.

El dibujo topográfico comprende la confección de mapas, perfiles longitudinales y transversales y (hasta cierto punto) cálculos gráficos; la utilidad del dibujo depende considerablemente de la precisión con que los puntos y las líneas se han llevado al papel. Es muy poco frecuente el dibujo de mapas con dimensiones acotadas (llamados también dimensionales); en general, quien haya de hacer uso de un mapa mide las distancias con una regla y los ángulos con un transportador.

6-2. Proyecciones.—Un mapa es la representación gráfica de la disposición de ciertos elementos sobre la superficie de la Tierra, o a poca altura sobre la misma. Pero como la superficie terrestre es curva y la del mapa es plana, no puede representarse el terreno de este modo sin que se produzca cierta distorsión. Si la superficie que se representa es pequeña, puede considerarse la Tierra como plana, y un mapa construido por proyección ortográfica, como se hace con el dibujo mecánico, representa la posición relativa de los puntos sin deformación apreciable. Así se confeccionan los mapas de levantamientos planos, situando los puntos mediante coordenadas rectangulares o por distancias y ángulos horizontales (coordenadas polares).

Cuando la superficie a representar aumenta, este método resulta inadecuado, habiendo de recurrir a otros sistemas de proyección para reducir al mínimo las deformaciones. Los puntos de apoyo se sitúan por coordenadas esféricas, tomadas de las tablas geográficas que las contienen. Por ser la longitud y la latitud las coordenadas esféricas, se acostumbra dibujar en los mapas los meridianos y los paralelos; así se preparan los mapas de naciones y hasta de superficies más reducidas. En el capítulo XXXII trataremos de los diferentes sistemas de proyección.

Recientemente se han puesto en uso sistemas de coordenadas planas que incluso para grandes extensiones permiten situar los puntos con toda

precisión sin tener que aplicar directamente coordenadas esféricas (véase Sec. 16-30).

6-3. Información que debe dar un mapa.—Los mapas se clasifican de diversos modos según su finalidad o tipo; pero, en general, o forman parte de documentos de interés público (catastro, líneas jurisdiccionales) o constituyen la base para el proyecto y replanteo de obras. En todo mapa debe aparecer, en general, la siguiente información:

a. La dirección del meridiano.
b. Una escala gráfica y una nota en que se haga constar la escala a que está dibujado el mapa.
c. Un cuadro o clave con aquellos símbolos utilizados que difieran de los signos convencionales adoptados en el país de que se trate.
d. Una rotulación apropiada.
e. En los mapas topográficos debe figurar la equidistancia entre las curvas de nivel (Cap. XXIV).

Además, los mapas catastrales deben contener la siguiente información:

1.º La longitud de cada línea.
2.º La orientación de cada línea o el ángulo entre rectas concurrentes.
3.º La situación de la zona de que se trate, referida a cierto sistema dado de coordenadas.
4.º El número de cada subdivisión, como parcelas, lotes, etc.
5.º La situación y clase de las señales permanentes, referidas a puntos de apoyo.
6.º La situación y nombre de todas las carreteras, corrientes, mojones, etc.
7.º El nombre de todos los propietarios, incluso el de los colindantes con la zona representada.
8.º Una descripción completa de los límites de la zona, con el rumbo y longitud de sus lados; también ha de figurar su área.
9.º Las firmas legalizadas de los propietarios de las fincas que figuran en el plano; si el terreno representado incluye una ciudad, han de figurar los nombres de todas las calles.
10.º Una certificación del topógrafo sobre la exactitud del plano de que se trate.

Pueden también agregarse notas aclaratorias a esta información como, p. ej., antecedentes que han servido para la formación del mapa, o la precisión del levantamiento, o datos de la superficie de nivel a que se refieren las cotas que figuran en el mapa.

Los planos para aplicaciones técnicas o para estudios y proyectos varios son tan numerosos, y sus características tan diferentes, que sería poco menos que imposible reseñarlos uno a uno. En general, los planos de esta clase llevan pocas acotaciones numéricas (a veces ninguna), ya que su importancia depende de la precisión en la situación de los detalles sobre el terreno más que de las mediciones en campo y de los resultados del cálculo.

Además de la información contenida en los apartados anteriores *a* a *e*, los mapas indican las corrientes de agua, las orillas de los lagos, las costas, las carreteras y ferrocarriles, las líneas jurisdiccionales, algunos linderos importantes, las construcciones y, a veces, la clase y cultivo del suelo. Cuando no se señala el relieve del terreno, el mapa recibe el nombre de *plano,* de *mapa planimétrico* o de *planimetría.* Si el mapa representa el relieve del terreno se dice que es un *mapa topográfico.* El relieve se indica, de ordinario, mediante *curvas de nivel,* que son líneas que unen puntos de igual altura, separadas unas de otras por una distancia constante, denominada *equidistancia* de las curvas de nivel (Cap. XXIV).

A veces, y a causa de litigios dimanados de choques de trenes o de automóviles, o de caídas o accidentes de trabajo, tiene el topógrafo que preparar un plano a gran escala que ha de surtir efectos judiciales. Estos planos deben ser muy sencillos, pero han de contener todos los detalles que puedan contribuir a esclarecer lo sucedido. Estos detalles pueden ser la pendiente y el cambio de pendiente de una vía férrea, el peralte de una curva, hundimientos o depresiones del terreno, la posición (en la fecha del accidente) de obstáculos para el tráfico o la buena visibilidad, como árboles, señales y automóviles aparcados; focos luminosos (si el accidente se produjo de noche) y la situación (en planta y en elevación) de los puntos desde donde se haya podido presenciar el accidente. A veces se iluminan los planos con colores apropiados para que resulten más inteligibles a los profanos.

6-4. Escalas.—La escala de un mapa es la relación constante entre cada distancia medida sobre el mismo y la correspondiente del terreno. La escala debe figurar en los mapas, porque estos no llevan acotaciones numéricas (salvo en los linderos de planos de parcelas). La escala puede figurar en los mapas, mediante una relación numérica o gráficamente, del modo que sigue:

1. Un centímetro del mapa representa un número entero de decímetros, metros, decámetros o hectómetros del terreno; p. ej., 1 cm = 50 m. Esta escala es la más corriente para las aplicaciones técnicas de los mapas, especialmente para la construcción de obras. En los mapas geográficos es frecuente que 1 cm del mapa represente un número entero de kilómetros en el terreno. Hay otro tipo de escalas en que un número entero de centímetros del mapa representa 1 Km del terreno, p. ej., 15 cm = 1 Km.

2. Una unidad de longitud del mapa representa determinado número de las mismas unidades en el terreno, p. ej., 1:25 000. A esta relación entre una distancia en el mapa y la correspondiente en el terreno se le llama *fracción representativa.* La escala es independiente de la unidad empleada y se utiliza mucho en los mapas geográficos y en los militares.

3. *Escala gráfica* es una recta dividida en distancias de mapa correspondientes a ciertas unidades de longitud del terreno. En la figura 6-1 se

ven varias escalas gráficas; en la superior, 1 cm representa 20 m, y en las inferiores, 1 cm = 100 m. Para no restar claridad a la parte principal de la escala, a veces se prolonga esta hacia la izquierda, con subdivisiones, como se ve en la primera y en la última de las escalas de la figura. En las escalas gráficas debe siempre aparecer la unidad de medida empleada.

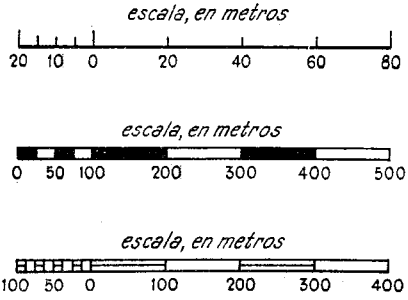


FIG. 6-1. Escalas gráficas.

Las escalas numéricas antes citadas pueden conducir a errores si el papel de dibujo se encoge o estira, como sucede con frecuencia; pero estos errores no tienen gran trascendencia en la mayoría de las aplicaciones de los mapas. En cambio, un inconveniente de mucha importancia en estas escalas consiste en que los mapas se reproducen, frecuentemente, en tamaños distintos por métodos fotográficos. Cuando hay que determinar las distancias con gran precisión sobre el mapa *siempre deben estos llevar una escala gráfica.* Si conviene que figure la escala numérica, debe siempre hacerse constar que esta es la escala a que se dibujó o se publicó el mapa; p. ej., en una nota que diga: «Escala original, 1 cm = 100 m». Cuando se publica un mapa que es una ampliación considerable del original debe hacerse constar en la ampliación.

La escala debe figurar cerca del encabezamiento del mapa para que salte bien a la vista.

La escala a que hay que dibujar un mapa depende del uso que se vaya a hacer del mismo, y hasta cierto punto, del carácter y extensión de la zona representada. Como regla general, la escala no debe ser mayor de lo necesario con objeto de que todos los detalles queden situados con la debida precisión. Los mapas para proyectos de ingeniería están dibujados, generalmente, a escalas que varían entre 1 cm = 25 m y 1 cm = 1000 m. Los mapas parcelarios oscilan entre escalas de 1 cm = 25 m y 1 cm = 100 metros. Los mapas geográficos tienen escalas de 1 cm = 500 m y 1 cm = 10 000 m o más. Los mapas generales topográficos tienen escalas que varían entre 1:10 000 y 1:250 000.

Para simplificar, los mapas se suelen dividir arbitrariamente en tres clases:

De gran escala: 1 cm = 10 m o más.

De escala intermedia: 1 cm = 10 m a 1 cm = 100 m.

De pequeña escala: 1 cm = 100 m o más.

6-5. Flechas de orientación.—La dirección del meridiano se indica con una flecha cuya punta va dirigida al Norte, y con suficiente longitud para poderse trasladar, paralelamente a sí misma, hasta cualquier punto del mapa. Es costumbre dibujar completa la punta correspondiente al norte verdadero, y dibujar solo media punta para el norte magnético. Cuando se dibujan los dos meridianos, se indica el ángulo que forman entre sí. La tendencia general es a dibujar las flechas de orientación demasiado gruesas y largas. La figura 6-2 representa unas flechas sencillas y elegantes.

Ordinariamente, la parte superior del mapa representa el Norte, aunque la forma de la zona representada o la dirección de algún detalle fundamental de un proyecto haga preferible otra orientación.

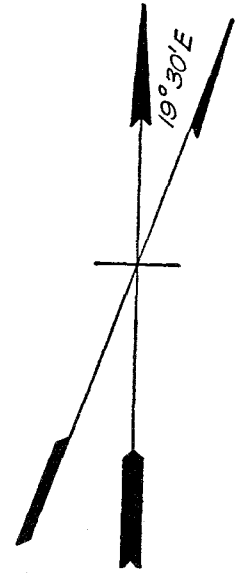


FIG. 6-2. — Flechas de orientación.

6-6. Perfiles.—Se llama así a las secciones longitudinales obtenidas por proyección de una línea del terreno sobre un plano vertical (véase Cap. XI).

Juntos con los mapas, ayudan mucho al ingeniero en la fijación de pendientes y alineaciones en las obras de desarrollo longitudinal, como son los caminos, canales, alcantarillado, etc. También tienen gran valor en el cálculo de volúmenes (cubicación) en el movimiento de tierras. Los datos para el dibujo de un perfil son las alturas del terreno, a intervalos dados, a lo largo de una línea, como, p. ej., el eje de una carretera. Se unen los puntos así marcados y se tiene el perfil. A los perfiles longitudinales se les agregan otros de pendientes que interesen a la obra que se proyecte y de todos los detalles que convengan a la misma. Así, p. ej., el perfil a lo largo del eje de un canal debe ir completado con el dibujo del cauce, y si ha lugar, con el nivel del agua y la altura de sus márgenes.

Los perfiles se dibujan ordinariamente en *papel de perfiles,* que se encuentra en el comercio con diversas pautas. En estos papeles, a cada cinco líneas horizontales y a cada diez verticales, la raya correspondiente es más gruesa que las intermedias.

6-7. Secciones transversales.—Se facilita la cubicación de tierras dibujando secciones transversales a escala conveniente (véase Cap. XI). La superficie de la sección transversal se mide con el planímetro o dividiéndola en triángulos y en rectángulos y sumando las áreas parciales

que así resulten. Los datos para el dibujo de secciones transversales son alturas y distancias, calculadas sobre el mapa o medidas sobre el terreno.

Las secciones transversales se pueden dibujar en papel corriente de perfiles, pero lo más frecuente es dibujarlas en papel especial para este objeto *(papel de secciones transversales).* En este papel las divisiones horizontales son iguales a las verticales. Las líneas correspondientes a los centímetros son más gruesas que el resto.

6-8. Rotulado.—Es natural que se juzgue un mapa por la calidad de su rotulado, por lo que es de gran importancia que el delineante ponga gran atención en la disposición, tamaño y forma de las letras, de manera que el dibujo resulte claro y agradable a la vista. En los dibujos de máquinas y obras de fábrica, el rotulado ha de ser, ante todo, sencillo y claro; pero gran parte del dibujo de mapas requiere en el delineante cierto arte, sobre todo cuando los mapas han de ser usados o consultados por mucho público. El rotulado debe ser de un estilo apropiado al uso o destino de los mapas.

Para los *dibujos de oficina,* es decir, cuando el plano o mapa de que se trate no ha de ser de uso público, las letras más empleadas son las llamadas de *palo seco* (de estilo Reinhart), que se trazan fácil y rápida-

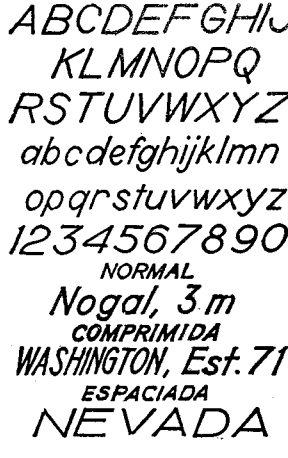


FIG. 6-3(*a*).—Letras de palo inclinado.

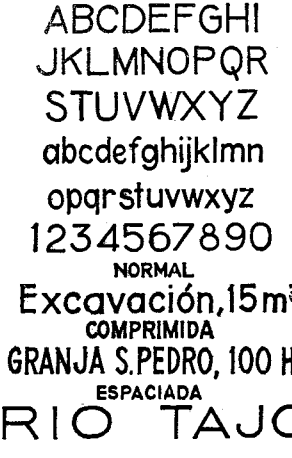


FIG. 6-3(*b*).—Letras de palo vertical.

mente y se leen sin la menor dificultad. Las letras de palo seco pueden ser verticales, como se ve en la figura 6-3(*b*), o inclinadas, como en la figura 6-3(*a*). En el rotulado inclinado no resaltan tanto los pequeños defectos de las letras como en el vertical. Conviene con frecuencia ensanchar o estrechar las letras sin alterar su altura para dar mayor variedad al rotulado. Cuando se reducen las dimensiones horizontales

y las letras se disponen más juntas, se dice que el rotulado es *comprimido,* y en caso contrario, que es *espaciado.* Con frecuencia y acierto se combinan en un mismo dibujo letreros verticales e inclinados en sus dos acepciones de comprimidos o espaciados. Así, p. ej., los nombres de ríos pueden escribirse con mayúsculas inclinadas y separadas, los de calles con mayúsculas verticales y separadas, los nombres de propietarios con minúsculas verticales normales y las notas o advertencias con minúsculas juntas e inclinadas.

En los dibujos que así lo requieran se pueden emplear las letras *gótica, romanilla* e *itálica.* Las letras *góticas,* con ligeras excepciones, son análogas a las de palo seco, pero de trazo más grueso. Las letras de *palo fino* (de época), son una variante del estilo gótico, están formadas de trazos muy finos, que en las mayúsculas suponen más trabajo y dificultad que las góticas. En general, solo se emplean las mayúsculas de este tipo.

Las letras *romanilla* e *itálica* son difíciles de dibujar y su ejecución es lenta, a causa de sus remates y de que muchos de sus trazos deben perfilarse y rellenarse después. Las letras *itálicas* se diferencian muy poco de las romanillas, excepción hecha de su inclinación; pero no resaltan tanto las imperfecciones de su trazado.

En los mapas, donde los detalles son tantos y de clase tan variada, se gana mucho en claridad empleando un tipo especial de letra para cada clase de objetos representados. Generalmente, pueden emplearse en un mismo mapa todos los estilos hasta ahora descritos. Así, p. ej., en los mapas topográficos del Servicio Geológico de Estados Unidos, los nombres de regiones o divisiones administrativas van rotulados con letra romanilla; los nombres de ríos y lagos y demás detalles hidrográficos, con letras itálicas; las montañas, valles y demás accidentes análogos, con góticas verticales, y las notas marginales, con letra fina de época.

En general, la rotulación se hace a mano alzada, pero debe apoyarse en renglones rectos, con trazos de igual inclinación, hechos con lápiz. En el comercio se encuentran dispositivos mecánicos para trazar rápidamente y con toda uniformidad esta plantilla-guía. También hay *rotuladores mecánicos* (normógrafos), con los que se trazan letras con prontitud y regularidad; espaciando convenientemente las letras se pueden hacer rotulaciones perfectas. En un mismo mapa no deben hacerse rotulaciones a mano y mecánicas.

En los tratados especiales sobre dibujo se estudia con todo detalle cuanto se refiere a rotulaciones, pero creemos conveniente consignar aquí algunas normas referentes al rotulado a mano alzada, que pueden ser de utilidad para los principiantes.

1.° Hay que familiarizarse con el diseño de cada letra, hasta que esta resulte siempre con la misma forma.

2.° Es muy importante que la inclinación de las letras en una palabra o en un rótulo sea uniforme. De este modo se logra un buen efecto, aunque las letras puedan, separadamente, ser algo defectuosas.

3.° La inclinación de las letras no debe ser excesiva. Una buena inclinación es la de 22° respecto a la vertical, que corresponde a la relación 2 por 5.

4.° Para evitar que parezca que las letras verticales *van a caerse* conviene dibujarlas un poco inclinadas hacia atrás, con pendiente de 1 por 24 respecto a la vertical.

5.° No se debe intentar el mejorar una letra a mano con trazos hechos con regla.

6.° Los tres defectos principales en el rotulado hecho por un principiante son: *a*) letras de distinta forma; *b*) letras demasiado espaciadas; y *c*) desigual espaciado, real o aparente, entre las letras de una misma palabra.

7.° Evítense los ángulos agudos en las partes curvas de las letras. Estas curvas deben ser muy suaves.

8.° Si el espaciado ha de ser importante, se hace primero el rotulado a lápiz, todo lo más claramente posible, y después se retinta.

9.° Todos los elementos de las letras de palo seco deben hacerse de un solo trazo, empleando una pluma que de una sola vez dé lugar a una línea del grueso requerido.

10. Las letras deben ser de tamaño adecuado a su aplicación. Los nombres de los detalles mayores o de gran importancia deben saltar a la vista inmediatamente; los referentes a detalles de poca importancia relativa deben ser también poco llamativos.

11. Al rotular mapas que hayan de ser reproducidos a escala reducida, las letras deben dibujarse de tamaño y grosor de acuerdo con el sistema de reproducción que haya de emplearse.

12. Deben dejarse intervalos considerables entre las letras que forman el nombre de detalles de gran longitud, como ríos, calles, cordilleras, carreteras y ferrocarriles.

6-9. Títulos.—Los títulos deben confeccionarse de modo que salten bien a la vista. El mejor sitio para el título de un mapa es la esquina de

FIG. 6-4.—Rotulado para carpeta de mapa.

la derecha de la parte inferior del papel, a menos que la forma del mapa exija la colocación del título en otro sitio distinto. El espacio ocupado por el título debe ser proporcionado al tamaño del mapa; generalmente se tiende a hacer el título demasiado grande. Debe centrarse cada renglón

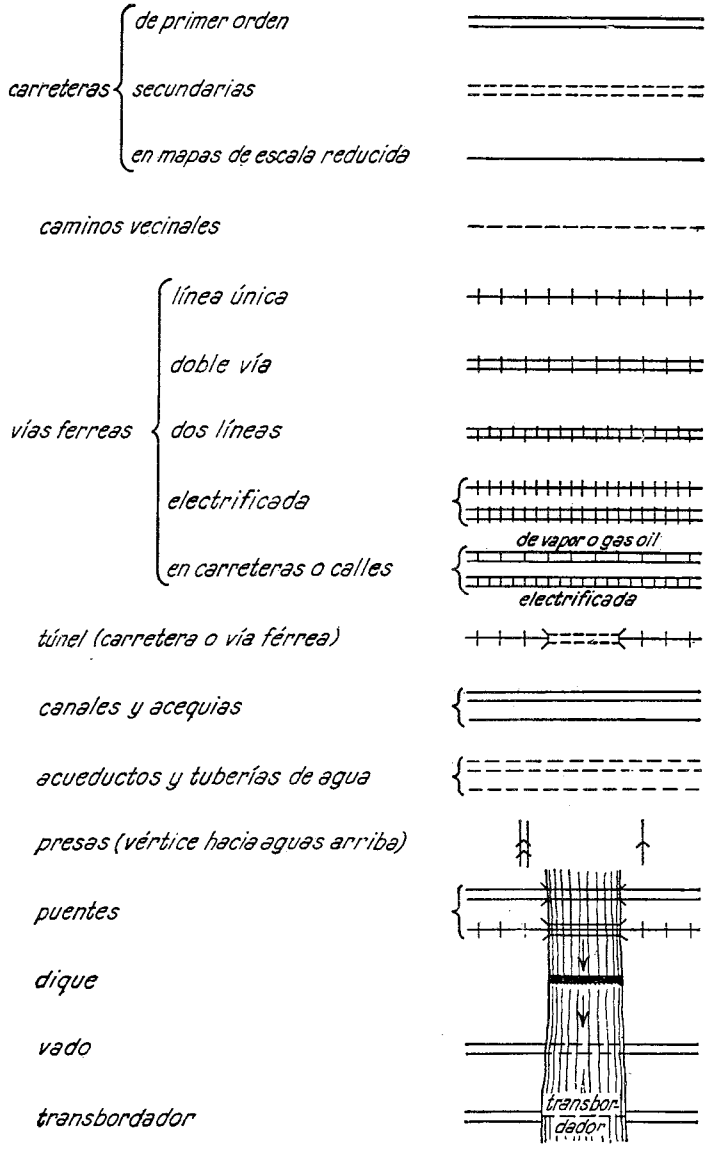


FIG. 6-5(*a*).—Signos convencionales: caminos y obras.

del título, y la distancia entre los renglones ha de ser tal, que el título aparezca como un todo bien equilibrado. Las diferentes leyendas del título deben tener un tamaño en relación con su importancia, empezando por el objeto principal del mapa o por el nombre de la zona representada. En los títulos debe emplearse siempre un mismo estilo de letras. Unicamente deben figurar tipos distintos cuando se trate de destacar algunas partes más importantes, pero en un mismo título no deben emplearse letras inclinadas y verticales. Para las dos clases generales de planos hay que incluir en el título los detalles reseñados en la sección 6-3. En la figura 6-4 puede verse un título tan sencillo como claro. Las revisiones que se hagan en los mapas deben consignarse, con sus fechas, en notas a la izquierda del título.

6-10. Notas y leyendas.—A veces son necesarias notas aclaratorias para la mejor interpretación de los mapas. Estas notas deben ser lo más concisas posible, pero al mismo tiempo han de servir para informar al público o al usuario del mapa sin dejar dudas sobre lo que se pretende poner en claro. En los mapas debe figurar una clave con los símbolos empleados, a menos que estos sean signos convencionales de fácil interpretación. También conviene, a veces, que figuren en el mapa la clase y la procedencia de los datos en que está basado; p. ej., los datos para un mapa pueden proceder, en parte, de mapas antiguos; en parte, de trabajos de campo anteriores, y en parte, de nuevos levantamientos; los levantamientos han sido hechos con una cierta precisión; la dirección del meridiano se ha hecho por observaciones astronómicas, y las alturas o cotas están referidas a una determinada superficie de nivel, indicada por una placa de nivelación en un levantamiento anterior.

Las notas deben colocarse en el mapa de modo que sean bien visibles, sin entorpecer la claridad del rotulado general. Un buen sitio es a la izquierda de la parte inferior del título.

6-11. Signos convencionales.—En los mapas se representan los detalles mediante signos o símbolos, muchos de los cuales son puramente convencionales. En las figuras 6-5(*a*) a 6-5(*c*) pueden verse algunos de los signos adoptados por el Servicio Geológico de EE.UU. Cuando ello es posible, los símbolos propios de los mapas topográficos se representan en colores. El negro se usa para los detalles de obras y vías públicas, como son las carreteras, y también para las edificaciones, nombres y líneas límites. El azul se emplea para los detalles hidrográficos, como ríos, lagos, canales y glaciares. El sepia se utiliza para representar el relieve del terreno, ya sea mediante curvas de nivel, o por sombreado. El verde se emplea para toda clase de vegetación, con signos especiales para cierta clase de cultivos (viñas, frutales, etc.). El color rojo se reserva para resaltar las carreteras principales, así como para las zonas urbanas y edificios aislados. Cuando no se dispone de colores (o cuando el mapa ha de ser reproducido por contacto o por fotografía, debiendo, por consiguiente, estar dibujado en un solo color) se ha de emplear, exclusiva-

mente, el negro; la forma convencional de los signos deberá ser la misma que cuando se utilizan colores.

En muchas aplicaciones el mapa perdería eficacia y utilidad si se representaran todos los objetos que tienen signos convencionales. El tamaño de los signos debe ser proporcionado al del mapa.

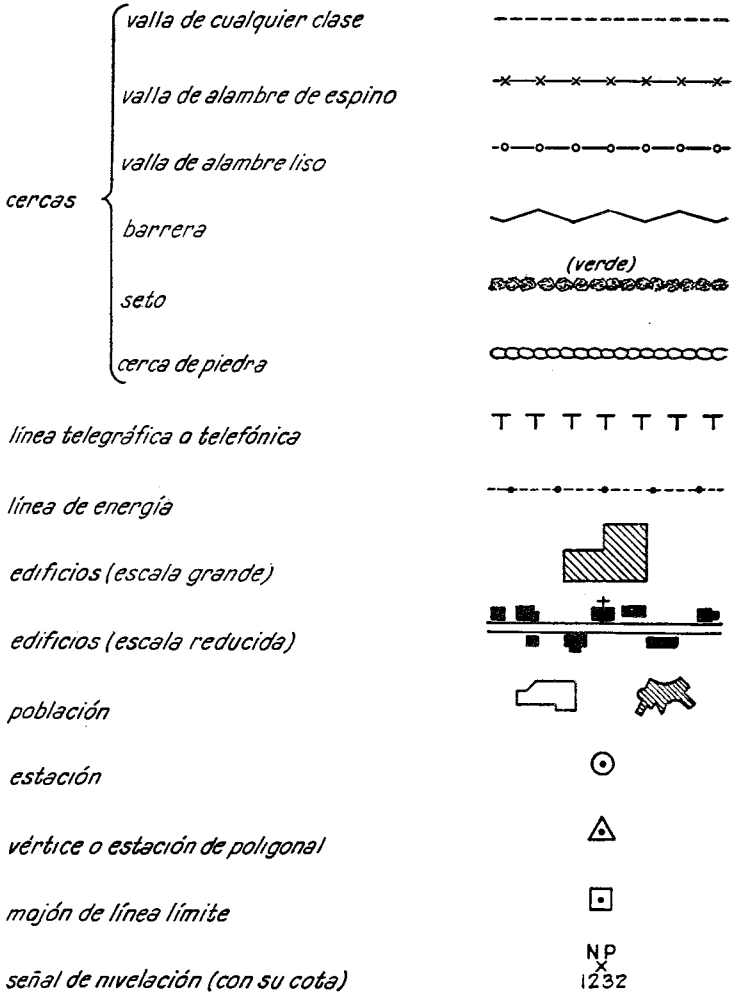


FIG. 6-5(*b*).—Signos convencionales: obras, transmisiones, edificaciones y vértices o estaciones topográficas.

6-12. Dibujo de signos convencionales. *Pradera.*—En la figura 6-6 se ve el detalle con que se dibujan estos signos; el correspondiente a la pradera consiste

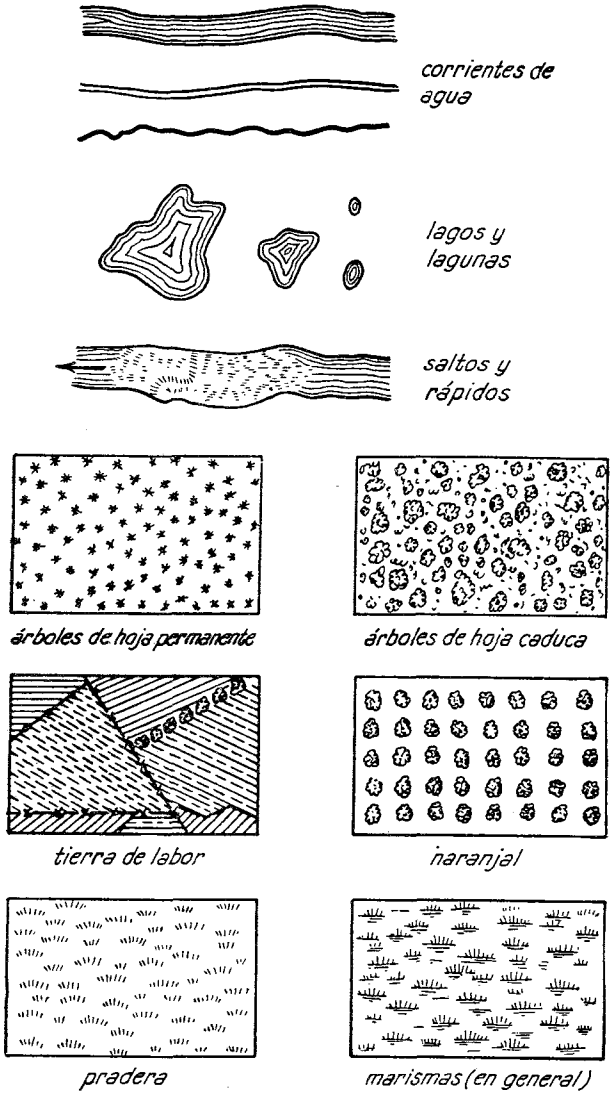


FIG. 6-5(*c*).—Signos convencionales: hidrografía y cultivos.

en una serie de líneas radiales dirigidas hacia un punto. Los extremos superiores de estas líneas deben formar un arco, y terminar por debajo en un trazo horizontal, paralelo al borde inferior del mapa. Este signo puede constar de tres, cinco o siete líneas u *hojas*. Estos signos se reparten sobre toda la superficie de que se trate, pero no de modo uniforme, para no dar la sensación de filas o hileras.

Marisma de agua dulce (ciénaga).—Este signo es el mismo que para la pradera, con una línea, sencilla o doble, representativa del agua, de longitud algo superior a la de la base de las plantas. (Fig. 6-6).

Arbolado.—Los signos correspondientes pueden dibujarse en planta o en elevación. Este último sistema se emplea en los croquis o dibujos en alzado de un terreno, mientras que en casi todos los planos topográficos son más apropiados los dibujos en planta. Es práctica usual la de distinguir entre árboles de hoja perenne y de hoja caduca.

El signo en planta para árboles de hoja caduca consiste en una línea festoneada perimetral, con unos cuantos trazos que representan las ramas principales del árbol; dentro de este perímetro se trazan algunos segmentos sueltos, también curvilíneos. En alzado se representa cada árbol con unas líneas verticales (el tronco) y por encima se dibuja la copa con trazos curvos y simétricos. Como antes, se sombrea la parte inferior de la derecha del árbol, así como la sombra del mismo sobre el suelo.

Para representar árboles de hoja perenne se dibujan las ramas como series de rayitas que forman haces radiales. Cada árbol se suele dibujar con cinco o seis ramas, simétricamente dispuestas y de forma lo más uniforme posible. En alzado se representa el árbol mediante rayas horizontales, formando triángulo, con una raya vertical abajo, que es el tronco. La sombra sobre el suelo se indica con un sencillo rayado.

El tamaño de estos signos varía según la escala del mapa. Cuando en mapas a gran escala hay que dibujar muchos árboles, estos pueden ocultar o desvirtuar otros detalles. Por esta razón, en estos mapas se dibuja solo el contorno del signo correspondiente, y en algunos casos únicamente se representa el tronco con un punto, y la clase de árbol y el diámetro de su tronco se indica al lado, p. ej., «pinos de 50 cm». En los mapas de escala mediana los signos deben dibujarse con tamaño suficiente para que se aprecie claramente la proyección horizontal del árbol representado; en los mapas de escala muy pequeña no hay que intentar dibujar los signos a escala. Cuando grandes extensiones de un mapa están cubiertas de arbolado (bosques), o si hay que representar otros muchos detalles sobre la misma superficie, se da una aguada de color verde claro a toda la superficie de que se trate.

Agua.—Cuando se trata de superficies cerradas, como en lagos y lagunas, se empieza por dibujar con trazo grueso el contorno, y lo más cerca del mismo se traza una línea muy fina, a la que suceden otras igualmente finas, cada vez más espaciadas. Todas estas líneas se dibujan con arcos cuya convexidad está dirigida hacia el contorno. El buen efecto y apariencia del dibujo depende de la regularidad de las curvas y de la gradación con que el espaciado va aumentando, del paralelismo entre las líneas y de la suavidad de los arcos que las componen. Estas líneas pueden llenar toda la superficie cubierta por el agua, o si esta es muy grande, se pueden suprimir cerca del centro.

Para las corrientes (ríos, arroyos, canales) se sigue el mismo procedimiento que para las lagunas; pero cuando la corriente es pequeña (arroyuelos), se interrumpen de cuando en cuando las líneas centrales para mejor distinción de las superficies de agua en reposo. La anchura de la corriente debe dibujarse a escala lo más exactamente posible.

Arenas.—Los arenales y bancos de arena (dunas) se representan con puntos uniformemente repartidos por la superficie ocupada por la arena. El borde del arenal o contorno del mismo se indica con una línea formada de puntos más gruesos y muy juntos entre sí. Tras esta línea se dibuja otra formada por puntos

de menor tamaño situados enfrente a los espacios que hay entre los del contorno. A continuación se dibuja otra línea de puntos aún más pequeños, y a partir de esta hay que procurar que no se vean los puntos formando líneas, sino espaciados más o menos uniformemente y con menos densidad a medida que aumenta la distancia al contorno.

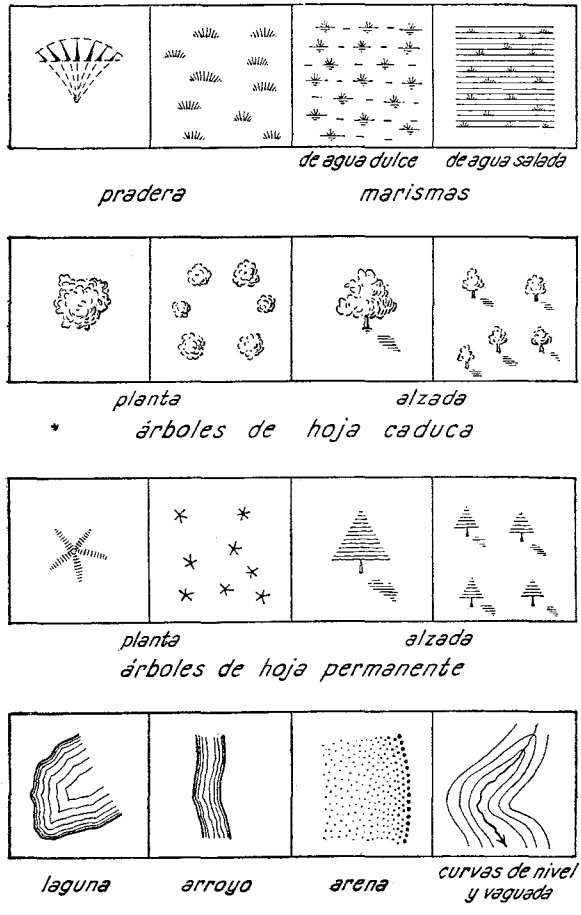


FIG. 6-6.—Detalles de algunos signos convencionales.

Curvas de nivel.—Se dibujan a mano alzada con trazo fino, continuo y de espesor uniforme (véase Cap. XXIV). Cada cinco curvas se traza una más gruesa, con objeto de facilitar la lectura de alturas en el mapa. Cuando las curvas de nivel van muy juntas unas de otras solo se numera una de cada cinco; pero en las zonas casi llanas, donde el relieve es escaso y las curvas de nivel aparecen muy sepa-

radas, se numera cada curva con su cota correspondiente. Las curvas se interrumpen en los puntos en que se escriben las cotas. Siempre que sea posible, se escriben los números de modo que puedan leerse desde la parte inferior derecha del mapa; también es corriente el colocar los números de modo que puedan leerse de frente, de abajo arriba. En mapas a escala grande, donde las curvas de nivel se extienden sobre superficies de mucho tamaño, es difícil dibujar las curvas con igual grosor en toda su longitud, a menos que se use un *tiralíneas loco* (véase Fig. 6-14).

PAPELES DE DIBUJO Y METODOS DE REPRODUCCION

6-13. Papeles de dibujo.—Los dibujos a lápiz y los croquis se hacen, de ordinario, sobre papel liso de la clase llamada *papel de Manila,* que presenta muchas variedades. Para los mapas, en general, es más conveniente usar un *papel de dibujo,* bien liso y cuya textura sea uniforme. El papel debe tomar bien la tinta y ha de resistir el borrado y el raspado sin que su superficie quede deshilachada. El papel para mapas no debe cambiar de color ni volverse frágil con el tiempo. Los mapas que hayan de estar sometidos a uso continuo deben ir pegados sobre lienzo. Las hojas usadas en la plancheta pueden ir pegadas sobre aluminio para evitar deformaciones.

Teniendo en cuenta la utilidad de los mapas y el escaso valor del papel en relación con el del levantamiento, delineación, etc., constituye una falsa economía el emplear un papel cualquiera que no sea de primerísima calidad.

6-14. Calcos.—Reciben este nombre los dibujos hechos con lápiz o tinta sobre papel o tela transparente para obtener copias o reproducciones.

Papeles de calco transparentes.—Los hay de muchas clases, todas las cuales se prestan muy bien al dibujo con lápiz; los de mejor calidad, ordinariamente preparados de modo especial, sirven también para el dibujo con tinta. Los papeles de calco ordinarios no resisten muchas raspaduras y se rompen o agrietan con facilidad cuando no se manejan con mucho cuidado, por lo cual es preferible emplear papel de mejor calidad.

Los dibujos originales a lápiz sobre papel de calco se usan mucho actualmente, incluso para reproducciones fotográficas. Se consiguen copias de contacto más detalladas empleando papel ligeramente impregnado con aceite (papel vitela), pero este papel tiene el inconveniente de ser muy flojo. Es conveniente utilizar papel especial transparente.

Papel tela.—Consiste realmente en un lienzo muy fino especialmente preparado para que sea transparente y tenga su superficie perfectamente lisa. Se emplea para dibujos permanentes y para planos que hayan de manejarse con mucha frecuencia. Aunque la cara *brillante* del papel tela toma bien la tinta y admite borraduras y raspaduras, son muchos los delineantes que prefieren la cara *mate.* Los dibujos a lápiz sobre papel tela se emborronan fácilmente y apenas se emplean. Un buen

papel tela no se deteriora con el tiempo, pero los de clase corriente se vuelven blancos y se arrugan al contacto del agua. Es siempre mejor emplear papel tela impermeable.

Antes de dibujar con tinta sobre papel tela se espolvorea este con talco o yeso y se frota con un paño seco, quitando después el polvo que pueda haber quedado.

Para borrar la tinta sobre el papel tela, lo mejor es frotar suavemente con un lápiz borrador blando, empleando un escudete protector. Las gomas de borrar ordinarias atacan demasiado la superficie del papel y queda esta en forma fibrosa, que no toma bien la tinta. Algunos dibujantes usan un cortaplumas bien afilado o una hoja de máquina de afeitar para raspar suavemente o desprender la tinta del papel, pasando después una goma blanda de borrar para eliminar toda traza de tinta. Cuando se raspa demasiado el papel tela puede volverse a satinar frotándolo con esteatita (jabón de sastre) o con cera y espolvoreándolo después con talco, como se dijo antes. Las líneas de lápiz se hacen desaparecer, y todo el dibujo se limpia, con goma muy blanda o con un paño mojado en un líquido detergente.

6-15. Papel poliéster.—Recientemente se han comenzado a utilizar para dibujos y calcos las hojas de poliéster, debido a su gran transparencia, a la constancia de sus dimensiones (no se dilatan ni se contraen), y a su resistencia a la rotura, al calor y al envejecimiento. El poliéster es insoluble e impermeable al agua; toma bien el lápiz y la tinta, que se borran con gran facilidad y sin dejar huella. Estas hojas pueden cubrirse con una capa semiopaca o de color para grabar líneas valiéndose de un punzón especial que atraviesa dicha capa hasta llegar al poliéster. Estos punzones son parecidos a las agujas de los fonógrafos, con punta de zafiro o de acero, y existen en el mercado con diversas anchuras; se utilizan montados en mangos semejantes a los portaplumas.

6-16. Reproducción de dibujos.—Puede reproducirse fácilmente un dibujo a la misma escala haciendo una copia de *contacto* del mismo sobre un papel especialmente preparado para este fin, resultando así una copia *azul* o *sepia* (método de Vandyke) o con *líneas negras*. Por copia directa o por copia de un negativo Vandyke se puede conseguir una cualquiera de estas copias con líneas blancas sobre fondo oscuro, o con líneas oscuras sobre fondo blanco.

Se puede reproducir en negro un dibujo, a la misma o a distinta escala (mayor o menor), ya sea aquel original o una copia, mediante alguno de los varios procedimientos fotográficos hoy en uso, como son, entre otros, el método *fotostático,* el *foto-offset* y el *xerográfico.*

La reproducción de dibujos a escala reducida tiene la ventaja de facilitar su manejo en el campo; p. ej., en los trabajos de obras o construcción. Los mapas y dibujos de gran difusión se reproducen por litografía o por otros métodos como el huecograbado.

A continuación vamos a ocuparnos solo de los métodos de reproducción más corrientes.

6-17. Copias en azul (papel ferroprusiato).—El procedimiento más sencillo y más económico para la reproducción de planos a la misma escala es obtener una copia del dibujo hecho en papel transparente, sobre papel ferroprusiato, en la que aparecen las líneas en blanco sobre fondo azul oscuro. Para obtener copias con las líneas en azul sobre fondo blanco se procede de igual modo, pero en vez de emplear como original un calco transparente se toma como original una copia hecha en sepia (véase Sec. 6-18). Para obtener una copia azul se coloca la cara dibujada de un calco sobre una placa de vidrio; encima del calco se dispone la cara sensibilizada del papel o tela; se expone el vidrio a la luz, y se revela esta última en un baño de agua.

Casi todas estas copias se hacen en papel, pero cuando han de manejarse con mucha frecuencia se emplea una tela de igual tamaño. Todo cuanto aquí decimos sobre el papel se aplica igualmente a las telas. El papel, antes de ser expuesto a la luz, tiene un tono amarillento verdoso claro. En lugares húmedos, a menos que se intensifique su protección, no tarda el papel en tomar un tono azulado y quedar inutilizado, aunque no haya sido expuesto a la luz. Al manejar el papel debe resguardarse de la humedad atmosférica y de la luz, excepto al tiempo de impresionarlo.

Aunque el papel que se adquiere en el comercio es de precio tan reducido que no justifica su preparación por el mismo dibujante, puede darse el caso de tener que prepararse el papel por sí mismo, para lo cual se le aplica una capa de una mezcla a partes iguales de las siguientes soluciones:

1 parte (en peso) de prusiato potásico por 5 partes de agua.

1 parte (en peso) de citrato de hierro y amonio por 5 partes de agua.

Cada una de estas soluciones puede prepararse a la luz del día, pero su mezcla y aplicación sobre el papel debe hacerse en una habitación oscura o con muy poca luz. Se coloca el papel sobre un tablero o mesa y se extiende la mezcla con una esponja, con un paño o con una brocha de pelo de camello, dando brochazos muy largos, primero en una dirección y después perpendicularmente a esta última. Se emplea solo la cantidad precisa de mezcla para humedecer la superficie del papel, que después se pone a secar en un lugar oscuro, quedando ya así dispuesto para el uso.

Las copias en papel ferroprusiato se obtienen por exposición al sol o con luz artificial. En casi todas las oficinas técnicas de cierta importancia se dispone de una máquina eléctrica para la obtención de esta clase de copias. En las ciudades más o menos importantes hay talleres especializados en estas reproducciones, y la mayor parte de los ingenieros, arquitectos, delineantes, etc., que no disponen de mucho tiempo libre, encuentran más económico y más seguro el confiar sus copias a las casas comerciales dedicadas a ello.

El tiempo que ha de durar la exposición depende de la intensidad de la luz y de la clase de papel, pero lo mejor es hacer primero una prueba con un trozo pequeño de papel. Los papeles rápidos de uso corriente requieren una exposición de 30 seg a 1 min a plena luz del sol; hay otros que necesitan de 2 a 3 min.

Con cielo nublado, el tiempo de exposición es mucho mayor. La fórmula que hemos consignado antes produce un papel lento, cuya exposición al sol es de 5 a 6 min. Aumentando la proporción de citrato de hierro se hace que el papel sea más rápido. Si la exposición es demasiado corta, el fondo del papel, al revelarse, resulta de un tono azul pálido; si la exposición es excesiva, o sea si se *quema* la copia, resulta esta de fondo azul muy oscuro y veteado, y las líneas muy finas del dibujo desaparecen o apenas se distinguen. Durante la exposición, el papel debe colocarse perpendicularmente a los rayos luminosos.

Después de la exposición se revela la copia lavándola con agua, a ser posible con poca luz. Para evitar que se formen vetas y líneas borrosas se sumerge con rapidez el papel en el agua y se mueve continuamente hasta que desaparezca el tono verdoso; se deja después la copia en el agua durante 10 a 30 min. El color azul del fondo de la copia se acentúa agregando al agua una pequeña cantidad de bicromato potásico; esta solución tiende a oponerse a los resultados de una superexposición. Hay un papel comercial «no potásico» que produce un color azul oscuro con solo sumergirlo en agua clara.

Después de bien remojado, el papel se saca del baño y se cuelga en un lugar con poca luz para que se seque. Las arrugas se hacen desaparecer con una plancha.

En las copias de papel ferroprusiato se pueden hacer correcciones o enmiendas con una solución diluida de sosa cáustica, que se usa como si fuera una tinta, para trazar líneas blancas. La sosa cáustica hace desaparecer el color azul gracias a una cierta reacción química; pero

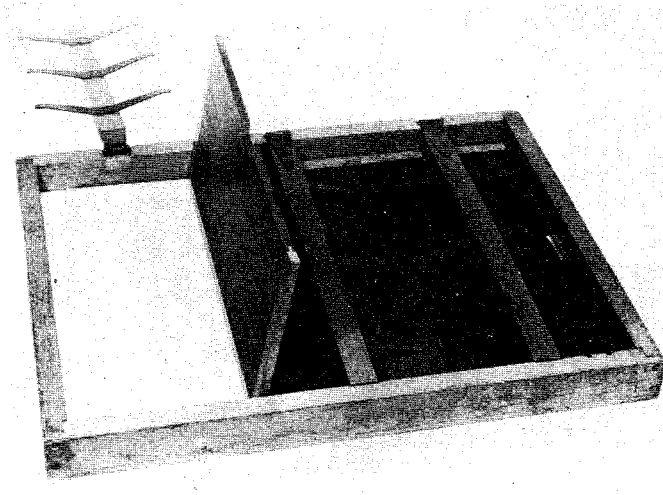


FIG. 6-7.—Prensa para copias heliográficas.

por ser la solución muy fluida, es absorbida por las fibras del papel, por lo cual debe aplicarse en muy poca cantidad para evitar que las líneas resulten borrosas y como desgarradas. Cuando se quiere que las líneas tengan determinado color, se agrega este a la solución de sosa.

En el mercado se encuentran varias soluciones de esta clase, en frascos, que se conocen con el nombre de *líquidos para borrar.* También pueden hacerse enmiendas en las copias al ferroprusiato empleando como tinta la «sal de acederas», que es oxalato ácido de potasio, muy venenoso. Para correcciones sobre papel ferroprusiato existen tintas especiales en blanco, rojo y amarillo.

La figura 6-7 representa una prensa para la obtención de copias al ferroprusiato. El cristal debe estar bien limpio, y lo mejor es emplear una luna de buena calidad. Detrás del papel se coloca una especie de almohadilla de fieltro o de esponja. Los muelles de chapa de acero aprietan las piezas articuladas de madera de la tapa trasera contra la almohadilla y aseguran un contacto perfecto entre el calco y el papel.

6-18. Copias sepia (método de Vandyke).—Las copias hechas de un calco transparente sobre el papel llamado Vandyke presentan el dibujo en blanco sobre fondo castaño oscuro, casi impenetrable a la luz. El papel, antes de impresionarse, es de color ligeramente amarillento. La exposición se hace como en el papel ferroprusiato, pero durante un tiempo mucho mayor, que ordinariamente es de unos 5 min a pleno sol. La exposición es suficiente cuando el papel que sobresale por fuera del dibujo toma un brillante color sepia. Se pone en agua el papel así impresionado durante 5 min (con poca luz), con lo cual pierde color, y se sumerge a continuación en un baño fijador que contiene 30 g de hiposulfito sódico por 4 litros de agua. Una vez que la copia haya tomado el color sepia oscuro, se saca del fijador y se lava bien con agua, donde se deja durante 20 a 30 min.

La principal aplicación de las copias *Vandyke* es la de constituir negativos, con los que se podrán obtener copias positivas al ferroprusiato o por otro método de contacto cualquiera. Para que las líneas blancas resulten aún más transparentes se remojan los negativos con una mezcla a base de aceite de plátano; hay que esperar a que se evapore completamente este líquido de la superficie del papel para hacer la copia al ferroprusiato. Para obtener las copias positivas con líneas azules se coloca la cara sepia del papel *Vandyke* sobre la cara sensibilizada del papel ferroprusiato; la exposición y el fijado se hacen como de ordinario. De modo análogo se obtienen copias con líneas en sepia o con líneas en negro.

Las copias con fondo blanco son más claras que las de fondo oscuro, y todas las notas adicionales resultan perfectamente visibles. Como ocurre con las copias al ferroprusiato, toda enmienda o raspadura del dibujo daña al papel, por lo que no pueden pasar inadvertidas.

6-19. Copias en negro.—Con un negativo *Vandyke,* y por un método similar al seguido con el papel ferroprusiato, se obtiene una copia en papel transparente, con el dibujo en negro, llamada *calco en negro.* Estos calcos encogen en su manipulación, por lo que la escala se altera de modo apreciable. Pero su obtención es económica y muy útil para reproducir dibujos de anteproyectos.

De estos calcos se hacen copias con el dibujo también en negro, al sol o con luz artificial, empleando papel sensible especial. La copia se revela con un producto químico que facilita el fabricante y después se lava bien con agua y se seca. Está cada vez más extendido el uso de esta clase de copias por la ventaja que supone obtener directamente el dibujo en negro sin el intermedio de un negativo, además de resultar con el fondo blanco y sin contracción excesiva, aparte de la imposibilidad de hacer enmiendas o raspaduras sin que se noten.

En las secciones 6-20 a 6-22 se describen otros procedimientos para obtener copias en negro.

6-20. Copias en papel ozalid.—Pueden obtenerse copias *ozalid* (o *diazo*) con el dibujo en rojo, azul, sepia o negro. Para ello se emplea un papel especial sensibilizado y se procede por contacto del modo usual. En seco, la copia se revela colocando el papel impresionado en una caja herméticamente cerrada llena de vapor de amoníaco. También se puede revelar haciendo pasar el papel impresionado por una solución amoniacal.

6-21. Método fotográfico (fotostático).—Mediante la fotografía se puede obtener una copia, en negativo, de un dibujo hecho sobre cualquier clase de papel y a la escala que se quiera, siempre que las líneas del dibujo impresionen el papel sensible. Este sistema se emplea cada vez más, sobre todo en la reproducción de páginas y grabados de libros.

La cámara fotográfica que se utiliza para este uso es una modificación de las cámaras ordinarias. El dibujo original se ilumina con luz artificial muy intensa, y en el negativo, a la escala propuesta, aparecen en blanco las líneas negras del dibujo. Volviendo a fotografiar el negativo, se obtiene una copia positiva, en la cual las líneas negras del dibujo aparecen también negras sobre un fondo blanco o gris.

Cuando el dibujo que se reproduce es de gran tamaño, la copia resulta algo deformada en sus bordes, pero en los dibujos de dimensiones corrientes apenas se aprecia esta deformación. Con este procedimiento pueden obtenerse buenas copias hasta de 1 m × 1,5 m.

Fotografiando una copia (negativa) hecha en papel ferroprusiato resulta directamente una copia positiva.

6-22. Método fotográfico (offset).—Este sistema, conocido con varios nombres comerciales, resulta muy práctico cuando hay que obtener muchas copias de un mismo dibujo. El método consiste, en esencia, en hacer una copia fotográfica (negativa) del original a la escala que se desee; con este negativo se prepara una plancha, que se monta en una prensa *offset*. Para estas copias se puede emplear cualquier clase de papel fuerte, en el cual aparecen bien definidas y en negro todas las líneas del dibujo. El coste de estas copias, cuando son muy numerosas, resulta muy bajo.

UTENSILIOS PARA EL DIBUJO DE MAPAS

6-23. Lápices.—Para dibujar sobre papel duro de grano muy fino, el lápiz que más se emplea es el 6H. Cuando se trata de líneas extremadamente finas, o cuando se quiere que estas queden señaladas de modo permanente, se emplea, a veces, el lápiz 8H. La mayoría de los dibujos, sobre papel más o menos blando, se hacen con el lápiz 4H, y si se trata de papel muy blando (como el empleado para perfiles), basta con usar el lápiz 2H. Para dibujos poco precisos, sobre papel transparente, es necesario en muchas ocasiones utilizar un lápiz blando, tal como el 2B. Los dibujos hechos sobre la cara mate del papel tela quedan suficientemente claros para ser pasados a tinta haciendo uso de un lápiz 2H. No obstante, todas las líneas deben ser trazadas de manera que se vean perfectamente a través del papel tela. Muchos delineantes acostumbran afilar uno de los extremos del lápiz en forma de cuña para el trazado de líneas rectas, y el otro, en la forma cónica usual, para las líneas irregulares y para el rotulado. Al dibujar croquis sencillos, de pocas líneas, procúrese emplear lápices cuyos trazos no se borren ni extiendan con facilidad.

6-24. Tintas y colores.—Las tintas líquidas que se expenden en el comercio en pequeños frascos para uso de los delineantes son negra, azul, sepia, verde y bermellón. Para dibujos delicados dan buen resultado las tintas resistentes al agua; las líneas trazadas con estas tintas no se corren si se pasa la mano húmeda sobre ellas y tampoco si sobre ellas se aplican lavados, tanto de tinta como de acuarela. La tinta china en barras no es en la actualidad de uso general, pero muchos delineantes la prefieren para los dibujos muy complicados; para utilizar estas barras se muelen y se mezclan con agua, siendo el procedimiento más sencillo el de restregar la barra sobre el fondo del platillo con un poco de agua. Para diluir las tintas se les agrega agua destilada o una solución de amoníaco muy diluida.

6-25. Escalas.—Las escalas son reglas divididas en centímetros, milímetros y medios milímetros; pueden ser planas o de sección triangular,

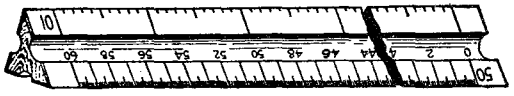


FIG. 6-8.—Regla triangular.

y sus longitudes más corrientes son de 15, 20 ó 30 cm. De uso común en el dibujo de planos es la regla triangular de 30 cm, con varias escalas dispuestas sobre sus tres caras, como se ve en la figura 6-8. Esta regla tiene la ventaja de contener seis escalas en el menor volumen posible.

De uso muy práctico es la regla plana con dos escalas en sus bordes biselados opuestos, como se ve en la figura 6-9. Esta regla se presta

menos a cometer equivocaciones al tomar distancias a escala que la triangular que acabamos de describir.

Con esta regla, dividida en medios milímetros, se toman muy bien distancias a escalas 1/10, 1/100 y 1/1000. Lo más que puede precisarse con estas reglas es hasta 0,25 mm.

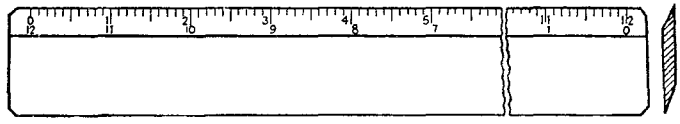


FIG. 6-9.—Regla plana de bordes biselados.

En los dibujos de gran precisión los puntos deben marcarse con una aguja muy fina, y la lectura sobre la escala debe hacerse con una lupa y colocando el ojo directamente sobre la división a que corresponde la distancia medida. En estas condiciones puede llegarse a precisar hasta 0,125 mm.

6-26. Transportadores.—Un transportador es un instrumento sencillo que sirve para representar y medir ángulos sobre un dibujo. El transportador más usual en los trabajos topográficos consiste en un círculo o semicírculo de metal, celuloide o papel, con su periferia dividida

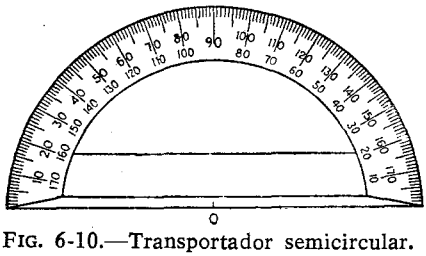


FIG. 6-10.—Transportador semicircular.

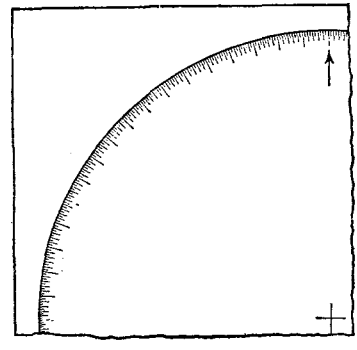


FIG. 6-11.—Transportador circular, de papel.

en grados y en fracciones de grado. También hay transportadores provistos de una reglilla radial mediante la cual pueden tomarse a la vez una distancia y un ángulo. Finalmente, otros transportadores llevan uno o más brazos radiales con escalas.

En la figura 6-10 se ve la forma más corriente de transportador semicircular, de metal o de celuloide. Para pasar al papel un ángulo dado se coloca el centro *O* del transportador en el vértice del ángulo, y el diá-

metro del semicírculo, sobre la recta a partir de la cual hay que tomar el ángulo; sobre el papel, y con un lápiz bien afilado, se hace una señal en la división correspondiente al ángulo medido; se retira el transportador y se traza una línea recta desde el vértice hasta la señal marcada con el lápiz. De análoga manera se mide un ángulo dibujado sobre el papel.

También son muy empleados los transportadores circulares, como el que se ve en la figura 6-11, que representa un transportador circular de papel, cuyo tamaño más corriente está comprendido entre 15 y 35 cm de diámetro; estos transportadores están impresos en hojas rectangulares de papel fuerte o de cartulina, pero sin que figuren numeradas las divisiones. El transportador de 35 cm de diámetro suele estar dividido en cuartos de grado, y el de 15 cm, en medios grados. Para preparar uno de estos transportadores en el momento de usarlo, se numera su graduación según se desee y se recorta por el círculo exterior de la graduación, o por otro de radio algo menor. En el primer caso se prescinde de la parte exterior, y los ángulos se toman sobre la parte interior, del modo descrito para el transportador semicircular. En el segundo caso se prescinde de la parte interior, y los ángulos se toman con una regla que pase por el centro del transportador. Este último se centra y se orienta por medio de dos líneas del dibujo perpendiculares entre sí.

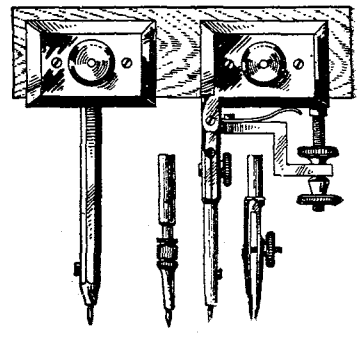


FIG. 6-12.—Compás de varillas.

6-27. Compás de varillas.—Se utiliza este compás, representado en la figura 6-12, para el trazado de arcos de círculo de gran radio, es decir, mayor de 15 cm. Siempre que hayan de trazarse círculos de radio mayor de 15 cm debe usarse el compás de varillas.

Se puede improvisar un compás de varillas con un listoncito de madera que se atraviesa con una aguja larga cerca de uno de sus extremos; en el otro extremo del listón se hace una muesca en forma de V, a la distancia debida de la aguja. Se sujeta el lápiz o el tiralíneas en esta muesca y se procede como con un compás corriente de varillas. También puede utilizarse, de una manera semejante, una cuerda tirante o un alambre.

6-28. Plantillas curvas.—Son láminas de cartulina, madera, metal, vulcanita o celuloide, perfiladas de modo que su contorno esté formado de diferentes arcos de círculo. Cada arco lleva un número, que indica su radio en centímetros, y en algunos modelos figura además otro número, que corresponde al grado de curvatura para una escala dada. Con estas plantillas se pueden trazar arcos de círculo sin determinar el

centro, y arcos de radio mucho mayor que lo que permite el compás de varillas.

6-29. Tiralíneas doble o tiralíneas de paralelas.—Este tiralíneas se usa principalmente para trazar dos paralelas a la vez, ya sea a mano alzada o apoyándose en el borde de una escuadra o de una plantilla curva. En realidad, este tiralíneas no es más que la unión de dos tiralíneas corrientes, cuyas patas forman una horquilla flexible rematada en un solo mango. Mediante un tornillo que atraviesa las dos patas de los tiralíneas se regula la distancia entre ambos, como lo muestra la figura 6-13. Con este tiralíneas doble se facilita grandemente el trazado de líneas paralelas curvas o irregulares.

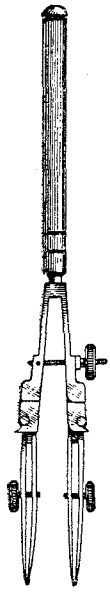


FIG. 6-13.—Tiralíneas doble.

FIG. 6-14.—Tiralíneas loco.

6-30. Tiralíneas loco.—Se llama así a un tiralíneas muy útil para el trazado de curvas de nivel o de curvas cualesquiera a mano alzada, compuesto por un tiralíneas ordinario, pero con el mango giratorio, tal y como está representado en la figura 6-14. La punta del tiralíneas es excéntrica respecto al eje del mango y puede moverse en la dirección que se quiera al mover convenientemente el mango. Para manejar este tiralíneas se sostiene el mango vertical, pero apoyando sobre el papel la punta de los dedos corazón y anular de la mano derecha. Generalmente se trazan las líneas en dirección al propio dibujante.

6-31. Reglas.—Para el dibujo de planos y mapas ordinarios no basta la regla en T si hay que trazar con precisión rectas paralelas. Por otra parte, en el dibujo de planos raras veces las líneas que los constituyen son paralelas o perpendiculares entre sí. En general, las reglas más útiles para el delineante son las metálicas, niqueladas o inoxidables, con uno de sus bordes biselado. Al colocar estas reglas bien planas sobre el papel, su propio peso las hace menos deslizables que las de madera; además no se tuercen ni alabean. Para el dibujo de orlas basta con una regla metálica de 1 m de longitud.

6-32. Compás de reducción.—Para copiar mapas a escala distinta de la original se emplea el compás de reducción, que consiste en dos ramas o patas terminadas en punta por sus dos extremos, que pueden abrirse más o menos alrededor de un tornillo que sirve de eje. El compás

abierto presenta forma de X, análoga a la de unas tijeras abiertas; haciendo variar la posición del eje a lo largo de las patas del compás se puede establecer la relación propuesta entre la distancia de dos puntas y la que separa a las otras dos. Las patas del compás llevan grabadas unas divisiones que facilitan la colocación del eje en la posición debida para obtener la ampliación o reducción propuesta.

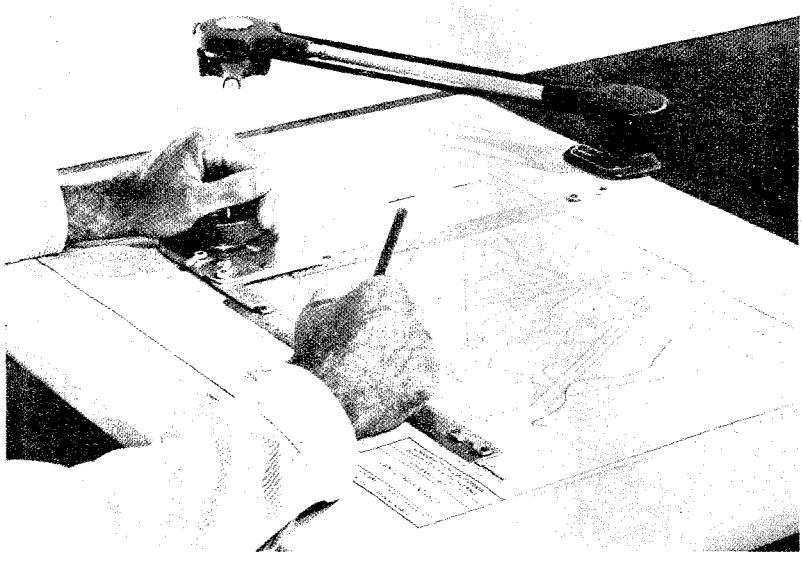


FIG. 6-15.—Máquina de dibujar.

6-33. Máquina de dibujar.—En la figura 6-15 vemos una de estas máquinas de dibujar, cada vez más en uso, especialmente para la representación de detalles (véase Sec. 18-19). Estas máquinas realizan las funciones de las reglas en T, reglas lineales, escuadras, escalas y transportadores.

Fundamentalmente, una máquina de dibujar consiste en un sistema articulado en cuyo extremo va un transportador unido a dos brazos perpendiculares entre sí. La disposición del sistema articulado es tal, que cada uno de los brazos se mantiene siempre paralelo a sí mismo al moverse el transportador sobre el tablero de dibujo; de este modo, p. ej., se pueden trazar ejes coordenados sobre el papel con solo pasar el lápiz por los bordes de los brazos. Por otra parte, el transportador puede orientarse y amordazarse con toda facilidad en cualquier dirección, pudiéndose así trazar y medir líneas oblicuas; mediante un nonio, es

posible tomar ángulos en el transportador con 5′ de precisión, y en algunas máquinas hasta con 1′. Los brazos del transportador son recambiables para poder utilizar la escala que más convenga en cada caso.

REFERENCIAS

1. FRENCH, THOMAS E., y VIERCK, CHARLES J.: *A Manual of Engineering Drawing for Students and Draftsmen*, 9.ª ed., McGraw-Hill Book Company, Nueva York, 1960.
2. SLOANE, R. C., y MONTZ, J. M.: *Elements of Topographic Drawing*, 2.ª ed., McGraw-Hill Book Company, Nueva York, 1943.

CAPITULO VII

MEDIDA DE DISTANCIAS

7-1. Distancia.—Al hablar de distancia entre dos puntos en topografía, se sobrentiende que se trata de la distancia *horizontal,* prescindiendo del desnivel que pueda haber entre ellos. Aunque son frecuentes las mediciones de distancias inclinadas, para su utilización en mapas, cálculo de superficies, etc., se reducen a su equivalente horizontal. En los trabajos geodésicos, las distancias horizontales se reducen al nivel del mar (Sec. 16-18); pero, en los levantamientos planimétricos, solo se reducen al nivel del mar cuando hay que convertirlas en las correspondientes a otros niveles, como, p. ej., al del sistema de coordenadas planas de un mapa oficial, o cuando la cota media de un levantamiento es considerable respecto a la superficie a la que se desea referir este último.

Los métodos seguidos en la medición de distancias son muy numerosos y dependen de la precisión requerida, del coste y de otras muchas circunstancias. Así, p. ej., en reconocimientos poco detallados puede resultar suficiente una precisión de 1/100 o menos; en cambio, en la medición de bases geodésicas se opera con un error probable alrededor de 1/2 000 000. En algunos casos resulta ventajoso el empleo de métodos combinados.

En la tabla 7-1 se resumen los principales métodos de medición de distancias, clasificados por el grado de precisión con que ordinariamente se obtiene el resultado. En las secciones siguientes se describen estos diferentes métodos.

METODOS DE MEDIDA

7-2. A pasos.—Este sistema de medición de distancias proporciona un medio rápido y sencillo para comprobar aproximadamente otras mediciones más precisas. Se emplea mucho en levantamientos de escala pequeña, no solo para localizar detalles, sino para levantar itinerarios con la plancheta. La precisión de una medida hecha a pasos depende de la práctica del individuo que la ejecuta y de la clase de terreno sobre el que va andando. En muchos casos, se ha obtenido una precisión de 1/200 en la medición a pasos sobre terreno escabroso. En condiciones normales, cualquier persona acostumbrada a ello no encuentra dificultad en medir a pasos una distancia con una precisión de 1/100.

Muchos agrimensores calculan las distancias a razón de 90 cm por paso, que es una longitud excesiva para el hombre de estatura corriente.

TABLA 7-1

Métodos generales para medir distancias

Método	Precisión usual	Aplicación	Goniómetros de precisión adecuada
A pasos	1/100 a 1/200	Reconocimientos; levantamientos a escala reducida; comprobación de mediciones con cinta.	Brújula de bolsillo; alidada de pínulas.
Con estadía	1/300 a 1/1000	Situación de detalles para planos; itinerarios aproximados; comprobación de mediciones más precisas.	Teodolito; alidada de anteojo, o plancheta; brújula de agrimensor.
Con cinta (corriente)	1/1000 a 1/5000	Poligonales para levantamientos topográficos; trabajos ordinarios de construcciones civiles.	Teodolito (con doble lectura).
Con cinta (de precisión)	1/10 000 a 1/30 000	Poligonales para planos de población; bases para triangulación de mediana precisión; trabajos delicados de ingeniería civil.	Teodolito (lectura por repetición).
Medición de bases	1/100 000 a 1/1 000 000	Triangulación de alta precisión para grandes extensiones; planos de población; trazado de puentes y túneles de gran longitud.	Teodolito repetidor; goniómetro de gran precisión.
Electrónico	± 1 cm ± 1/300 000	Itinerarios para control de levantamientos de precisión, bases o lados de triangulaciones.	Teodolito

En levantamientos militares y en muchos de uso civil se asigna al paso del hombre una longitud de 80 cm (que es la natural) o un poco más corta. Nosotros adoptamos el cómputo de 75 cm por paso, ya que por ser algo menor que el natural permite, en terreno desigual, alargar el paso sin cansarse; cada 100 pasos suponen, pues, 75 m de distancia.

Los pasos se cuentan apretando el botón de un registrador, o con un podómetro, que registra automáticamente el número de pasos; este instrumento tiene el tamaño de un reloj de bolsillo y se lleva sujeto en una pierna. Hay podómetros graduados de modo que registran las distancias en kilómetros y sus fracciones.

Todo alumno de topografía y todo topógrafo que no lo haya hecho antes debe normalizar su paso recorriendo distancias conocidas, tanto en terreno llano como en terreno desigual y en pendiente.

7-3. Estadía.—El método de la estadía, que se describe detalladamente en el capítulo XV, ofrece un medio rápido y cómodo para la determinación de distancias. Su empleo está muy generalizado y resulta de especial utilidad en los levantamientos topográficos. Para su aplicación, el retículo del anteojo lleva dos hilos horizontales suplementarios, tanto en los teodolitos como en los equialtímetros y en las planchetas. La distancia entre el instrumento de que se trate y un punto dado viene dada por la parte de mira, mantenida verticalmente sobre el mismo, comprendida entre los dos hilos estadimétricos. La precisión de estas mediciones depende del instrumento empleado, del observador, de las condiciones atmosféricas y de la longitud de la visual. Por término medio, el método estadimétrico proporciona mediciones con precisión comprendida entre 1/300 y 1/1000.

7-4. Clisímetro.—Cuando las visuales son casi horizontales se puede utilizar el clisímetro (véase Sec. 2-20) para medir distancias, de modo parecido a como se hace con la estadía y con igual precisión. Análogamente, cabe utilizar el teodolito para medir el pequeño ángulo horizontal subtendido por una longitud conocida sobre una mira dispuesta horizontalmente en ángulo recto con la visual.

7-5. Medición directa.—El modo más usual para determinar distancias es el de medición directa. En principio, todos los levantamientos de precisión normal se hacían con cinta o cadena; para mediciones de muy alta precisión se empleaban reglas o reglones. Actualmente todas las mediciones directas se hacen con cinta. La cadena primitivamente empleada, llamada cadena de agrimensor, tenía 30 m de longitud, y se componía de 100 eslabones o varillas de 30 cm cada una. Cada 10 eslabones llevaba una plaquita de latón con unas muescas que indicaban el número de eslabones comprendidos entre la plaquita y el extremo de la cadena. Las distancias medidas con cadena se anotaban en metros y centímetros.

La cadena de Gunter tenía 20 m y constaba de 100 varillas, cada una de 20 cm de longitud; las distancias se expresaban en cadenas y *links*.

La precisión de las mediciones con cadena o cinta depende del cuidado y escrupulosidad con que se hace la operación. Tratándose de terrenos quebrados, la cinta suele dar resultados menos precisos que la estadía. Pero procediendo con extremo cuidado para eliminar toda causa posible de error, se han logrado mediciones con un error probable menor de 1/1 000 000. La precisión normal, en terreno llano y sin accidentes, está comprendida entre 1/3000 y 1/5000.

7-6. Medición electrónica.—Los recientes progresos científicos han hecho posible la construcción de aparatos electrónicos para medir distancias con toda precisión. De los tres instrumentos de esta clase más generalizados hasta 1965, el *geodímetro* utiliza ondas luminosas, mientras que el *telurómetro* y la *electrocinta* emplean ondas de radio. Todos ellos se montan en trípodes, son portátiles y su peso es inferior a 50 Kg. Los modelos más modernos requieren de 10 a 30 min para medir una

distancia; todos tienen un error máximo instrumental de 1 cm, aproximadamente, más o menos un 2 a un 3 por millón de la distancia medida. En la figura 7-1 se ve la manera de hacer una medición nocturna con el equipo del geodímetro.

El principio en que se funda el geodímetro es la medición indirecta del tiempo que tarda un rayo luminoso en recorrer la distancia que separa dos puntos. Colocado el instrumento en estación, emite un rayo de luz modulada hacia un reflector situado en el otro extremo de la

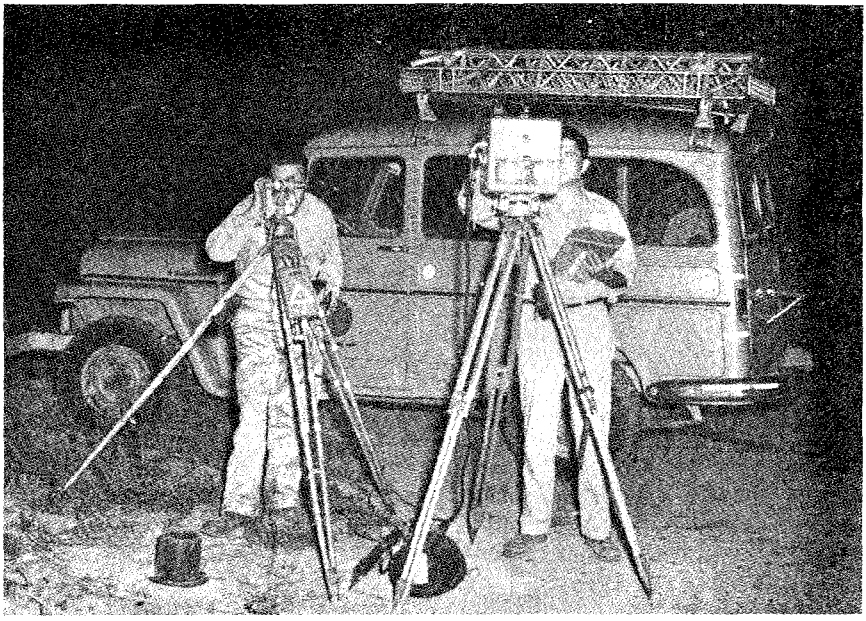


FIG. 7-1.—Medición nocturna de una distancia con geodímetro (a la derecha) y de un ángulo vertical con teodolito.

línea que se desea medir. El reflector actúa como espejo y devuelve el impulso luminoso al instrumento, donde se comparan las fases de los impulsos emitidos y reflejados. La velocidad de la luz es el dato de que se parte para calcular la distancia. Es necesario que la visual sea precisa y, para poder efectuar una observación, es condición indispensable que las estaciones sean perfectamente visibles entre sí. Las distancias máximas que es posible medir con este instrumento son de 3 a 5 Km de día y de 25 a 30 Km de noche, según sean las condiciones atmosféricas.

Tanto el telurómetro como la electrocinta constan de dos instrumentos intercambiables, cada uno de los cuales se dispone en un extremo de la alineación que se desea medir. El emisor lanza una serie de micro-

ondas que llegan al instrumento receptor, el cual las retransmite al primero, y este mide el tiempo empleado por las ondas en el recorrido de ida y vuelta. Se deduce la distancia conociendo la velocidad de las ondas radioeléctricas. Entre los dos instrumentos no debe haber obstáculo de ninguna clase, pero no es preciso que se «vean» uno al otro, por cuya razón las observaciones pueden hacerse con niebla o en condiciones meteorológicas desfavorables. Con buenas condiciones, se llega a medir distancias hasta de 70 a 80 Km.

Además de los errores instrumentales antes aludidos, la medición electrónica de distancias está sujeta a errores debidos a ciertas condiciones atmosféricas y a los ecos (reflexiones). Tanto la velocidad de la luz como la de las ondas radioeléctricas son afectadas por el estado de la atmósfera; es necesario, pues, aplicar diferentes correcciones para las distintas condiciones meteorológicas si la medición ha de hacerse con gran precisión. Las ondas luminosas son afectadas principalmente por la temperatura y la presión atmosféricas; menor efecto producen la humedad y el color de la luz empleada. En la mayor parte de los casos, basta con tomar la temperatura media y la presión en las estaciones emisora y receptora para poder aplicar las correcciones pertinentes. En general, las correcciones que han de aplicarse a la velocidad de las ondas radioeléctricas son algo superiores a las de la luz, por tener la temperatura, la presión y la humedad, cada una de por sí, un gran efecto sobre el índice de refracción. Cuando se emplee esta clase de ondas es preciso, por consiguiente, tomar datos de humedad, además de los de presión y temperatura.

Los edificios, calles pavimentadas, superficies de agua en calma, etc., pueden dar lugar a reflexiones de las ondas que interfieren con las señales de radio devueltas por el reflector. Tratándose de distancias considerables, los efectos debidos a estos ecos son despreciables; pero si las distancias son cortas, los ecos llegan a afectar a la precisión de las mediciones de modo apreciable. Si se emplean ondas luminosas, no hay que temer que se produzcan estos errores, porque la luz emitida por el instrumento es polarizada y los resultados obtenidos no son afectados por la luz no polarizada.

En general, la precisión relativa de las mediciones llevadas a cabo con instrumentos electrónicos tiende a aumentar con la distancia. Cualquier instrumento de esta clase proporciona resultados con una precisión de primer orden en distancias de varios kilómetros en adelante. En condiciones favorables, con estos instrumentos se obtienen mediciones con una precisión de segundo orden, en distancias algo menores de 1 Km. Pero, para calificar como de segundo orden una medición y poderla incorporar a la red geodésica nacional, el Servicio Geodésico y de Costas de los Estados Unidos incluye las siguientes condiciones en las Ordenanzas de 1962 para los levantamientos de segundo orden. «Cuando para medir distancias en un levantamiento por poligonales se emplean equipos electrónicos con ondas radioeléctricas, las líneas medidas no

deben ser nunca menores de media milla, raras veces menores de una milla, y preferiblemente mayores de dos millas. Cuando estos equipos se emplean en trabajos de triangulación para medir bases, deberán medirse, por lo menos, dos lados de más de 5 millas de longitud cada uno. La precisión de las longitudes así medidas, comparadas con las obtenidas en el cálculo de la triangulación, deberá ser por lo menos del orden de 1/50 000.»

Las distancias medidas con instrumentos electrónicos son *inclinadas,* y deben reducirse al horizonte para su posterior utilización. Ordinariamente se procede midiendo los ángulos verticales con un teodolito, como se ve en la figura 7-1. Los cálculos de gran exactitud realizados teniendo en cuenta la curvatura de la superficie terrestre son complicados y muy laboriosos. La referencia 5 dada al final de este capítulo contiene un método aproximado que resuelve este problema de modo rápido y preciso. En la sección 26-7 trataremos de reducciones ulteriores al nivel del mar o a otro plano de coordenadas de referencia.

Los instrumentos electrónicos empleados para la medición de distancias pueden utilizarse ventajosa y económicamente en muchos trabajos topográficos de varios tipos, como son los levantamientos por poligonales, la triangulación o la medición de bases para esta última. En la sección 26-14 veremos el empleo de estos instrumentos en los itinerarios de poligonales y en las *trilateraciones,* consistentes en los levantamientos por triángulos, calculados por medición precisa de sus tres lados, en vez de hacerlo por sus ángulos y una base, como en el método usual de triangulación (Cap. XVI).

Cuando se emplean instrumentos electrónicos en poligonales, las distancias resultan medidas con mayor precisión que los ángulos, por lo cual no son aplicables los métodos de compensación dados en las secciones 18-13 y 18-14. En algunos casos la precisión de las medidas de distancias llega a ser mayor incluso que la de la red de vértices en que se apoya el levantamiento, sobre todo si la poligonal sirve de enlace entre dos arcos de triangulación. En muchos casos se obtienen resultados óptimos con una compensación arbitraria, basada en el conocimiento de las condiciones en que se ha efectuado el levantamiento.

7-7. Otros métodos.—También se pueden medir distancias contando el número de vueltas que da la rueda de un vehículo. El contador acoplado al taxímetro ordinario de los automóviles indica los recorridos con lectura directa del hectómetro, y puede apreciarse, a estima, hasta el decámetro. Hay contadores especiales con los cuales se pueden apreciar hasta los 3 m. El *odómetro* es un sencillo dispositivo que registra directamente el número de vueltas que da una rueda, pudiéndose adaptar fácilmente a cualquier vehículo. Midiendo la circunferencia de la rueda con una cinta métrica, se calcula muy bien una distancia cualquiera por el número de revoluciones de la rueda.

Las distancias dadas por el cuentakilómetros o por el odómetro son algo mayores que las verdaderas distancias horizontales, pero en las

condiciones en que usualmente se hacen estas mediciones no es necesario hacer corrección alguna, excepto en el caso de tratarse de terreno montañoso, donde pueden corregirse las distancias leídas teniendo en cuenta la pendiente media, apreciada a ojo, si no se tiene otra indicación más exacta.

A veces se calculan aproximadamente las distancias por el tiempo que tarda en recorrerlas una persona al paso, o una caballería al paso o al galope.

Conociendo una o más distancias, se pueden calcular otras desconocidas por métodos *algebraicos* o *gráficos*. Este es el procedimiento que se sigue en las triangulaciones y en los levantamientos con plancheta.

7-8. Elección de método.—Se miden con cinta (porque no hay otro método practicable que proporcione mayor precisión) todas las líneas importantes de los levantamientos, incluyendo en ellas las líneas límites y linderos, los itinerarios principales en las planimetrías y los requeridos para la localización y la construcción de obras de ingeniería. Pero, con frecuencia, se pierde mucho tiempo midiendo con cinta distancias que hubieran podido medirse con la misma precisión por otros métodos menos laboriosos, como el estadimétrico. Cada método descrito tiene su propio campo de aplicación. En levantamientos para un uso particular definido, el topógrafo puede ensayar ventajosamente una combinación de diferentes métodos.

MEDICION CON CINTA

7-9. Cintas.—Las cintas métricas se hacen de muy distintos materiales, con longitud y pesos muy variables. Las más empleadas en los levantamientos topográficos son las de acero y las impropiamente llamadas cintas metálicas. La cadena se halla ya fuera de uso.

La *cinta metálica* (Fig. 7-2*a*) se compone de un tejido impermeable que lleva entrelazados hilos de latón o de bronce para evitar su dilatación al utilizarla. Los tamaños más corrientes son de 15 y 30 m, divididas en decímetros y centímetros; su anchura normal es de 1,5 cm. Estas cintas se emplean generalmente para medir longitudes en perfiles transversales, en la situación de detalles y en toda medición en que convenga disponer de una cinta flexible y ligera cuyos errores en longitud no tengan gran trascendencia. Ultimamente se han comenzado a utilizar cintas no metálicas que por no ser conductoras de la electricidad se emplean para levantamientos cerca de líneas de transporte de energía.

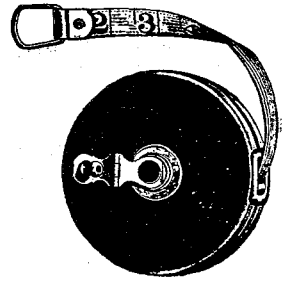


FIG. 7-2*a*.—Cinta metálica.

Para trabajos en terrenos próximos a agua salada da buenos resultados una cinta inoxidable hecha de bronce fosforoso.

Cuando se trata de mediciones de gran precisión, como en el caso de bases para triangulación o en planos de población, se hace uso de las *cintas invar*. Este metal está compuesto de níquel y acero, y su coeficiente de dilatación térmica es muy pequeño, del orden de 1/30 del correspondiente al acero. Pero como las aleaciones que tienen un coeficiente de dilatación extremadamente reducido pueden variar de longitud al cabo de cierto tiempo, se suele emplear una aleación con un coeficiente mayor, que oscila entre la octava y la décima parte del propio del acero. El invar es un metal más bien blando, que debe manejarse con mucho cuidado para evitar que se formen dobleces y cocas. Esta circunstancia, y su coste tan elevado, limitan mucho el uso del invar, que no tiene aplicación en los trabajos ordinarios.

La *cinta de acero* se emplea usualmente para la medición directa de distancias en todos los itinerarios importantes de un levantamiento. La longitud más corriente de estas cintas suele ser 30 m, pero también las hay de 15, 25, 50 y 100 m. La anchura normal de la cinta de 30 m está comprendida entre 5 mm y 8 mm. Las cintas de mayor longitud suelen ser más estrechas.

Las cintas de acero van graduadas en centímetros, y algunas en medios centímetros, con el primer decímetro dividido en milímetros; unas

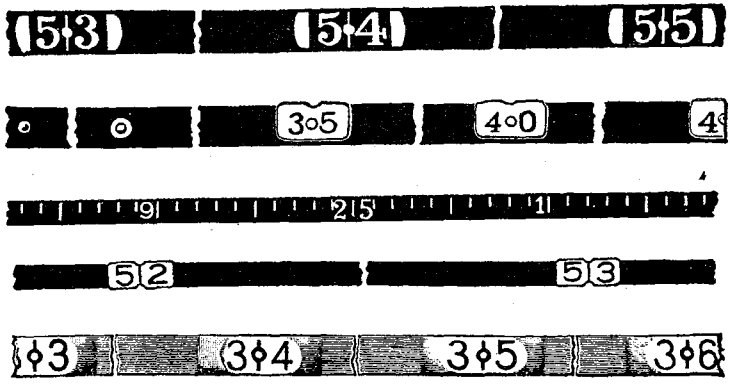


FIG. 7-2*b*.—Cintas de acero.

llevan la numeración en decímetros, con una cifra antepuesta que indica los metros; otras van numeradas en medios metros. Las divididas en centímetros llevan numerados los decímetros y los metros; las hay también con numeración de metros solamente, pero lo más corriente es numerarlas de medio en medio metro. En la figura 7-2*b* se ven varios tipos de cintas métricas con sus correspondientes numeraciones. Algunas cintas llevan un decímetro adicional en uno o en ambos extremos para

poder aplicar directamente correcciones de inclinación o de temperatura. De ordinario, la cinta tiene unos 15 cm sin graduación en sus extremos, pero en algunas el cero y el final de esta última coinciden con sus extremos, disposición que no se presta bien para mediciones de cierta precisión. Hay cintas que tienen unos salientes en el cero y en la última división para facilitar la identificación de estos puntos; pero estos salientes constituyen un obstáculo cuando se trata de terrenos cubiertos de maleza.

Corrientemente, los extremos de la cinta llevan unas asas de cuero; también hay agarraderas de alambre grueso, pero su uso no es aconsejable cuando el terreno está cubierto de hierba o maleza. A veces resultan muy prácticas las agarraderas sueltas, que en un momento dado sirven para amordazar y asir el extremo de la cinta en algún punto inaccesible directamente con la mano.

La cinta va arrollada sobre una cruceta de madera o dentro de una caja circular, pero la de 30 m suele llevarse dándole forma de 8 y doblándola para quedar formando un círculo de unos 25 cm de diámetro, aproximadamente, como se dijo en la sección 3-11.

Debido a la elasticidad del acero, las cintas de esta clase dan de sí cuando se someten a una fuerte tensión; también se dilatan y se contraen al subir o bajar la temperatura. Los fabricantes expenden las cintas con longitud exacta a una cierta temperatura y para una tensión dada. Para la cinta de 30 m algunos fabricantes garantizan la longitud exacta a 20° C de temperatura y 5 Kg de tensión, suponiendo la cinta horizontal y apoyada en toda su longitud sobre el suelo; pero no hay uniformidad en las fábricas de cintas sobre las condiciones normales de contraste. Conviene disponer de un patrón de longitud para comprobar de cuando en cuando la cinta. En España se puede recurrir al Fiel Contraste de Pesas y Medidas para la comprobación de cintas métricas.

Existen dinamómetros especiales (balanzas de muelle) para dar en el campo a la cinta la tensión debida. También se utilizan niveles para las cintas y otros dispositivos para repararlas y empalmarlas.

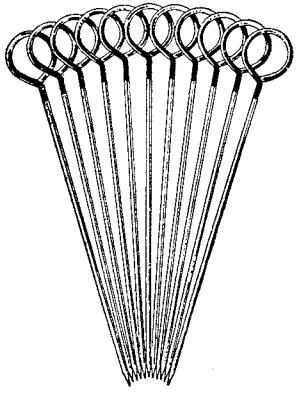


FIG. 7-3.—Agujas.

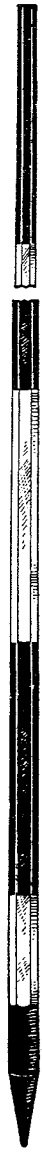


FIG. 7-4. Jalón.

En la sección 3-11 hemos hecho algunas otras indicaciones sobre el manejo y cuidados de las cintas.

7-10. Agujas para la medición con cinta.—Es muy frecuente el uso de agujas de acero para marcar los extremos de la cinta en la medición de distancias superiores a la longitud de una cintada. El tamaño normal de estas agujas es de 25 a 35 cm. El juego de agujas consta de once piezas, representado en la figura 7-3.

En las mediciones de gran precisión con cinta, y para referencias ulteriores, se clavan las agujas en el terreno.

Si así se desea, a las anillas de las agujas, antes de clavarlas en el suelo, se pueden atar unos marbetes con la indicación oportuna para su mejor identificación. Si se trata de superficies pavimentadas, pueden marcarse las cintadas o cualesquiera otros puntos con tiza, lápiz graso o pintura; en trabajos de precisión, se pega sobre el pavimento un pequeño trozo de cinta adhesiva opaca, y se señala el punto con un lápiz o un bolígrafo.

Se clavan en el suelo estacas sencillas (Sec. 10-1) o con clavo en lo alto (Sec. 14-4) para señalar puntos importantes en los itinerarios de nivelación, así como vértices de poligonales.

7-11. Jalones.—Los jalones, con o sin banderola, son unas barras, de hierro, madera o fibra de vidrio, de sección circular u octogonal, terminadas en punta por uno de sus extremos, que sirven para señalar la posición de puntos en el terreno o la dirección de las alineaciones. Los jalones de madera o de fibra llevan un zuncho de hierro en uno de sus extremos. La longitud normal de los jalones es de 2,5 m. Generalmente, los jalones están pintados a trozos alternados blancos y rojos, de 30 cm cada uno, como se ve en la figura 7-4.

7-12. Medición con cinta en terreno llano.—El procedimiento para medir con cinta depende mucho de la precisión que se desea obtener y de la aplicación que haya de hacerse del levantamiento. El método que vamos a describir es el seguido normalmente en las mediciones de precisión ordinaria (es decir, de 1/5000). En la sección 7-16 se trata de los errores en la medición con cinta, y en la 7-24, de las equivocaciones que pueden cometerse en esta operación.

La cinta se extiende siempre sobre el suelo en toda su longitud. Cuando solo se quiere medir la distancia entre dos puntos fijos (como las esquinas de una parcela), los utensilios necesarios son: uno o varios jalones, 11 agujas y una cinta de acero de 30 m, con el primer decímetro dividido en centímetros y el resto de la cinta dividido en decímetros. Por detrás del punto más distante se coloca un jalón para indicar su posición.

El peón o ayudante que va detrás marca con una aguja el punto de arranque, mientras el delantero, que lleva la cinta por el extremo del cero, marcha hacia adelante con 10 agujas en la mano, y cuando ha avanzado casi 30 m, el ayudante trasero le da la señal de parar, diciendo en voz alta: «¡Cinta!» o «¡Alto!», a la vez que pone la división 30 sobre

el punto de partida y con la mano o a voces indica al otro ayudante la dirección en que debe moverse para alinear una aguja en la dirección del jalón final. Mientras dura esta operación, el ayudante de atrás está agachado y mirando hacia el jalón, pero sin apartarse de la alineación; el delantero, también agachado, se coloca a un lado de la alineación, frente a la misma, de modo que el de atrás vea bien la señal que marca el punto final. El ayudante delantero clava con una mano una aguja un poco por detrás del cero de la cinta, y con la otra pone tirante la cinta, en contacto con la aguja. El ayudante trasero, cuando ve que

FIG. 7-5.—Midiendo con cinta sobre terreno llano.

la señal 30 m coincide con el punto de partida, dice al delantero: «¡Aguja!»; el delantero clava la aguja junto a la señal del cero, pero algo inclinada hacia afuera de la cinta. Para cerciorarse de la buena posición de la cinta, tira de nuevo de esta, comprobando que el cero coincide con el punto en que la aguja penetra en el suelo; y hecho esto dice: «¡Puesto!», y el ayudante de atrás suelta la cinta; el delantero arrastra esta al avanzar hacia el punto final, y así sucesivamente.

Cuando el ayudante de atrás sale de un punto marcado, arranca la aguja; de este modo siempre hay una aguja clavada en el suelo, y el número de agujas que en cada momento tiene en la mano el ayudante de atrás indica el número de cintadas o *estaciones,* contadas desde el punto de partida hasta la aguja que esté clavada en el suelo.

Al cabo de 300 m (10 estaciones o cintadas), el ayudante delantero ha clavado su última aguja en el suelo, y hace señas al de atrás, que avanza a su encuentro con las 10 agujas que ha recogido; cuentan los dos las agujas para ver que no se ha perdido ninguna, y el ayudante delantero anota la medición; toma después las 10 agujas y se repiten todas las operaciones antes descritas. Tiene mucha importancia el recuento de las

agujas, porque es muy corriente olvidar el número exacto de cintadas, más que nada, por distracción.

Una vez llegado al punto final, se detiene el ayudante delantero, y el de atrás avanza hasta llegar a la última aguja clavada; el primero coloca el cero de la cinta en dicho punto y el segundo tira de la cinta y lee el número de metros y decímetros comprendidos entre la última aguja y el punto terminal; lleva entonces la señal del decímetro siguiente (en orden creciente) sobre la aguja, y el otro ayudante tira de la cinta y lee los centímetros sobre las divisiones del último decímetro a partir de la señal 1 dm (cuando la cinta está graduada en centímetros se lee directamente la última cintada sin necesidad de estas últimas operaciones); de este modo resulta que la distancia entre la última aguja y el final de la alineación, expresada en decímetros, es uno menos que la indicada por la señal que mantiene el ayudante de atrás sobre la aguja más los centímetros leídos por el otro ayudante. Así, p. ej., si el ayudante de atrás hace la lectura 24,6 m y el delantero 7 cm, la distancia desde la última aguja será $24{,}6 - 0{,}1 + 0{,}07 = 24{,}57$ m. Los encargados de manejar la cinta deben idear algún sistema de comprobación para evitar errores.

Cuando la cinta tiene un decímetro complementario antes del cero no hay que restar 1 dm como con las cintas ordinarias. En tal caso, el ayudante de atrás dispone sobre la aguja la señal del decímetro *anterior* y el delantero lee los centímetros.

Si sobre la alineación que se mide hay un teodolito, el observador de este guía al ayudante delantero para que vaya clavando las agujas siempre en la misma dirección.

En algunos levantamientos hay que clavar estacas en una alineación a corta distancia unas de otras, usualmente de 30 en 30 m; es corriente que el ayudante de atrás, después de arrancar cada aguja, clave en su lugar una estaca. En mediciones de poca precisión se emplean estacas en vez de agujas, que va clavando el ayudante delantero, y las distancias se miden entre los centros de las estacas. En mediciones de más precisión se introduce un clavo en la cabeza de cada estaca. Una vez clavada la tachuela o señal de que se trate, se rectifica su alineación y su distancia a la estaca anterior.

7-13. Medición de distancias horizontales en terreno desigual o en pendiente.—El procedimiento para medir distancias en pendiente o sobre terreno cubierto de hierba alta o de maleza viene a ser el mismo que acabamos de describir para los terrenos llanos, con la excepción de que es preciso usar plomadas. La cinta se mantiene siempre horizontal y los operadores (uno solo o los dos) llevan plomadas para proyectar los extremos de la cinta sobre las agujas en el suelo, o, al contrario, estas sobre aquellos. En trabajos de poca precisión se pueden sustituir las plomadas por jalones. La figura 7-15 representa un registro de campo.

Para que la medición en pendiente tenga la misma precisión que en llano hay que proceder con gran cuidado y tener bastante práctica, sobre todo para colocar la cinta horizontal, que por estar al aire en toda o en

la mayor parte de su extensión o tiene que atirantarse mucho para que no haga comba, o hay que aplicar una corrección que anule el efecto de su curvatura. Es importante que los operadores se afirmen bien sobre el suelo, dando frente a la cinta y con las piernas separadas. Su antebrazo ha de estar en prolongación de la cinta, bien firme, o apretado contra la pierna o el cuerpo, según la altura a que deba estar la cinta.

Cuando la pendiente es menor del 5 ó 6 %, el ayudante delantero avanza cada vez una distancia igual a la longitud de la cinta. Si la medición se hace cuesta abajo, el operador delantero pone la cinta horizontal, manteniendo la plomada con el hilo en el punto cero de la cinta y, de modo que la pesa quede a pocos centímetros del suelo,

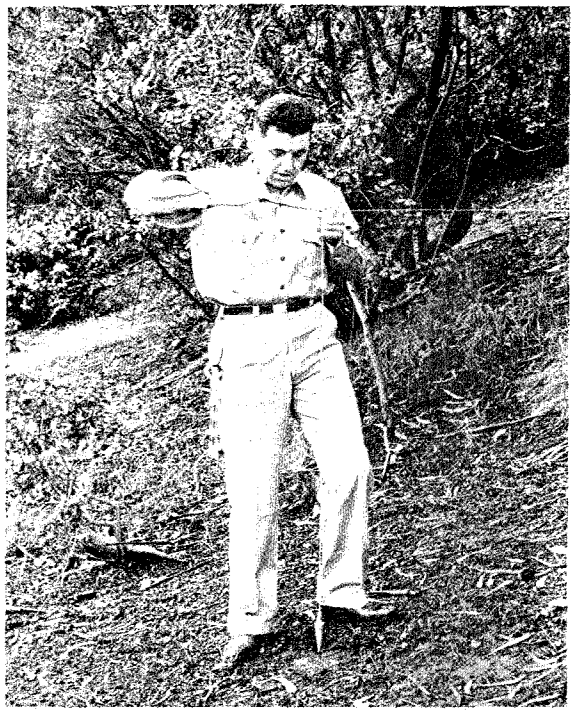


FIG. 7-6.—Medida cuesta abajo. Proyección, con la plomada, del extremo de la cinta.

tira de la cinta y se pone en línea, siguiendo las indicaciones del operador de atrás (véase Fig. 7-6); cuando la plomada deja de oscilar, la baja poco a poco hasta el suelo y clava una aguja en su sitio. Como comprobación se repite la medida. Si la medición se hace cuesta arriba, el ayudante trasero, con la plomada suspendida en la señal 30 m, dice al primero que tire o que afloje hasta que la pesa de la plomada caiga

sobre la aguja. El operador delantero clava una aguja y se repite la medida.

Si el terreno es muy inclinado y cuesta abajo, el ayudante delantero avanza 30 m (toda la cinta) y vuelve a un punto intermedio, donde pueda colocar la cinta horizontalmente; suspende la plomada de una marca de metro entero, se alinea siguiendo las indicaciones del otro ayudante y clava una aguja en el punto así determinado. El ayudante de atrás entrega al primero una aguja, y en la que está clavada en el suelo dispone la cinta, por la señal de metro de donde se suspendió antes la plomada. El ayudante delantero avanza hasta donde pueda colocar la cinta horizontal, y así sucesivamente hasta que llegue al cero de la cinta. En cada uno de los puntos *intermedios* de la cinta el operador de atrás entrega una aguja al de delante, pero no en el punto correspondiente a la longitud total de la cinta. De este modo, la cinta avanza siempre en toda su longitud cada vez, y el número de agujas en poder del ayudante trasero a cada 30 m (cinta completa) representa el número de cintadas desde el último recuento. Este método se conoce con el nombre de *banqueo con cinta.*

En la figura 7-7 se tiene un ejemplo de esta clase de mediciones sobre un perfil longitudinal, comprendido entre los puntos *A* y *D*; en *A* se clava una aguja, que marca el comienzo de la operación; el ayudante delantero marcha en direc-

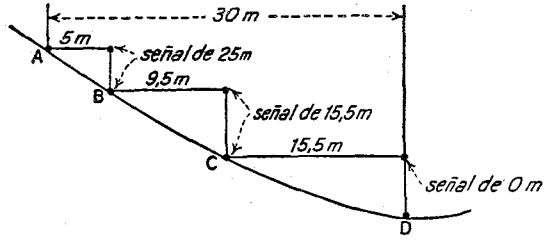


FIG. 7-7.—Medición por banqueo.

ción al punto *D*, hasta que el extremo de la cinta (punto 30) llegue a *A*, donde estaciona el ayudante trasero; vuelve entonces el delantero hasta *B*, donde sostiene horizontalmente la cinta, y con la plomada en el punto 5 m marca en el suelo, con una aguja, el punto *B*; el ayudante de atrás entrega una aguja al delantero y por la señal de los 25 m sujeta la cinta en el suelo, en el mismo punto *B*; este último ayudante, con la plomada en la señal 15,5 m, clava una aguja en *C*; el ayudante trasero entrega otra aguja al delantero y pone la cinta en *C*, en la señal 15,5 m; avanza el ayudante delantero y poniendo la plomada en el punto cero de la cinta, marca el punto *D*, al final de una cinta completa. El ayudante de atrás avanza hacia *D*, pero se queda con la aguja que había clavado en *C*.

Algunos topógrafos prefieren medir por separado las distancias menores de una cintada, sumando después sus valores. Este sistema pre-

senta el inconveniente de exigir más anotaciones y de prestarse a error en las sumas.

La cinta se pone horizontal a ojo, pero cuando la pendiente es demasiado pronunciada y el punto final está muy bajo se pueden cometer errores considerables en la determinación de la distancia horizontal. En terrenos accidentados, lo mejor es emplear un nivel de mano.

En las mediciones sobre terreno irregular o inclinado, la cinta se comba entre sus puntos de soporte, y la cintada resulta evidentemente más corta de lo que realmente es. Este efecto se puede eliminar normalizando, por contraste, la cinta; aplicando una corrección previamente calculada o sometiendo la cinta a la *tensión normal* (véase Sec. 7-21). En el banqueo, o cuando la cinta no se extiende horizontalmente en toda su longitud, la diferencia entre el efecto de pandeo sobre toda la cinta y sobre la parte de que se trate se puede determinar de modo aproximado variando la tensión. Estas mismas consideraciones son aplicables cuando el terreno se halla cubierto de vegetación o presenta obstáculos de poca altura.

7-14. Medición directa sobre suelo inclinado.—Cuando el terreno es de pendiente uniforme se hace la medición directamente sobre el suelo, con menos error que por banqueo; en general resulta preferible proceder del primer modo. En los levantamientos corrientes resulta ventajoso el empleo del clinómetro (para medir pendientes) o del nivel de mano (para determinar desniveles). Cuando solo se quiere hallar la distancia entre los puntos extremos de la alineación se procede como sobre terreno llano, pero a cada 30 m (o menos, en los cambios de pendiente) se anota el valor de la pendiente o el desnivel. Partiendo de las distancias medidas en pendiente, se calculan las correspondientes horizontales.

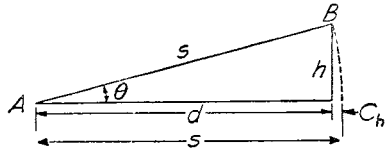


FIG. 7-8.—Corrección por pendiente (reducción al horizonte).

Cuando hay que clavar estacas cada 30 m se deben ir aplicando correcciones sucesivas, ya sea mentalmente o con la regla de cálculo. Es mucho más fácil calcular las correcciones que las mismas distancias horizontales, como veremos más adelante. A menos que la corrección pase del 1 %, es muy útil el empleo de cintas con un decímetro adicional antes del cero, sobre el cual el ayudante delantero puede determinar primero la corrección por pendiente, y con una sola operación halla después la verdadera distancia inclinada a que corresponde una distancia horizontal de 30 m. Son de uso muy generalizado las cintas con graduaciones en su extremo para la corrección por pendiente.

Cuando la pendiente es muy pronunciada, en vez de determinar el ángulo vertical mediante clinómetros se hace con teodolito.

7-15. Corrección por pendiente.—Cuando las pendientes se miden con suficiente precisión, se pueden calcular por trigonometría las correspondientes distancias horizontales. Para mediciones de precisión ordinaria y cuando la pendiente no excede del 20 %, resulta más sencillo (y suficientemente exacto) restar de la distancia medida en pendiente una corrección aproximada para tener la distancia reducida al horizonte.

En la figura 7-8, s representa la distancia real entre los puntos A y B; h es el desnivel entre estos puntos, y d es la distancia reducida al horizonte, todo ello expresado en metros. La corrección es $C_h = s - d$. En la figura se tiene, evidentemente,

$$h^2 = s^2 - d^2 = (s + d)(s - d)$$

Cuando la distancia s no es muy grande, puede ponerse $s + d = 2s$ (aproximadamente), y se tiene

$$h^2 = 2s(s - d),$$

de donde

$$C_h = s - d = \frac{h^2}{2s} \text{ (aproximadamente).} \qquad [1]$$

Para el caso normal en que $s = 100$ m, se puede calcular mentalmente el valor de C_h, y como este cálculo se hace con tanta frecuencia, es fácil recordar la fórmula a cada momento. El error que supone la aplicación de esta fórmula aproximada es despreciable para las pendientes ordinarias. En la tabla siguiente se puede ver el grado de aproximación que se obtiene con esta fórmula:

Desnivel por 100 m de distancia inclinada	Error, en metros, por aplicación de la fórmula a una distancia inclinada de 100 m
5	0,0001
10	0,001
15	0,007
20	0,02
30	0,1
40	0,3
60	2,0

Para pendientes muy pronunciadas, se consigue mayor precisión al hacer la corrección utilizando la siguiente fórmula, que incluye los dos primeros términos de una serie de potencias:

$$C_h = \frac{h^2}{2s} + \frac{h^4}{8s^3} \text{ (aprox.)} \qquad [1a]$$

Tanto cuando se mide el *ángulo* de inclinación como cuando se emplea el clinómetro puede aplicarse la fórmula [1], teniendo en cuenta que para ángulos pequeños el desnivel por 100 m es, aproximadamente, tantas veces 1,75 m como grados tiene el ángulo (tg $1° = 0{,}0175$). Por consiguiente, llamando $\theta°$ al ángulo de inclinación, como se ve en la figura 7-8, y S a la distancia real, medida sobre el terreno en pendiente, expresada en centenares de metros, se tendrá:

$$C_h = \frac{(1{,}75\ S\ \theta°)^2}{200\ S} = 0{,}015\ S\ (\theta°)^2 \qquad \text{(aprox.)} \qquad [2]$$

La distancia S se expresa en centenares de metros y no en metros para reducir el número de cifras decimales en la fórmula.

Cuando los ángulos verticales se miden con suficiente precisión, se calcula la distancia horizontal mediante fórmulas trigonométricas, pero el cálculo es más fácil determinando la corrección correspondiente.

En la figura 7-8 se tiene:

$$C_h = s - d = s - s \cos\theta = s\,(1 - \cos\theta) = s \operatorname{sen vers}\theta \qquad [3]$$

Si no se dispone de una tabla de seno-versos, se utiliza una de cosenos naturales ($1 - \cos\theta = \operatorname{sen vers}\theta$). En la mayoría de los casos se calcula la corrección con la suficiente precisión empleando la regla de cálculo. Además, se han publicado reglas y ábacos, de muy distintas clases, que dan directamente la corrección por pendiente.

Dada la distancia inclinada, se halla su reducida al horizonte *restando* de la primera la corrección correspondiente.

Cuando se quieran situar puntos a una cierta distancia horizontal (p. ej., a cada 100 m), se determina *aproximadamente* la distancia inclinada correspondiente *sumando* la corrección a la distancia horizontal (véase Fig. 7-8). Si se calcula la corrección con la fórmula [3], para una pendiente del 10 % el error debido a esta aproximación es de unos 2 mm por 100 m, y para una pendiente del 20 %, es de unos 4 cm por 100 m.

7-16. Errores en la medición con cinta.—Los errores en esta operación pueden ser debidos a los siguientes motivos:

1.° *Cinta de longitud errónea.*—Una cinta de esta clase da lugar a un error sistemático, que puede eliminarse prácticamente contrastando la cinta y aplicando la corrección así determinada. La cinta se puede comparar con otra ya contrastada o con cualquier otro patrón de longitud de que se disponga en la localidad. Si el error de la cinta es pequeño se puede compensar haciendo variar la tensión, que se lee sobre un dinamómetro.

2.° *Alineación imperfecta.*—El ayudante que marcha delante en las mediciones con cinta tiende a colocar la aguja lo mismo a un lado que a otro de la verdadera alineación, lo que produce un error sistemático variable, ya que el ángulo horizontal que forma la cinta con la alineación no es el mismo en una cintada que en la siguiente. Este error no puede eliminarse, pero se logra reducir a un valor despreciable poniendo gran cuidado en la alineación. Generalmente, este error es el menos impor-

tante de todos los inherentes a la medición con cinta. Con la fórmula [1] se puede calcular el error lineal conociendo la desviación del extremo de la cinta respecto a la alineación, lo mismo que para la corrección por pendiente. Para una cinta de 30 m, el error es de 1,5 mm cuando uno de los extremos está 30 cm fuera de la alineación respecto al otro, y solo es de 0,3 mm para un error de alineación de 15 cm. Muchos agrimensores ponen excesivo cuidado en no salirse de la alineación, sin preocuparse de otras causas de error más importantes. Los errores de alineación tienden a dar distancias mayores de las reales, es decir, que son positivos.

3.° *Cinta no horizontal o inclinación mal determinada de la cinta.*— El efecto es análogo al debido a una alineación defectuosa. Las pendientes engañan mucho, incluso a operadores avezados; la tendencia general es a bajar demasiado el extremo inferior de la cinta. Hemos visto más de una vez a principiantes que se mantenían exactamente en la alineación, pero creyendo que el terreno era horizontal, cuando realmente tenía una pendiente de un 10 %; el error era, por tanto, de 50 cm por cada 100 m, o sea de 5 m/Km. En las mediciones usuales con cinta, esta es una de las causas más frecuentes de error, que no se elimina por repetición de medidas, pero que puede hacerse despreciable nivelando la cinta mediante un nivel de mano o un clinómetro.

4.° *Cinta floja o torcida.*—Al medir con cinta en terreno cubierto de hierba o maleza, o cuando sopla viento fuerte, es imposible mantener siempre la cinta en toda su longitud en perfecta alineación con sus extremos. El error consiguiente es sistemático y variable, siendo del mismo signo (positivo) que el producido por una cinta demasiado corta. Teniendo cuidado el operador delantero de atirantar bien la cinta y de comprobar que está bien recta, el error es despreciable.

5.° *Defectos de observación.*—Los errores de plomada, lectura de la cinta y colocación de las agujas son errores accidentales, por lo cual el error probable tiende a variar como la raíz cuadrada del número de cintadas. De estos errores únicamente tiene importancia el debido a defectos de posición de la plomada; en mediciones corrientes sobre terreno accidentado, en que hay que proceder por banqueos de poca longitud, el error probable por longitud de la cinta puede ser de $\pm 1{,}5$ mm a ± 3 mm por cintada. Tomando el valor máximo, ± 3 mm, el error probable por kilómetro sería de unos 10 cm. Cuando se requiere una gran precisión en la medida, los errores inherentes al empleo de la plomada pueden ser evitados midiendo directamente sobre el terreno inclinado. El error probable debido a la colocación de las agujas y a la lectura de la cinta puede ser de ± 3 mm por cintada o ± 2 cm/Km; estos errores no pueden eliminarse, pero su efecto sobre el error total resultante es, de ordinario, muy poco importante. Se consigue mantener todos los errores accidentales razonablemente bajos poniendo gran atención y cuidado en las mediciones.

6.° *Cambios de temperatura.*—Las cintas se dilatan al aumentar la

temperatura y se contraen cuando esta baja. Es decir, que si la cinta se ha contrastado a determinada temperatura, y después se usa a una temperatura más alta, su longitud es excesiva. Para una variación de temperatura de 8° C, una cinta de acero de 30 m experimenta un cambio de longitud de unos 3 mm, dando lugar a un error de casi 10 cm/Km. Así se ve que aun tratándose de mediciones de precisión corriente, el error debido a los cambios de temperatura puede tener gran importancia cuando se opera con tiempo demasiado caluroso o extremadamente frío. Creemos oportuno citar aquí lo ocurrido en unas mediciones hechas con toda minuciosidad a unos 35° C bajo cero para marcar con señales permanentes el eje de una vía férrea, pero sin tener en cuenta la temperatura tan baja. Después, al volverse a medir el trayecto en cuestión, ya para efectos de presupuesto, etc., se encontró un error de casi 60 cm/Km. Algunas cintas llevan en uno de los extremos una escala de temperaturas, mediante la cual puede hacerse la corrección térmica sin cálculo alguno. Para la corrección de temperatura, véase más adelante la sección 7-18.

7.° *Tensión de cinta variable.*—La cinta, por ser elástica, se estira cuando se atiranta, es decir, cuando se le aplica una tensión. Si esta tensión es mayor que aquella con que se contrastó la cinta, esta resulta demasiado larga; por el contrario, si la tensión de contraste es mayor que la aplicada, la cinta resulta corta. Este error es sistemático, y su magnitud depende del método y del personal empleado en la medición; pero siempre es despreciable, salvo en el caso de necesitarse una extremada precisión. En una cinta de acero de 30 m, un cambio de tensión de 1,5 Kg ocasiona una variación en su longitud de 0,3 mm (véase sección 7-19).

8.° *Cinta combada.*—Cuando la cinta no está tendida sobre el suelo en toda su longitud, sino solo apoyada o suspendida en dos puntos, forma una comba en el centro; una cinta de acero de 30 m, de 1 Kg de peso, que se haya contrastado extendida sobre el suelo, y después se suspenda de sus extremos, da lugar a un error sistemático, que por cada 30 m es de la siguiente magnitud: para una tensión de 5 Kg, 11 cm; para 10 Kg, 3 cm, y para 15 Kg, 1 cm (véase Sec. 7-20). Puesto que la corrección varía como el cubo de la porción de cinta suspendida o colgante, se puede despreciar cuando esta parte sea de poca longitud.

Tensión normal.—Al atirantarse la cinta se compensa en parte el efecto de comba. Para una cinta de acero de 30 m, el error resultante en una tensión de 15 Kg es aproximadamente de 10 mm, o sea de unos 30 cm/Km. Tratándose de cintas menos pesadas, se puede calcular (o deducir experimentalmente) la tensión que hay que aplicarle para compensar el efecto de comba sin pasar de límites que puedan perjudicar la estructura de la cinta. A esta tensión se la suele llamar *tensión normal* (véase Sec. 7-21).

7-17. Correcciones.—En la tabla 7-2 se resumen los distintos errores de que nos hemos ocupado, con los medios que conviene adoptar para eliminarlos o, por lo menos, para reducir sus efectos. Las diversas co-

rrecciones aplicables se detallan en las cinco secciones siguientes. Es digno de atención el hecho de que una operación tan sencilla en apariencia como la medición con cinta, esté afectada por tantos y tan variados factores.

Se ve en esta tabla que en las mediciones corrientes los errores sistemáticos son mucho mayores que los accidentales; consecuencia de ello es que el error resultante o total varía proporcionalmente al número de cintadas o a la longitud medida.

Cuando se emplean todos los medios posibles para eliminar los errores sistemáticos, como en la medición de bases, los errores accidentales de observación adquieren una mayor importancia relativa; por esta razón conviene usar cintas muy largas. Para corregir o eliminar los errores debidos a la comba o al estiramiento de la cinta por tracción se determina la tensión con un dinamómetro de muelle; para hacer la corrección de temperatura se hace uso de un termómetro sobre la cinta.

Las correcciones que hay que aplicar a una distancia medida con una cinta demasiado larga siempre se *suman.* Para tomar una longitud con una cinta más larga de lo debido, la corrección de la distancia propuesta se *resta,* para tener así la longitud que hay que tomar sobre el terreno. Para cintas de longitud menor de la debida, las correcciones son de signo contrario a las anteriores.

7-18. Corrección por temperatura.—El coeficiente de dilatación térmica del acero es de 0,000012 por 1° C. Si la cinta se ha contrastado a una temperatura de T_0 grados y la medición se hace a la temperatura de T grados, la corrección C_x para la variación de longitud está dada por la fórmula

$$C_x = 0{,}000012\, L\,(T - T_0), \qquad [4]$$

donde L es la longitud medida.

Los errores debidos a cambios de temperatura quedan muy reducidos empleando cintas de metal invar. Si se emplea una cinta de acero, hay que atar a la misma uno o varios termómetros de plástico.

7-19. Corrección por tensión.—Cuando la tensión con que se atiranta la cinta es mayor o menor que la aplicada al contrastar esta última, la cinta se alarga o se acorta, respectivamente. La corrección para una cinta de acero está dada por la fórmula siguiente:

$$C_p = \frac{(P - P_0)L}{AE} \qquad [5]$$

donde C_p = corrección para la distancia L, en metros.
P = tensión aplicada, en kilogramos.
P_0 = tensión de contraste, en kilogramos.
L = longitud, en metros.
A = sección transversal, en milímetros cuadrados.
E = módulo de elasticidad del acero, en kilogramos por milímetro cuadrado.

TABLA 7-2

Errores y correcciones en las mediciones con cinta

NOTA. Al *medir* una distancia con una cinta *demasiado larga* se *suma* la corrección

Errores	Causa		Magnitud	Error de 3 mm por cinta de 30 m, debido a	Cinta demasiado	Importancia en las mediciones corrientes	Sistema de eliminación o reducción
Sistemáticos	Longitud errónea				Larga o corta	Casi siempre poca, pero debe comprobarse	Contraste de la cinta y aplicación de la corrección calculada
	Temperatura		$C_x = 0{,}000012L(T - T_0)$	1° C	Larga o corta	Solo en tiempo muy caluroso o muy frío	Observación de la temperatura y aplicación de la corrección. En trabajos de gran precisión se opera con buen tiempo o se emplea cinta invar
	Tracción o tensión (cambio de)		$C_p = \dfrac{(P - P_0)L}{AE}$	7 Kg (para cintas de 750 g)	Larga o corta	Despreciable	Aplicación de la corrección. En trabajos de precisión, empleo de dinamómetro. Empleo de la tensión normal: $P_n = \dfrac{0{,}204wL\sqrt{AE}}{\sqrt{P_n - P_0}}$
	Comba o pandeo		$C_s = \dfrac{w^2L^3}{24P^2} = \dfrac{W^2L}{24P^2}$	18 cm	Corta	Grande, especialmente con cintas pesadas	Aplicación de la corrección. Puede eliminarse midiendo en pendiente
	Pendiente		$C_h = h^2/2s$ (aprox.) $= 0{,}015S(\theta^*)^2$ (aprox.) $= s(1 - \cos\theta$ (exacto)	40 cm	Corta	—	En las bancadas, determinación del desnivel o del ángulo de inclinación; aplicación de la corrección
	Alineación defectuosa	Horizontal	Como para pendiente	40 cm	Corta	Poca	Cuidado al alinear. Mantener la cinta tirante.
		Hierba	Doble que para pedte.	20 cm	Corta	Poca	
		Viento	Como para comba	18 cm	Corta	Poca	
		Vertical	Como para pendiente	40 cm	Corta	Casi siempre grande	Mantener la cinta nivelada
Accidentales	Manipulación	Plomada	En terreno accidentado, por banqueo, de 15 a 30 mm por cada 30 m		±	Grande, pero accidental	Puede eliminarse midiendo en pendiente
		Señalamiento de los extremos de la cinta	3 mm por cinta		±	No grande	Cuidar bien la reducción al horizonte
		Error de tensión	Como para tensión: 7 Kg para cintas de 750 g.		±	No grande	
		Error de determinación de pendiente	Variable según la pendiente		±	No grande	

Como valor del módulo elástico del acero puede tomarse el de 24 000 Kg/mm², sin que haya que temer errores de consideración. La sección transversal de la cinta puede calcularse conociendo su peso y sus dimensiones, ya que el acero pesa aproximadamente unos 8 Kg/dm³.

El ejemplo siguiente da idea del efecto que sobre la longitud de la cinta tiene un cambio de tensión de 5 a 15 Kg.

EJEMPLO. Se supone que se contrastan dos cintas de acero, una más pesada que la otra, bajo una tensión de 5 Kg; $E = 24\,000$ Kg/mm². La sección recta de la cinta más pesada es de 6 mm², y la de la más ligera, de 3 mm². Se quiere determinar el alargamiento debido al aumento de tensión de 5 a 15 Kg.

Para la cinta más pesada, se tendrá:

$$C_p = \frac{(15 - 5) \times 30}{24\,000 \times 6} = 2 \text{ mm } (0{,}002 \text{ m}),$$

y para la menos pesada se tiene:

$$C_p = \frac{(15 - 5) \times 30}{24\,000 \times 3} = 4 \text{ mm } (0{,}004 \text{ m}).$$

Como se ve, únicamente operando con cintas ligeras hay que tener en cuenta el error producido por el cambio de tensión, siempre que se trate, como es natural, de levantamientos ordinarios de poca precisión.

7-20. Corrección por comba o pandeo.—Cuando la cinta se suspende por sus extremos toma forma de catenaria. La corrección que hay que aplicar es la diferencia entre el arco y la cuerda subtendida por el mismo. Para calcular esta corrección se supone que el arco es parabólico, y su valor está dado con suficiente precisión en la mayoría de los casos por la fórmula siguiente:

$$C_s = \frac{w^2 L^3}{24\,P^2} = \frac{W^2 L}{24\,P^2} \qquad [6]$$

donde C_s = corrección entre los extremos, en metros.
w = peso de la cinta, en kilogramos por metro.
W = peso total de la cinta, entre soportes, en kilogramos.
L = distancia entre soportes, en metros.
P = tensión aplicada, en kilogramos.

Como se ve, la corrección varía proporcionalmente al cubo de la parte de cinta que está al aire y en razón inversa del cuadrado de la tensión. Aunque esta fórmula se entiende que ha de aplicarse a cintas *niveladas* (los dos soportes a igual altura), puede también emplearse con cintas cuya inclinación no pase de los 10°.

A continuación damos un ejemplo de corrección de una cintada en función de la tensión, del peso de la cinta y de la distancia entre sus puntos de apoyo.

EJEMPLO. En la tabla 7-3 se consignan los resultados del cálculo para cintas de 30 m, con pesos comprendidos entre 1,5 Kg y 750 g, para tensiones de 5 a 15 Kg y para distancias entre soportes de 30 y 7,5 m, respectivamente. La corrección por pandeo o comba de la cinta de 1,5 Kg, para una tensión de 5 Kg y distancia entre soportes de 30 m, es casi 600 veces mayor que para la cinta de 750 g sometida a una tensión de 15 Kg y con una distancia entre soportes de 7,5 m. A igualdad de las demás condiciones, el efecto de la disminución de tensión de 15 a 5 Kg es un aumento de nueve veces la corrección por pandeo, y el efecto de aumentar la distancia entre soportes de 7,5 a 30 m consiste en un aumento de dieciséis veces la corrección por pandeo. Un error de 0,5 Kg en una tensión de 5 Kg representa un error del 19 % en la corrección calculada para el pandeo. Aunque en mediciones de mediana precisión este error no tiene importancia para la cinta más ligera y para distancias cortas entre los soportes, sí la tiene, y considerable, para la cinta más pesada y para mayores distancias entre los puntos de apoyo. Es evidente que en las mediciones corrientes, donde la tensión se estima a ojo, es muy raro que los operadores puedan aplicar la tensión sin un error mayor de 0,5 Kg.

Este ejemplo pone de manifiesto la gran desventaja que supone el empleo de cintas muy pesadas para mediciones horizontales sobre terreno inclinado.

7-21. Tensión normal.—Igualar los segundos miembros de las dos fórmulas [5] y [6] equivale a compensar el alargamiento debido a la tensión con el acortamiento causado por el pandeo, con lo que queda eliminado el efecto de este último. La tensión que cumple esta condición, llamada *tensión normal,* está dada por la siguiente fórmula:

$$P_n = \frac{0{,}204W\sqrt{AE}}{\sqrt{P_n - P_0}} \qquad [7]$$

Esta ecuación se resuelve por tanteo o aproximaciones sucesivas. Con la regla de cálculo ordinaria se obtienen resultados bastante aceptables, como se comprueba en el ejemplo siguiente.

EJEMPLO. Supongamos que se trata de una cinta pesada, de 1,5 Kg; la distancia entre soportes es de 30 m; $E = 24\,000$ Kg/mm^2; $A = 6$ mm^2, y $P_0 = 5$ Kg. Se trata de determinar la tensión para la cual el efecto de la comba de la cinta queda compensado con el alargamiento de la misma debido al aumento de tensión.

El numerador del segundo miembro de la fórmula es

$$0{,}204 \times 1{,}5\sqrt{6 \times 24\,000} = 116, \qquad \text{y} \qquad P_n = \frac{116}{\sqrt{P_n - 5}}$$

Se coloca el cursor de la regla en el punto 116 de la escala *D;* se corre la reglilla hasta que el valor $P_n - 5$, tomado en la escala derecha *B,* caiga bajo el cursor, estando el extremo *C* en la división P_n de la escala *D.* Con el cursor se lee 20,6 sobre la escala *B* cuando el extremo *C* está sobre la división 25,6 de la escala *D;* luego $P_n = 25{,}6$ Kg.

En la tabla 7-3 se ven los cuatro valores de tensión normal; para una cinta pesada y sobre un tramo muy largo no resulta practicable el empleo de tensión normal.

TABLA 7-3

Comparación de correcciones de cintas

Peso	Cinta muy pesada				Cinta medio pesada			
	1,5 Kg				750 g			
Distancia entre soportes, en metros ..	30		7,5		30		7,5	
Tensión, en kilogramos	5	15	5	15	5	15	5	15
C_s (corrección por comba) para 30 m, en milímetros	114,7	13,0	7,1	0,8	29,1	3,2	1,8	0,2
Cambio en C_s para 0,5 Kg de variación en P, en milímetros	21,7	0,9	1,2	0,1	5,6	0.2	0,3	0,1
Alargamiento por 30 metros debido al paso de P de 5 a 15 Kg. (Sec. 7-19), en milímetros	2,1		2,1		4,1		4,1	
Tensión normal (sección 7-21), en kilogramos	25.9		11,6		14,0		7,1	

7-22. Correcciones combinadas.—Aunque las distintas correcciones por tensión, temperatura y pandeo se suelen aplicar por separado, es más cómodo combinarlas en una sola, referida a la longitud de la cinta. Las correcciones citadas son siempre relativamente pequeñas, por lo cual el valor de cada una no queda afectado por las otras, al menos de modo sensible, y cada una puede aplicarse sobre la longitud nominal de la cinta. Así, p. ej., si la longitud contrastada de una cinta fuera de 30,05 m, la corrección de temperatura (dentro de la precisión requerida) sería la misma, tanto si se calculara en función de la longitud exacta, como en función de la longitud teórica de 30,00 m. La corrección combinada por cintada puede aplicarse siempre que todas las condiciones se mantengan constantes durante la medición, lo que no siempre ocurre, ya que la temperatura suele variar considerablemente a lo largo del día y puede ser tal el estado del terreno que haga necesario suspender la cinta en partes desiguales de su longitud total. Por otra parte, *sumar* (o restar) las pequeñas correcciones halladas para la cinta es más fácil que *multiplicar* (o dividir) por coeficientes de reducción, ya que son pocas las cifras que deben emplearse.

7-23. Precisión de las mediciones con cinta.—Sería muy de desear el disponer de un método bien definido para obtener un cierto grado de precisión, pero desgraciadamente las condiciones en que se realizan las mediciones son tan diversas, y dependen tanto de la pericia del

operador, que este ha de guiarse por su propia experiencia y por su conocimiento de los errores que se cometen. En la sección 14-16 se consignan normas para la medición con cinta, con las que se puede conseguir el grado de precisión propuesto en los levantamientos con teodolito.

La práctica usual en las mediciones de poca precisión sobre terreno accidentado consiste en medir con la cinta horizontal, empleando la plomada sobre el punto más bajo del terreno, fraccionando la cintada siempre que sea necesario, y aplicando la tensión a estima, sin hacer correcciones por pandeo, temperatura ni tensión. Las cintas pesan alrededor de 1 Kg y su longitud usual es de 30 m. En las secciones anteriores hemos visto que los mayores errores que pueden producirse obedecen: 1) a la falta de horizontalidad de la cinta; 2) a la comba o pandeo de la misma; 3) a los cambios de temperatura; 4) al empleo defectuoso de la plomada. Vamos a designar estos errores, respectivamente, con las letras e_h, e_c, e_t y e_p; de estos errores, e_h y e_c son sistemáticos y positivos, que aumentan proporcionalmente al número de operaciones que pueden acarrear errores; e_t es sistemático y puede ser positivo o negativo, y e_p, que es accidental, aumenta en razón directa de la raíz cuadrada del número de observaciones. Demos valores convencionales a estos errores, despreciando todos los que obedezcan a otras causas, y calculemos los límites del error resultante e en 300 m. De lo dicho en las secciones precedentes, podemos deducir el valor de e como sigue:

$$e_h = +12 \text{ mm}; \quad e_c = +9 \text{ mm}; \quad e_t = \pm 3 \text{ mm}; \quad e_p = \pm 15 \text{ mm}.$$

$$e = 10(+12 + 9 \pm 3) \pm 15\sqrt{10} = +13{,}2 \text{ cm a } +28{,}7 \text{ cm}.$$

Los límites correspondientes de precisión son aproximadamente 1/2300 a 1/1000. Estos límites corresponden, en la práctica, a los que ordinariamente se tienen en mediciones sobre carretera, donde el operador no se esfuerza en lograr una gran precisión. Las longitudes así medidas son casi siempre mucho mayores que las verdaderas, porque casi todos los errores sistemáticos tienden a hacer la cinta demasiado corta (véase Sec. 7-2). Por esta razón es buena costumbre la de deducir una cantidad razonable de tales medidas o compensar el exceso aplicando una tensión algo mayor que la de contraste de la cinta. Si la medición se hace en tiempo extremadamente frío y por personal no habituado a mantener la cinta tirante ni bien horizontal, la precisión puede llegar a ser menor de 1/500.

En las mediciones sobre terreno llano, los errores principales son debidos a la variación de temperatura y a la inclinación de la cinta. Cuando se extiende la cinta sobre el suelo es muy raro que quede exactamente derecha ni horizontal. Si la pendiente es suave, lo corriente es que no se note un desnivel del 2 o del 3 %. Suponiendo que el error en la colocación de las agujas sea de 2 mm por cintada, que el debido a la inclinación y falta de tirantez de la cinta sea de 6 mm y que el ocasio-

nado por la variación de temperatura sea de ± 3 mm, los límites de precisión son aproximadamente 1/3000 a 1/10 000. En general, se considera una buena medición la hecha con 1/5000 de precisión en condiciones normales, mas para lograr esta precisión conviene, en muchos casos, aplicar una corrección, siquiera sea aproximada, por temperatura. En condiciones extremas de frío o calor, un cambio de temperatura puede por sí solo introducir un error de 1/2000 o aún mayor.

En las mediciones con cinta sobre suelo pavimentado (calles, carreteras), si se procede con cuidado, el principal error es el debido a la variación de temperatura. En condiciones de mediana precisión, en que se aplica una corrección térmica aproximada, pero sin observar la temperatura, el error sistemático por este concepto puede oscilar entre el $\pm 0{,}006$ y el $\pm 0{,}01$ % de la longitud medida. Comparados con este error, los originados por la diferencia de tensión y por la falta de exactitud en la colocación de las agujas son relativamente muy pequeños. En estas condiciones no es aventurado esperar una precisión de 1/10 000 a 1/15 000. En la práctica, todos los operadores están de acuerdo en que una precisión de 1/10 000 es, en números redondos, el máximo que se puede conseguir sin el empleo de instrumentos o dispositivos especiales.

En las mediciones de gran precisión se observa la temperatura con un termómetro unido a la cinta, y la tensión se regula mediante un dinamómetro de muelle. Las cintas usuales son ligeras de peso, por lo cual el error por pandeo es casi insignificante cuando se suspenden de dos puntos a cierta altura sobre el suelo. Una vez corregidas las mediciones de los errores acumulados de pandeo, inclinación, etc., los demás son puramente accidentales, aunque a pleno sol se tiene una diferencia apreciable de temperatura entre la observada y la verdadera, aun poniendo el depósito del termómetro en contacto con la cinta. Suponiendo que la suma de todos los errores sistemáticos del mismo sentido pueda ser de 4 mm por 100 m, y que todos los errores accidentales sumen ± 7 mm por 100 m, cabe esperar una precisión al medir, p. ej., 1,5 Km, de 1/20 000 a 1/30 000. La experiencia nos dice que al medir largas distancias en las condiciones antes citadas se puede muy bien obtener una precisión de 1/30 000. A lo largo de un itinerario bien liso, como sobre una carretera o una línea férrea, donde la cinta se apoya en toda su longitud sobre el suelo, puede mantenerse esta precisión cuidando la colocación de las agujas o marcando exactamente con lápiz, yeso, etc., el final de cada cintada. Si el itinerario es ondulado o accidentado hay que hacer uso de algún dispositivo para poder suspender la cinta y mantenerla inmóvil mientras se tensa, proyectando sus extremos sobre el suelo mediante plomadas, operación que debe hacerse con el mayor esmero.

Cuando se emplean cintas de acero en mediciones de alta precisión, tal como 1/100 000 a 1/500 000 o mayor aún, se opera de noche o en días nublados para reducir todo lo posible el error de temperatura. Para trabajos de esta clase se usan cintas de 50 m o más de longitud, bien contrastadas previamente. Las posiciones sucesivas del extremo delantero

de la cinta se marcan con líneas grabadas sobre láminas de cobre o cinc fijadas en las estacas o pilares de mampostería (véase *Medición de bases* en el Cap. XVI).

Los errores debidos a las variaciones de temperatura se reducen al mínimo empleando cintas invar.

7-24. Equivocaciones o errores groseros en la medición con cinta.— Algunas de las faltas que con más frecuencia cometen los principiantes son:

1.ª Contar una cintada de más o de menos. Esto no ocurre cuando los dos portadores de la cinta cuentan las agujas o cuando se numeran las estacas, si el ayudante de atrás canta el número de la estación o de la estaca y el delantero le contesta con el número de la estaca que acaba de marcar. El fallo de sumar una cintada indebidamente puede provenir de la entrega de una aguja al ayudante delantero al hacer una cintada fraccionada, como ocurre en el banqueo. En cambio se puede contar una cintada de menos al quedarse el ayudante de atrás con una aguja en el punto de partida del itinerario.

2.ª Contar un metro o un decímetro de más. De ordinario, se comete esta falta al medir una fracción de cinta al final de la alineación; se comprueba la medición colocando el ayudante delantero el cero de la cinta en el punto extremo de aquella y leyendo el de atrás el número de metros y decímetros correspondientes a la última aguja clavada en el suelo.

3.ª Tomar como cero o como 30 otro punto distinto de la cinta. Los operadores deben tener en cuenta si estos puntos corresponden al final de las asas o si se hallan sobre la cinta misma, así como ver si hay algún decímetro subdividido adicional en alguno de los extremos de la cinta.

4.ª Lectura incorrecta de los números. Es frecuente leer «68» en vez de «89» o «6» en vez de «9». Es buena práctica la de leer el número de metros o medios metros, en las dos caras de la cinta, sobre todo cuando los números están sucios o gastados. Además, los números deben leerse siempre en su posición natural.

5.ª Cantar los números indebidamente o de modo que se interpreten erróneamente. Así, p. ej., puede leerse 20,3 y en vez de decir «veinte, tres», decir y anotar 23. No ocurre esto si se dice «veinte, coma, tres» o «dos, cero, coma, tres». Cuando se dictan los números a otra persona, esta debe repetirlos al tiempo de anotarlos. Siempre que haya un cero o una coma tiene que especificarse así por quien hace la lectura.

Muchas veces se descubren o se evitan estos errores groseros si los operadores tienen costumbre de contar los pasos o calcular a ojo las distancias. Cuando se emplea un teodolito para señalar la alineación se comprueban las distancias leyéndolas con los hilos estadimétricos sobre un jalón.

LEVANTAMIENTOS CON CINTA

7-25. Método operatorio.—Se puede levantar un plano con la cinta descomponiendo la superficie de que se trate en triángulos y midiendo los lados, desniveles y ángulos suficientes para poder calcular los demás lados y ángulos necesarios para dibujar el plano y para calcular las áreas correspondientes. En las figuras 7-16 y 7-17 pueden verse unos formularios para el levantamiento con cinta.

Cuando hay que medir ángulos es muy lento el trabajo hecho con cinta solamente, si se trata de grandes extensiones, por lo cual debe limitarse este método al caso de pequeñas superficies. Ahora bien: es muy frecuente tener que medir un ángulo o levantar una perpendicular solo con la cinta.

7-26. Medición de ángulos con la cinta.—Se pueden medir ángulos con cinta, por el método llamado de la cuerda, del modo siguiente: con el vértice A del ángulo α como centro se describe con la cinta un arco que cortará en a y b a los lados AB y AC del ángulo; se clavan agujas o estacas en los puntos a y b y se mide la distancia entre ambos; en la figura se ve que

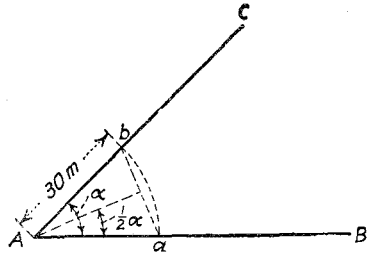


FIG. 7-9.—Medición de un ángulo con la cinta.

$$\operatorname{sen} \frac{1}{2}\alpha = \frac{ab}{60} \qquad [8]$$

De modo análogo, el trazado de ángulos o su transporte sobre el papel se hace valiéndose de la fórmula [8]. Así, p. ej., para tomar un ángulo α sobre la recta AB, con el punto A como vértice (Fig. 7-9), se trazan arcos desde A y a, que se cortarán en b. Los ángulos muy pequeños se pueden trazar mejor con cinta que con teodolito haciendo uso de la tangente o del seno del ángulo, como veremos en la sección 13-18. Los ángulos medidos con cinta se consideran, en general, como menos precisos que los medidos con teodolito.

7-27. Trazado de una perpendicular a una recta con la cinta.—Para hallar la altura de un triángulo, o para marcar en el terreno un ángulo recto, como en el caso de un solar rectangular, es necesario levantar, en campo, una perpendicular a una alineación dada. Esta operación se hace por el método tan conocido llamado del 3, 4, 5 o por el de la bisección de la cuerda. Con el primero se tarda menos tiempo, pero el segundo es más exacto. Lo mejor es emplear una escuadra de agrimensor, con la cual se pueden trazar perpendiculares con gran rapidez y precisión sin necesidad de cinta ni de teodolito.

Método del 3, 4, 5.—Para trazar a la recta AB [Fig. 7-10(*a*)] una perpendicular que pase por el punto C se toma sobre AB un punto a como

si perteneciera a la perpendicular buscada y se señala su posición con una aguja; con lados que sean iguales o equimúltiplos de los números 3, 4, 5, tales como 6, 8 y 10 m, se construye un triángulo rectángulo *abc*; para ello se clava una aguja en el punto *b*, a 8 m de *a*; se fija con una aguja el cero de la cinta en *a*, y en el punto *b* se coloca la señal que marca en la cinta los 16 m (suma de 6 y 10); uno de los operadores marcha hacia *c*, con la cinta en la mano por el punto que marca 6 m, y cuando los dos ramales de la cinta estén tirantes, clava una aguja en el punto *c* así alcanzado; el otro operador, que estaba sujetando en *b* la señal 16 de la cinta, vuelve a *a* y mira en la dirección *ac* hacia *C'* junto a *C* (en general, el punto *C* no estará en la alineación *aC'*). Se mide la distancia de *C* a *C'* y se corre el pie *a* de la perpendicular *aC'* sobre

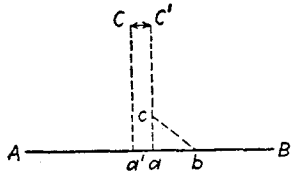


FIG. 7-10(*a*).—Trazado de una perpendicular por el método del 3, 4, 5.

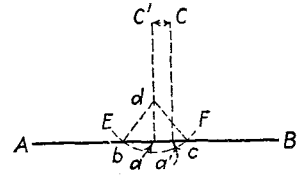


FIG. 7-10(*b*).—Trazado de una perpendicular por el método de bisección de la cuerda.

la recta *AB* en una cantidad igual a la distancia *CC'*, con lo que queda determinada la perpendicular *Ca'*. Si la perpendicular de tanteo *aC'* cae a distancia relativamente grande del punto *C* (más de 1 m), se repite la operación partiendo del punto *a'* para asegurar la exactitud de su posición.

Si la cinta es, p. ej., de 30 m, se pueden también fijar sus extremos en los puntos *a* y *b* (distantes entre sí 8 m); un operador junta en una mano las marcas de los 6 m y de los 20 m y marcha hacia *c*, procediendo en todo lo demás como se acaba de decir.

Cuando las condiciones del suelo lo permiten, el punto *c* se determina trazando arcos sobre el terreno, con radio $ac = 6$ m y $bc = 10$ m, empleando para ello una de las agujas; el punto de intersección de los arcos es el punto *c*. Con este procedimiento se evita el tener que fijar la cinta en los puntos *a* y *b*, y no hay que hacer lazo alguno, como ocurre en la segunda modalidad del método primeramente descrito.

Un buen medio para fijar aproximadamente la dirección de la perpendicular consiste en ponerse de pie en un punto de la recta *AB*, con los brazos extendidos horizontalmente en la dirección de esta alineación; cerrando los ojos, se llevan los brazos hacia adelante y se juntan las palmas de las manos; mirando hacia las manos se tiene la perpendicular a *AB*.

Método de la bisección de la cuerda.—Para trazar una perpendicular a la recta *AB* que pase por el punto *C* [véase Fig. 7-10(*b*)] se toma un

punto *d* sobre la perpendicular, dirigida a ojo, a una distancia de *AB* algo menor que la longitud de una cinta. Con *d* como centro, y con la cinta entera como radio, mientras un operador sujeta un extremo en *d*, el otro traza un arco de círculo que corta a la línea *AB* en los puntos *b* y *c*, donde clava sendas agujas; se toma el punto medio *a* de la distancia *bc*; se prolonga la alineación *ad* hasta *C'*, frente a *C*, y se corre el punto *a*, si es necesario, hasta *a'*, como se ha dicho en el método de 3, 4, 5.

7-28. Líneas irregulares.—Cuando hay que levantar una línea quebrada o curva, como las orillas de un río o los bordes de un camino tortuoso, el procedimiento más empleado es el de medir las distancias de tal línea a una recta lo más próxima posible a aquella; a estas distancias se las suele designar con el nombre de *ordenadas*. En los tramos rectos de la línea de que se trate se toman las ordenadas de sus extremos solamente. Cuando la línea presenta muchos codos y cambios de dirección, se toman ordenadas con muy cortos intervalos, que generalmente serán desiguales. No obstante, para facilitar el cálculo de áreas (véanse Secs. 19-9 a 19-13), se procura, siempre que sea posible, tomar las ordenadas equidistantes entre sí.

Si la distancia de la línea irregular a la recta de referencia, llamada *alineación fundamental* o *base* no pasa de unos 15 m, y su forma no es

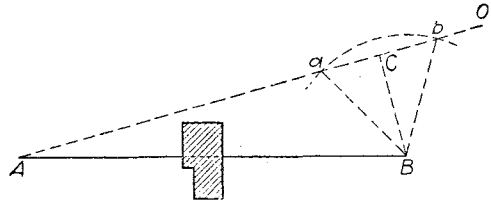


FIG. 7-11.—Método de la ordenada sobre base inclinada.

muy irregular, basta casi siempre con trazar las perpendiculares a ojo. Para trabajos más precisos se trazan las ordenadas con cinta (véase Sec. 7-27), con teodolito, con brújula o con la escuadra de prisma.

En la figura 7-17 se tiene un formulario especial para el levantamiento con cinta de una línea irregular por el método de las ordenadas.

7-29. Alineaciones con interposición de obstáculos.—Sucede con frecuencia que hay que medir distancias entre dos puntos, pero sin posibilidad de emplear la cinta. Si los puntos son visibles entre sí, se puede determinar la distancia por el método de ordenadas sobre base inclinada, el de alineaciones paralelas o el de triángulos semejantes. Si los puntos no se ven entre sí, no es posible emplear el método de paralelas.

Ordenada sobre base inclinada.—Para hallar la distancia *AB* (véase Fig. 7-11) por este método un operador sujeta un extremo de la cinta en el punto final *B* de la alineación *AB*, y describe, con centro en *B*, un arco con radio 30 m (si la cinta es de 30 m). El otro operador se sitúa en *A*,

alinea el extremo de la cinta con algún objeto distante O y dirige la colocación de agujas en los puntos a y b en que el arco corta a la línea AO. Se toma el punto medio C de la distancia ab, que caerá en la perpendicular de B a AO. Se clava una aguja en C y se miden las distancias BC y CA para poder calcular la longitud de AB.

Líneas paralelas.—Cuando las ordenadas necesarias son *cortas* se trazan las perpendiculares $AA' = BB'$, por alguno de los métodos des-

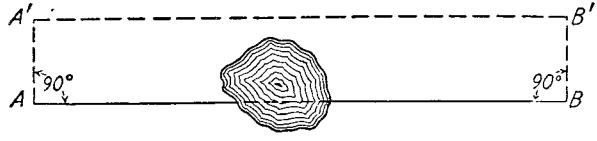


FIG. 7-12.—Método de las líneas paralelas.

critos en la sección 7-27, para salvar el obstáculo (Fig. 7-12). Se mide la distancia $A'B'$, que es igual a la propuesta AB.

Cuando para salvar el obstáculo hubiera que trazar ordenadas muy *largas*, no es aplicable este último método por la falta de exactitud de los ángulos rectos levantados con cinta. En estos casos se toma un punto C, bien separado del obstáculo (Fig. 7-13), de modo que el valor del ángulo α sea, a ojo, menor de 45°. Se determina la longitud de la cuerda de α para un radio de 30 m. Se miden AC y CD; CD es aproximadamente perpendicular a AB; se mide CE, siendo E un punto elegido

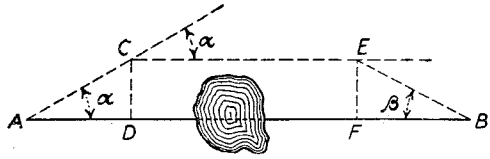


FIG. 7-13.—Método del trapecio.

convenientemente, de modo que el ángulo β sea menor de 45°. Se miden EB y EF (EF es aproximadamente perpendicular a AB) y se deduce el ángulo β por la longitud de la cuerda del arco trazado con radio de 30 m; resolviendo los triángulos rectángulos ADC y BFE, se tienen los valores de AD y FB; la distancia buscada será: $AB = AD + CE + FB$.

La mayor precisión de este método (llamado del trapecio) en comparación con el anterior se debe a que los ángulos utilizados son más pequeños y a que las distancias AD y BF se *calculan* y no se miden. La razón para calcular estas distancias estriba en que una desviación de DC respecto a la perpendicular exacta supone muy poca diferencia en longitud comparada con el cambio correspondiente en la longitud de AD. Supongamos, p. ej,, que en la figura 7-13 el ángulo α valga 45°, que las longitudes reales de AD y CD sean de 60 m cada una y que el punto D,

supuesto en la perpendicular trazada desde *C* a *AB*, esté afectado por un error de 3 m. Si se calcula *AD* en función de *AC* y de *CD*, su error será aproximadamente de 10 cm, mientras que si se *mide* su error será de unos 3 m.

Triángulos semejantes.—Supongamos que *C* es un punto desde el cual se ven *A* y *B* (Fig. 7-14). Se miden *AC* y *BC*, y a partir de *C* se toman *CD* y *CE*, de modo que haya la misma relación entre *CD* y *CA*

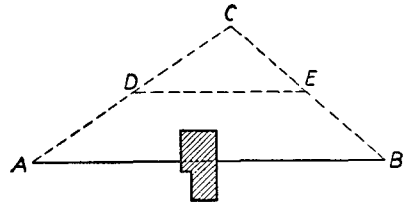


FIG. 7-14.—Método de los triángulos semejantes.

que entre *CE* y *CB*, es decir, que $CD/CA = CE/CB$. Es conveniente que esta relación sea simple, p. ej., 1/2 ó 1/3. Los triángulos *ACB* y *DCE* son evidentemente semejantes, por lo cual midiendo *DE* se puede calcular sin la menor dificultad la distancia buscada *AB*.

PROBLEMAS NUMERICOS

7-1. La longitud de una alineación, medida con una cinta de 50 m, es de 675,35 m. Al comparar la cinta con el patrón se encuentra que su longitud es excesiva en 9 mm. Calcúlese la longitud de la alineación.

7-2. Hay que replantear un solar de 24 m × 48 m con una cinta de 20 m que es 5 mm más larga de lo debido. ¿Qué medidas hay que tomar sobre el terreno?

7-3. Se sabe que la distancia entre dos puntos es de 30,02 m. Midiéndola con cinta se tiene una distancia de 30,01 m. ¿Cuál es la longitud real de la cinta?

7-4. Una alineación, medida en pendiente, tiene 240 m de longitud; los desniveles entre los sucesivos puntos, distantes entre sí 30 m, son 30 cm, 45 cm, 75 cm, 1,14 m, 1,38 m, 1,50 m y 1,68 m. Hállese la distancia horizontal correspondiente.

7-5. Se mide una alineación inclinada y se obtienen 373,95 m de longitud. Los ángulos de inclinación se miden con un clisímetro, siendo sus valores los que se dan a continuación. Determínese la distancia horizontal por método aproximado y exactamente.

Tramos medidos con cinta. . . .	0	90	240	300	373 m
Angulos de pendiente	0,5°	1,25°	2,5°	4°	

7-6. Dos puntos situados en una pendiente distan entre sí unos 30 m, medidos sobre el terreno, y el desnivel entre ambos es de 3,6 m. ¿Qué distancia

hay que tomar en el terreno para que la distancia reducida al horizonte sea de 30 m? Calcúlese por el método exacto y por el aproximado.

7-7. Calcúlese el efecto de pandeo por cinta en las dos cintas del ejemplo propuesto en la sección 7-20, empleando tensiones de 10 Kg y 20 Kg, y siendo las distancias entre los puntos de apoyo de 7,5 y 30 m, respectivamente.

7-8. Una cinta de 30 m que pesa 1 Kg se ha contrastado con una tensión de 6 Kg apoyada por sus dos extremos. Se mide una alineación sobre terreno liso y llano con la cinta a tensión de 17,5 Kg y el resultado es 1459,05 m de longitud. $E = 2\,400\,000$ Kg/cm^2; 125 cm^3 de acero pesan 1 Kg. Calcúlese la corrección por el aumento de tensión.

7-9. Se mide otra alineación con la cinta del problema anterior, pero con sus puntos de apoyo distantes 15 m entre sí y con una tensión aplicada de 10 Kg. La medición arroja la cantidad de 547,08 m. Calcúlense las correcciones por pandeo y por variación de tensión y hállese la verdadera longitud de la alineación.

7-10. Calcúlese la tensión normal para la cinta del problema 7-8 estando suspendida por sus extremos.

7-11. Se hacen dos mediciones distintas de una alineación de 3000 m de longitud en terreno inclinado y por banqueo. La cinta tiene 30 m de longitud y pesa 1,5 Kg. Una medición se hace con la cinta apoyada por sus extremos, y otra, suspendiendo la cinta por sus extremos y por su punto medio (15 m). La diferencia entre las dos mediciones es de 4,11 m. De varias pruebas hechas con el dinamómetro resulta que la tensión media ejercida sobre la cinta por los operadores es de 10 Kg. ¿Qué parte de la diferencia observada puede atribuirse a la distinta manera de suspender la cinta?

7-12. Para marcar señales en una población se mide directamente con cinta una calle pavimentada que tiene una pendiente del 2,5 %. La tensión aplicada es de 6 Kg y a cada cintada se observa la temperatura. La longitud medida en pendiente es de 396,192 m, y la media de las temperaturas leídas es de 30,8° C. La cinta de 30 m empleada ha sido contrastada a 21° C, apoyada sobre el suelo en toda su longitud, resultando ser 1,2 mm más corta bajo una tensión de 6 Kg. Hállese la longitud de la alineación reducida al horizonte.

7-13. Sobre un terreno accidentado se mide una alineación, por tramos de cinta horizontales, obteniéndose así una longitud de 735 m. Hubo que emplear la plomada a cada 15 m. Si el error probable al proyectar el extremo de la cinta sobre el suelo por medio de la plomada es de ± 9 mm en la dirección de la alineación, calcúlese el error probable debido a la plomada.

7-14. Si en el problema anterior la inclinación de la cinta al hacer las mediciones es del 2 %, determínese el error que por esta causa se comete en la longitud de la alineación.

7-15. Se mide un trozo de línea férrea de unos 2 Km de longitud con una cinta de acero y se aplica la corrección de temperatura. Calcúlese el error que se comete si la temperatura real de la cinta es 1° C más alta que la dada por el termómetro. Póngase el error en forma fraccionaria con la unidad como numerador.

7-16. Suponiendo que en el ejemplo anterior se haya empleado una cinta invar, cuyo coeficiente de dilatación por el calor es de 0,0000025 por 1° C, calcúlese el error cometido en la medición.

7-17. En una alineación *AB* hay un corte que hace imposible la medición

directa con cinta. Se toma un punto C fuera de la alineación, a 6 m de la misma y aproximadamente equidistante de A y B. Se miden con cinta las distancias AC y CB, que son: $AC = 386{,}16$ m y $CB = 405{,}9$ m. Por un método aproximado, calcúlese la longitud de AB.

7-18. Se quiere medir una distancia de unos 10 Km con un error máximo tolerable de 1/10 000. El suelo es ondulado (pendiente media, el 5 %) y con arbolado, de tal modo que casi la mitad de la distancia tiene que ser medida con la cinta horizontal, sin tocar el suelo. Háganse otros supuestos necesarios y descríbanse por escrito los detalles de esta operación (análogamente a lo que se dice en la Sec. 14-16).

PROBLEMAS DE CAMPO

PROBLEMA 1. MEDICIÓN A PASOS

Objeto. Determinación de la longitud de un paso normal, posibilidad de mantener un paso de 75 y 90 cm y medición a pasos de una distancia desconocida.

Procedimiento. 1) Se recorre diez veces, andando como de costumbre, un trayecto de longitud conocida y se cuenta cada vez el número de pasos, que se anota en la libreta de campo. Calcúlese la longitud media del paso y el promedio de pasos en 30 m. 2) Con una cinta se toma en el terreno una longitud de 30 m y se pone una señal de metro en metro. Se recorre a pie varias veces el tramo indicado para deducir la longitud del paso y se calcula la distancia del modo ya sabido. 3) Hágase la misma operación con un paso de 75 cm. 4) Recórrase varias veces una alineación de longitud desconocida al paso natural con pasos de 75 cm y con pasos de 90 cm. Después de comparar las longitudes así halladas, determínese la verdadera distancia con una cinta métrica. Anótese el error.

Advertencias y precauciones. 1) Al andar al paso natural, procúrese no caer en la tendencia general a alargar el paso. 2) Cuéntense los pasos con todo cuidado, apreciando hasta la décima de paso al terminar la medición. 3) Despréciense las observaciones que varíen de la media más del 3 %. 4) No se olvide que los datos de campo constituyen un registro permanente y deben mostrar con toda claridad todo el trabajo hecho en el campo. Hágase de antemano el proyecto de la medición con el orden y clase de notas que se deben consignar. Cuando se anula una observación se tacha con un trazo de lápiz, pero no se enmienda ni se borra.

PROBLEMA 2. MEDICIÓN CON GINTA SOBRE TERRENO HORIZONTAL

Objeto. Medición con cinta de 30 m de una distancia de unos 350 m sobre terreno aproximadamente horizontal, comprobando el resultado por repetición de la medida en sentido opuesto al primero.

Procedimiento. Se clava una aguja en cada extremo de la cinta y se coloca un jalón a unos 30 cm por detrás de la aguja más distante. Se sigue el método descrito en la sección 7-12. La distancia debe leerse directamente en decímetros y apreciando a ojo los centímetros. Se anotan los dos resultados y se calcula el grado de discrepancia. Las mediciones deben confrontarse y coincidir

con un margen de 1/5000. Como comprobación *grosso modo* se mide la distancia a pasos.

Advertencias y precauciones. 1) El operador de atrás no debe llevar la cinta al pasar de un punto a otro; de hacerlo así, si anda muy despacio obliga al operador delantero a retrasarse, y si anda muy ligero, se puede enredar la cinta. 2) Hay que poner gran cuidado en no empujar con la cinta las agujas, para que estas no puedan cambiar de posición. 3) Procúrese por todos los medios no estropear la cinta, que siempre debe estar tirante mientras dure la medición. 4) Para no cometer errores groseros debe comprobarse cada medición al acabar de hacerla.

PROBLEMA 3. MEDICIÓN SOBRE TERRENO DESIGUAL

Objeto. Contrástese una cinta de acero de 30 m. Determínese por dos métodos la distancia horizontal de cierto trayecto, que tiene unos 250 m de longitud, sobre terreno desigual, y corríjase el resultado del error en longitud de la cinta hallado en el contraste.

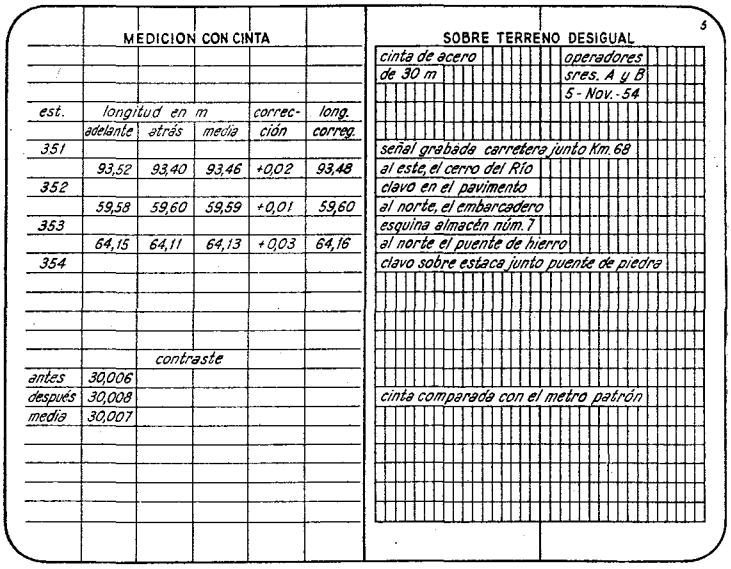


FIG. 7-15.—Registro de campo para medición con cinta sobre terreno desigual (por banqueo).

Procedimiento. 1) Contrástese la cinta antes y después del trabajo de campo por comparación con el patrón oficial de longitud. Manténgase la tensión debida por medio de un dinamómetro. Determínese el error con una regla de precisión. 2) Mídase la distancia con cintadas horizontales, del modo descrito en la sección 7-13, manteniendo una tensión aproximadamente igual a la aplicada en el contraste. Para mediciones en que la pendiente es mayor

del 5 al 6 %, procédase por banqueo con tramos de cinta. 3) Corríjase el resultado del error de longitud de la cinta, sumándole o restándole el error observado multiplicado por el número de cintadas. Anótense todos los datos de campo en un registro semejante al que representa la figura 7-15. 4) Mídase el trayecto propuesto sobre el terreno inclinado, anotando el desnivel (en decímetros enteros) de cada cintada de 30 m, por medio de un nivel portátil. Si entre dos puntos distantes entre sí 30 m hay cambios bruscos de pendiente, se procede con estos tramos intermedios como con los de 30 m completos. Corríjanse los resultados del error en longitud de la cinta y redúzcanse las distancias al horizonte. 5) Compárense los resultados obtenidos con los dos métodos de medición.

Advertencias y precauciones. 1) Al medir con la cinta horizontal evítese la tendencia general a bajar demasiado el extremo de la cinta correspondiente a la parte de abajo de la pendiente: *a*) comparando la cinta con alguna línea de nivel natural; *b*) poniendo los dos extremos en línea con el horizonte, o *c*) midiendo a ojo el ángulo que forma la cinta con la plomada. 2) Generalmente resulta más exacto medir cuesta abajo, porque de este modo se puede sujetar bien sobre el suelo el extremo trasero de la cinta.

PROBLEMA 4. LEVANTAMIENTO CON CINTA

Objeto. Recójanse datos suficientes para calcular el área de un terreno limitado por líneas rectas mediante la resolución de triángulos, dados dos lados y el ángulo comprendido, dados sus tres lados y dado un lado, la altura correspondiente al mismo y los segmentos en que este queda dividido por aquella.

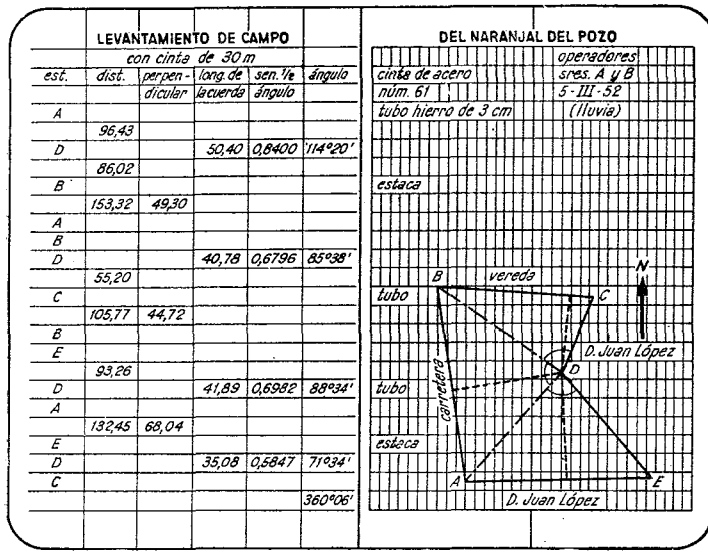


FIG. 7-16.—Registro de campo para levantamiento con cinta.

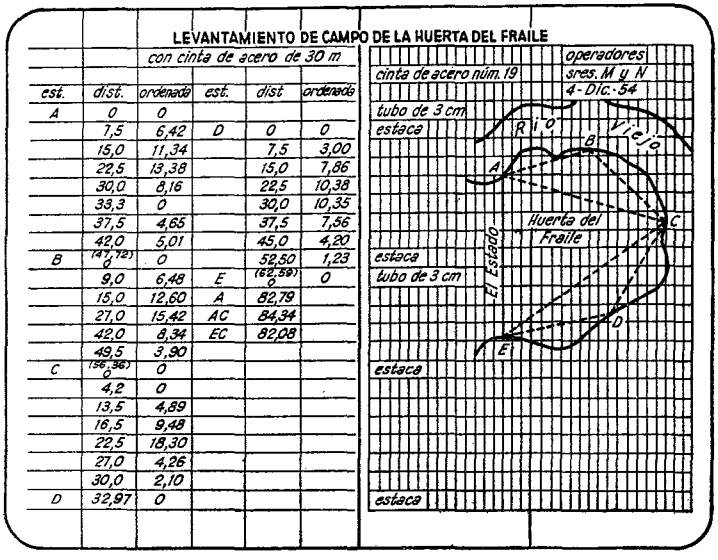
Procedimiento. 1) Se divide el terreno en triángulos, evitando en lo posible que resulten ángulos muy agudos, es decir, procurando que los triángulos sean aproximadamente equiláteros si la forma del terreno así lo permite. 2) Se miden los lados, la altura y un ángulo de cada triángulo por los métodos descritos en las secciones 7-26 y 7-27. 3) Los datos se registran en un formulario análogo al representado en la figura 7-16.

Advertencias y precauciones. 1) Si se mide una altura y los dos segmentos que determina sobre la base correspondiente, se tienen bastantes datos para el cálculo de los ángulos por medio de sus tangentes. Pero el método de la cuerda para la medición de ángulos es más preciso, debiéndose emplear el de la tangente solo como comprobación. 2) Hay que poner gran cuidado en la alineación de puntos, y las intersecciones deben determinarse con toda la exactitud que permita la vista del observador.

PROBLEMA 5. LEVANTAMIENTO DE TERRENOS LIMITADOS POR LÍNEAS IRREGULARES

Objeto. Recójanse datos suficientes para calcular el área y para dibujar el plano del terreno de que se trate.

Procedimiento. 1) Se divide el terreno en tantos triángulos como su forma



est.	dist.	ordenada	est.	dist	ordenada
A	0	0			
	7,5	6,42	D	0	0
	15,0	11,34		7,5	3,00
	22,5	13,38		15,0	7,86
	30,0	8,16		22,5	10,38
	33,3	0		30,0	10,35
	37,5	4,65		37,5	7,56
	42,0	5,01		45,0	4,20
B	(41,72) 0	0		52,50	1,23
	9,0	6,48	E	(62,59) 0	0
	15,0	12,60	A	82,79	
	27,0	15,42	AC	84,34	
	42,0	8,34	EC	82,08	
	49,5	3,90			
C	(56,36) 0	0			
	4,2	0			
	13,5	4,89			
	16,5	9,48			
	22,5	18,30			
	27,0	4,26			
	30,0	2,10			
D	32,97	0			

FIG. 7-17.—Registro de campo para levantamiento por ordenadas.

y dimensiones lo permitan, según se ha dicho en el problema anterior, con vistas a simplificar el trabajo de campo. Los triángulos se deben tomar de modo que no haya que medir ordenadas demasiado largas. 2) Se anotan los datos necesarios para el cálculo de los triángulos por alguno de los métodos antes indicados. 3) Sobre los lados de los triángulos más próximos a los

límites del terreno se toman ordenadas a intervalos tales que puedan representarse con suficiente precisión todos los puntos de dichos límites. 4) Los datos se registran en un formulario como el de la figura 7-17.

Advertencias y precauciones. 1) Para tomar pronto y bien las ordenadas, antes de proceder a su medición, se clavan varias agujas con la separación deseada a lo largo del lado del triángulo. 2) En todos los puntos en que haya un cambio brusco de dirección hay que tomar la ordenada correspondiente. 3) No hay que medir las ordenadas con precisión innecesaria; p. ej., si los lados de los triángulos se miden con 5 mm de precisión, las ordenadas no deben medirse con más de 5 cm de aproximación. 4) No deben anotarse ordenadas que estén a la izquierda de la alineación como si estuvieran a la derecha, ni al contrario.

PROBLEMA 6. MEDIR UNA DISTANCIA CON UN OBSTÁCULO INTERPUESTO

Objeto. Medir la distancia entre dos puntos cuando existe un obstáculo entre ambos.

Procedimiento. 1) Suponiendo que en un trayecto de unos 250 m de longitud hubiese algún obstáculo que imposibilitara la medición directa y que no permitiese que desde un extremo se viera el otro, mídase tal distancia por el método de la ordenada sobre base inclinada. 2) Determínese esta misma distancia por el método de los triángulos semejantes. 3) Supóngase que los puntos se ven entre sí, pero que no se pueden medir directamente con cinta, y determínese la distancia por el método de las paralelas, tomadas a distancia de 6 m y de 30 m de la alineación. 4) Como comprobación, mídase la distancia directamente. Compárense los resultados.

REFERENCIAS

1. HARRISON, A. E.: «Electronic Surveying: Electronic Distance Measurements», *J. Surveying Mapping Div., Am. Soc. Civil Engr.*, vol. 89, número SU3, págs. 97-116, octubre de 1963.
2. KONECNY, Gottfried: «Control Surveys by Geodimeter and Tellurometer in Canada», comunicación presentada en la 43.ª reunión anual del Highway Research Board, enero de 1964.
3. LAURILA, Simo H., «Electronic Surveying; Accuracy of Tellurometer over Short Distances», *J. Surveying Mapping Div., Am. Soc. Civil Engr.*, vol. 89, número SU3, págs. 77-95, octubre de 1963.
4. NATIONAL BUREAU OF STANDARDS: «Calibration of Line Standards of Length and Measuring Tapes at the National Bureau of Standards», *Circ.* 572, Government Printing Office, Washington, D. C., 1956.
5. RADMANOVICH, D.: «Evaluation of the Model 4 Geodimeter», comunicación presentada en la 43.ª reunión anual del Highway Research Board, enero de 1964.

CAPITULO VIII

NIVELACION
METODOS E INSTRUMENTOS

METODOS

8-1. Definiciones.—Se llama *altura* o *elevación* de un punto sobre la superficie de la Tierra a su distancia vertical respecto a un plano arbitrariamente tomado como *superficie de nivel,* o respecto a una superficie curva (real o imaginaria) elegida como *superficie de referencia.* Toda línea perteneciente a una superficie de nivel es una *línea de nivel.*

El *desnivel* o diferencia de altura entre dos puntos es la distancia vertical entre las dos superficies de nivel que pasan por los mismos. *Nivelar* es la operación de medir distancias verticales, ya sea directa o indirectamente, con objeto de hallar desniveles.

Se llama *línea horizontal* a toda recta tangente a una superficie de nivel.

Angulo vertical es el formado por dos rectas que se cortan, situadas en un mismo plano vertical. En topografía se supone siempre que una de estas rectas es horizontal.

La superficie de referencia generalmente adoptada es la del nivel medio del mar. Cuando se trata solo de determinar la altura relativa de los puntos entre sí, no importa que la superficie de referencia sea arbitraria; p. ej., cabe asignar una altura arbitraria de 100 m al primer punto del levantamiento, y calcular las demás alturas con relación a esta referencia. Para evitar valores negativos, o bien se toma el nivel de referencia por debajo del punto de mínima altura, o bien se asigna un valor positivo a este último.

8-2. Curvatura y refracción.—En la nivelación hay que tener en cuenta: 1) el efecto de la curvatura de la Tierra; 2) el efecto de la refracción atmosférica sobre las visuales. Ordinariamente se estudian estos dos efectos a la vez.

En la figura 8-1 se tiene una recta horizontal tangente a una línea de nivel próxima a la superficie terrestre. La distancia vertical entre la recta horizontal y la línea de nivel es una medida de la curvatura de la Tierra, y varía aproximadamente en razón directa del cuadrado de la distancia al punto de tangencia.

Debido a la refracción atmosférica, un rayo luminoso que parta del punto de tangencia en dirección horizontal se va inclinando hacia abajo, de tal modo que a cierta distancia del foco queda por debajo de la horizontal, y al contrario, un rayo procedente de un foco luminoso situado

a cierta distancia por debajo de aquella línea horizontal toma esta dirección al llegar a dicho punto de tangencia. A este fenómeno se debe el que mirando desde el punto A un objeto realmente situado en B, se vea como si estuviera en C; la verdadera visual es la curva AB cóncava hacia abajo. El valor de la refracción es variable, pero es pequeño comparado con la curvatura terrestre, por lo cual en los trabajos corrientes se supone constante.

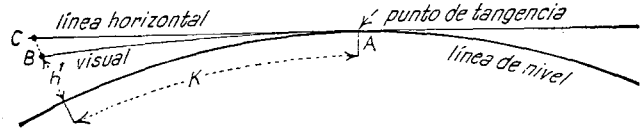


FIG. 8-1.—Curvatura terrestre y refracción atmosférica.

El efecto combinado de la curvatura terrestre y de la refracción atmosférica está dado por la siguiente fórmula:

$$h' = 0{,}068K^2 \text{ (aproximadamente)} \qquad [1]$$

donde h' = error o efecto combinado de la curvatura terrestre y la refracción atmosférica, en metros;
K = distancia desde el punto de tangencia al observador, en kilómetros.

El efecto de la curvatura terrestre es $0{,}078K^2$ y el de la refracción, de $0{,}010K^2$, pero de sentido contrario al primero.

8-3. Métodos.—Los desniveles se pueden medir de los modos siguientes:

1.° *Nivelación directa, geométrica o por alturas,* que consiste en medir directamente distancias verticales (alturas). Este es el método más preciso y el más empleado para la determinación de alturas (véase Sec. 8-4).

2.° *Nivelación indirecta, trigonométrica o por pendientes,* fundada en la medición de ángulos verticales y distancias horizontales (véase Sec. 8-5).

3.° *Nivelación barométrica,* en la que se mide la diferencia de presión en varias estaciones mediante observaciones barométricas (véase Sec. 8-6).

Nivelación compuesta (véase Cap. IX) es la operación que se hace para determinar el desnivel entre dos puntos distantes entre sí o para dar cota a determinados puntos. Ordinariamente, estos itinerarios se llevan a cabo por nivelación directa. La *nivelación de precisión* es una nivelación compuesta en la que se utilizan instrumentos y métodos adecuados a la precisión requerida.

La *nivelación de perfiles longitudinales* (véase Cap. X) consiste en determinar alturas de puntos, usualmente por el método geométrico, haciendo estaciones a poca distancia entre sí a lo largo de un itinerario

fijado de antemano y claramente representado en el terreno, tal como el eje de una vía férrea o de un canal.

También se emplea la nivelación directa para hallar desniveles en los perfiles transversales, en las laderas y en perímetros de parcelas.

Hace relativamente poco tiempo se ha puesto en uso un «nivelador automático», que consiste en un dispositivo mecánico montado en un vehículo y que va integrando la componente vertical de todo movimiento longitudinal. La precisión de este método es de unos 30 cm $\sqrt{\text{kilómetros}}$, y con su empleo pueden nivelarse hasta 50 Km por hora.

8-4. Generalidades.—En la figura 8-2, el punto A es de cota conocida, y se quiere hallar la cota del punto B. En el método geométrico o de alturas se estaciona el nivel en cualquier punto intermedio, tal como el N, y se miden las distancias verticales AC y BD por lectura sobre miras colocadas en A y B (o sobre una misma mira, primero dis-

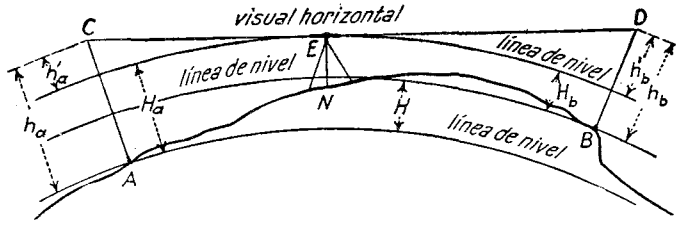


FIG. 8-2.—Nivelación geométrica o por alturas (directa). (Debido a la refracción, la visual aparece ligeramente curvada.)

puesta en A y después en B), manteniendo siempre horizontal la visual del nivel, que a causa de la refracción es ligeramente curva, como se dijo en la sección 8-2.

Llamando H_a a la diferencia de altura entre los puntos A y E, y H_b a la que hay entre E y B, se tiene:

$$H_a = h_a - h_a' \quad \text{y} \quad H_b = h_b - h_b'$$

donde h_a y h_b son, respectivamente, las alturas de A y B, y h_a' y h_b', los errores de curvatura terrestre y de refracción atmosférica para las distancias NA y NB.

El desnivel H entre A y B es, por tanto,

$$H = H_a - H_b = (h_a - h'_a) - (h_b - h'_b) = h_a - h_b - h'_a + h'_b \quad [2]$$

Si la visual de espalda (NA) tiene igual longitud que la de frente (NB), entonces $h_a' = h_b'$ y

$$H = h_a - h_b \quad [3]$$

Es decir, que con visuales iguales atrás y adelante el desnivel entre dos puntos es igual a la diferencia entre las lecturas de mira de los

mismos, sin que sea necesario aplicar corrección alguna por curvatura ni refracción. En la nivelación directa se procede usualmente de modo que resulten despreciables los errores de curvatura y refracción (véase acerca de esto Sec. 9-5).

En la nivelación directa, el método operativo es como sigue: Sean A y D dos puntos algo distantes entre sí, cuya diferencia de alturas se desea hallar. Con el nivel convenientemente estacionado (no es necesario que se disponga en la alineación AD) se hace una lectura hacia atrás sobre el punto A, y otra hacia adelante sobre otro punto adecuado, B. Se traslada entonces el nivel hacia adelante y se efectúa una lectura hacia atrás sobre el punto B y otra hacia adelante sobre otro punto accesible C; se repiten las operaciones hasta llegar al punto final D.

8-5. Nivelación trigonométrica.—En la figura 8-3 el punto A se supone con cota conocida y se quiere hallar la del punto B. Aplicando el método de nivelación trigonométrica o por pendientes, se mide el

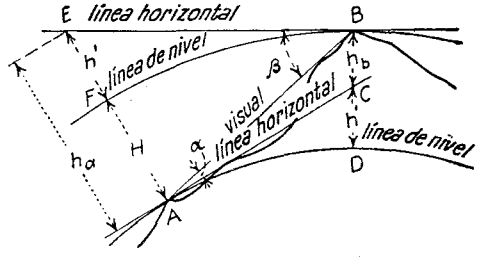


FIG. 8-3.—Nivelación trigonométrica (indirecta). (Debido a la refracción, la visual es algo curva.)

ángulo vertical α en A, así como la distancia AD. Dentro de los límites de extensión en que siempre se opera, en la práctica se admite que $AD = AC$, y que el ángulo $BCA = 90°$; en consecuencia,

$$h_b = AC \text{ tg } \alpha$$

La corrección h' por curvatura y refracción será, según la fórmula [1],

$$h' = 0{,}068K^2 = 0{,}068\left(\frac{AC}{1000}\right)^2$$

donde la distancia AC está expresada en metros.

El desnivel H será, por consiguiente,

$$H = h_b + h' = AC \text{ tg } \alpha + 0{,}068\left(\frac{AC}{1000}\right)^2 \qquad [4]$$

Si se mide el ángulo vertical β en B, se tendrá por la misma razón $h_a = EB$ tg β. Para las distancias horizontales que se miden en los le-

vantamientos usuales, EB puede considerarse igual a AC; por tanto,

$$h_a = AC \text{ tg } \beta \qquad [5]$$

y el desnivel será:

$$H = h_a - h' = AC \text{ tg } \beta - 0{,}068\left(\frac{AC}{1000}\right) \qquad [6]$$

En las fórmulas [4] y [6] se ve que cuando el ángulo vertical es positivo (de elevación) se suma la corrección por curvatura y refracción, y cuando es negativo (de depresión), esta corrección se resta.

Sumando las igualdades [4] y [6] se tiene:

$$2H = (h_a - h') + (h_b + h') = h_a + h_b$$

de donde

$$H = \frac{h_a + h_b}{2} = \frac{AC}{2}(\text{tg } \alpha + \text{tg } \beta) \qquad [7]$$

De aquí se deduce la siguiente regla: *El desnivel entre dos puntos dados es igual a un medio de la distancia horizontal entre ambos multiplicado por la suma de las tangentes de los ángulos verticales, uno de elevación y el otro de depresión, medidos en tales puntos.* De este modo queda eliminado el efecto de la curvatura terrestre y de la refracción atmosférica, por lo cual este es el método que se sigue en las nivelaciones trigonométricas de precisión.

Aplicaciones.—En los levantamientos corrientes se determinan con facilidad y rapidez las cotas de los puntos en terrenos ondulados o accidentados. En los reconocimientos o proyectos se pueden medir los ángulos con un clisímetro o eclímetro, y las distancias, a pasos. En los levantamientos más precisos, los ángulos se miden con el teodolito, y las distancias, con estadía. El método trigonométrico se emplea mucho en los trabajos con plancheta. La determinación de desniveles con el clisímetro (véase Sec. 2-20) es una forma de nivelación trigonométrica o por pendientes.

Procedimiento.—En la nivelación por pendientes, y cuando se emplea el teodolito para medir los ángulos, se procede del modo siguiente: Sean A y D dos puntos cuyo desnivel se quiere hallar. El teodolito se va colocando en puntos intermedios T_1, T_2 y T_3, que no es imprescindible que se hallen en la alineación AD. Desde T_1 se mide la distancia y el ángulo vertical correspondientes al punto A mediante una visual de *espalda,* y después se observan elementos análogos respecto a B con una visual *de frente.* Se lleva entonces el teodolito al punto T_2 y se repiten las observaciones sobre B y C; así se continúa hasta llegar a D. Si el teodolito se coloca en el punto medio de la distancia que separa cada par de pun-

tos observados, quedan eliminados los efectos de curvatura y refracción.

En la práctica se presta muy poca atención a la igualdad de las dos visuales debido a que el error por curvatura y refracción (unos 2 mm para una distancia de 1 Km) es despreciable comparado con la precisión con que se pueden calcular los desniveles por este método (que generalmente es del orden de centímetros). El error ocasionado por la desigualdad de las visuales es accidental, porque cuando una visual de espalda es mayor que la correspondiente de frente, lo normal es que la siguiente sea menor. En la práctica se coloca el teodolito donde se puedan dirigir buenas visuales, tanto hacia atrás como hacia adelante, y en un punto situado, a ojo, en el centro de la distancia que hay entre los puntos observados.

En los planos a escala pequeña se emplea el método trigonométrico para determinar desniveles entre la plancheta y puntos situados, a veces, a varios kilómetros de distancia. En estos casos, los errores por curvatura y refracción son considerables, teniendo que aplicar la oportuna corrección. Así, p. ej., a una distancia horizontal de la plancheta de 15 Km, la corrección sería de 17 m.

Errores.—Los errores propios de la nivelación trigonométrica son, principalmente, accidentales. La precisión resultante depende de la longitud de la visual, del instrumento empleado y de la magnitud de los ángulos verticales. Con el teodolito, y en condiciones normales, el error no pasa, expresado en centímetros, de quince veces la raíz cuadrada de la distancia, expresada en kilómetros.

8-6. Nivelación barométrica.—Ya que la presión atmosférica varía en razón inversa de la altura, puede utilizarse el barómetro para medir desniveles. Si la presión atmosférica permaneciera siempre constante a determinada altura, aunque solo fuera de modo aproximado, el método barométrico sería uno de los de mayor precisión; pero la presión atmosférica puede variar de modo considerable en el transcurso de un día, y hasta de una hora.

El método barométrico se emplea principalmente en trabajos de exploración o reconocimiento donde los desniveles son muy grandes, como ocurre en comarcas montañosas. En condiciones ordinarias, los desniveles determinados con el barómetro están afectados de errores de varios decímetros.

Las observaciones barométricas se hacen del modo usual en una estación fija, mientras se hacen otras observaciones con un segundo barómetro que se va llevando de uno a otro punto del terreno. Con este sistema es posible corregir los resultados de los errores a que dan lugar las perturbaciones atmosféricas, lo que no puede descubrirse ni compensarse si se emplea un solo barómetro.

Cálculos.—La fórmula [8] nos da la diferencia de nivel entre dos puntos A y B, en el supuesto de que la temperatura media en A y B sea de 10° C, despreciando los efectos de la humedad y de las perturbaciones atmosféricas:

$$z \text{ (sin corregir)} = 19\,135 \log \frac{760}{h_a} - 19\,135 \log \frac{760}{h_b} \qquad [8]$$

donde z es la diferencia de altura en metros, y h_a y h_b son, respectivamente, las lecturas barométricas (en milímetros de mercurio) en los puntos A y B. Cada término del segundo miembro representa la altura del punto correspondiente respecto a un plano de referencia, de presión barométrica 760 mm, o sea aproximadamente el nivel medio del mar.

Cuando la temperatura media en los dos puntos es distinta de 10° C, y la *humedad es la normal,* se aplica una corrección (positiva o negativa); la magnitud de esta corrección se halla multiplicando el desnivel no corregido, dado en la fórmula [8], por el coeficiente que le corresponda en la tabla siguiente.

Coeficiente de temperatura para la nivelación barométrica

Temp. media, °C	Coeficiente —	Temp. media, °C	Coeficiente —	Temp. media, °C	Coeficiente —
—5	—0,0530	10	+0,0049	25	+0,0616
—4	493	11	088	26	652
—3	454	12	126	27	690
—2	416	13	164	28	726
—1	378	14	202	29	763
0	339	15	240	30	799
+1	300	16	279	31	835
2	261	17	316	32	871
3	222	18	354	33	907
4	183	19	392	34	943
5	144	20	429	35	980
6	105	21	467	36	1017
7	166	22	504		
8	127	23	542		
9	088	24	579		

EJEMPLO. Las lecturas barométricas hechas en los puntos A y B son, respectivamente, 682,0 mm y 719,2 mm; las temperaturas correspondientes son 11° C y 21° C. Hállese el desnivel entre dichos puntos.

Según la fórmula [8],

$$z \text{ (sin corregir)} = 899{,}90 - 458{,}55 = 441{,}35 \text{ mm.}$$

Según la tabla anterior, la corrección para la temperatura de 16° C (media de 11° y de 21°) es +0,0279, y se tendrá:

$$441{,}35 \times 0{,}0279 = 12{,}31 \text{ m.}$$
$$z \text{ (corregida)} = 441{,}35 + 12{,}31 = 453{,}66 \text{ m.}$$

Algunos barómetros de mercurio llevan una escala auxiliar para hacer la corrección de temperatura de modo mecánico.

Instrumentos y métodos.—El barómetro de mercurio es muy exacto, pero su transporte y manejo son delicados, por lo que solo puede emplearse fácilmente en estaciones fijas. Para los trabajos de campo se usa un barómetro aneroide, que es de poco peso y de fácil traslado. El tipo más corriente tiene una esfera de unos 7,5 cm de diámetro, graduada en milímetros de mercurio y en metros de altitud, ya compensada de temperatura. En un punto de cota conocida se lleva la aguja sobre la correspondiente lectura de la escala para poner el aneroide *en estación.* El aneroide se puede calibrar comparando sus indicaciones con las de un barómetro de mercurio en un punto dado y a la misma temperatura.

Antes de hacer las lecturas hay que esperar a que el barómetro adquiera la temperatura del ambiente.

Cuando las curvas de nivel están muy separadas se puede emplear un aneroide para levantamientos a escala reducida. Durante el día se hacen paradas frecuentes, y en ellas hay que observar los cambios atmosféricos que puedan tener lugar; de este modo se consigue determinar y aplicar las correcciones necesarias. Cuando las distancias lo permiten es aconsejable volver al punto de partida y corregir las lecturas intermedias proporcionalmente al cambio de presión atmosférica ocurrido en el tiempo que se haya tardado en hacer la operación.

Nivelación con barómetro de precisión.—Con los barómetros de gran sensibilidad se pueden determinar alturas con aproximación de unos 25 cm. En el método que vamos a describir se emplean aneroides muy sensibles, dos de los cuales se observan en estaciones elegidas como bases, mientras que uno o varios más se llevan de un punto a otro sobre la superficie que se trata de nivelar. Uno de los aneroides fijos se sitúa en un punto de cota conocida, cerca de la parte más alta del terreno que se nivela, y otro cerca de la parte más baja; estos puntos se llaman respectivamente, *base superior* y *base inferior.* Se lleva un tercer aneroide al punto cuya cota se desea determinar y se hace la lectura correspondiente. Las lecturas sobre los instrumentos fijos se hacen a la vez (mediante señales) o a intervalos de tiempo convenidos; en este último caso las lecturas en un momento dado se determinan por interpolación, y del mismo modo se halla la altura del aneroide portátil. La posición de cada punto en que se hacen lecturas se determina sobre un plano anterior o se halla por cualquier sistema de levantamiento planimétrico.

EJEMPLO. La cota del punto superior es 83 m, y la del inferior, 17 m; el desnivel entre ambos será $83 - 17 = 66$ m; en un instante dado las lecturas de los tres altímetros indican que la diferencia de altura de un punto intermedio respecto a la base superior es de 63 m, y respecto a la inferior, de 7 m; luego el desnivel entre las bases será de 70 m. Los desniveles corregidos serán, pues, $66/70 \times 63 = 59{,}4$ m (respecto a la base superior), y $66/70 \times 7 = 6{,}6$ m (respecto a la base inferior). Sumando el desnivel entre las bases, que de aquí se deduce, se obtiene de nuevo la diferencia de nivel dada, ya que $59{,}4 + 6{,}6 = 66$ m. La cota del punto dado es de 23,6 m, calculada con respecto a las dos bases ($83 - 59{,}4 = 23{,}6$ y $17 + 6{,}6 = 23{,}6$).

Otro procedimiento consiste en situar un barómetro en una base o estación fija e ir colocando un segundo barómetro en los puntos cuya altura se quiere medir, haciendo lecturas simultáneas en ambos instrumentos. El barómetro portátil se lee finalmente en la propia estación de partida, o en otro punto de cota conocida; el cálculo de la altura en cada punto se efectúa teniendo en cuenta los cambios correspondientes de la presión atmosférica en la base de partida.

INSTRUMENTOS PARA LA NIVELACION DIRECTA

8-7. Clases de niveles.—Todo aparato empleado para nivelar por alturas (nivelación directa) consta en esencia de una *línea de mira* y de un *nivel de aire* o de otro tipo, que permita dirigir visuales horizontales (Sec. 2-5). El nivel tubular va montado de modo que su eje sea paralelo a la visual. El instrumento más empleado es el *equialtímetro* (llamado también *nivel de ingeniero),* cuyas características principales se han descrito en el capítulo II. Los dos tipos más importantes de equialtímetro son el de *anteojo y nivel fijos* (Sec. 8-8), en el cual el tubo del anteojo va fijo en la horquilla donde va montado el nivel de aire, y el nivel de *anteojo reversible* (Sec. 8-9), en el que este último va apoyado en dos soportes en forma de Y. En la sección 8-10 se describen los niveles más modernos, tanto americanos como europeos, incluyendo entre ellos el nivel *basculante* y el *automático.* El *nivel de arquitecto* es una variante del equialtímetro, con un anteojo de escaso aumento y un nivel tubular poco sensible; este nivel se emplea para determinar pendientes en la construcción de edificios. El *nivel de mano* (Secs. 8-11 y 8-12) es un instrumento tan sencillo como útil para las nivelaciones de poca precisión. También se emplean mucho en la nivelación por alturas, aunque no se han construido expresamente para este fin, el *teodolito* (Cap. XIII) y la alidada de anteojo de la *plancheta* (Cap. XVII).

Las diferentes alturas se leen sobre miras especialmente divididas, llamadas *miras de nivelación* (Secs. 8-13 a 8-16). Otros accesorios de uso corriente son el *nivel de mira* (Sec. 8-17) y la placa triangular metálica que se dispone sobre el punto del terreno para colocar encima la mira.

Aunque la plataforma del instrumento lleva en algunos modelos cuatro tornillos nivelantes, los tipos de tres tornillos gozan de mayor preferencia, especialmente en los de alta precisión; esta preferencia se debe a que con tres tornillos se nivela el instrumento en muy poco tiempo, hay que utilizar solo una mano para ello y resulta más estable que el de cuatro tornillos cuando este no está perfectamente asentado. Por otra parte, con la plataforma de tres tornillos, puede variar ligeramente la altura del anteojo cuando se gira uno de aquellos, y, en algunos modelos, la plataforma nivelante puede también girar un poco.

8-8. Equialtímetro de anteojo y nivel fijos.—En la figura 8-4 se ven los detalles de un nivel de esta clase con ocular enderezador. El anteojo

A va rígidamente unido al soporte *B* del nivel, y está montado de modo que su eje óptico es perpendicular al eje vertical del instrumento. El nivel tubular *C* se halla colocado de manera que su eje está en el mismo plano vertical que el eje óptico, pero puede moverse en este mismo plano por medio de un tornillo de cabeza perforada situado en uno de sus

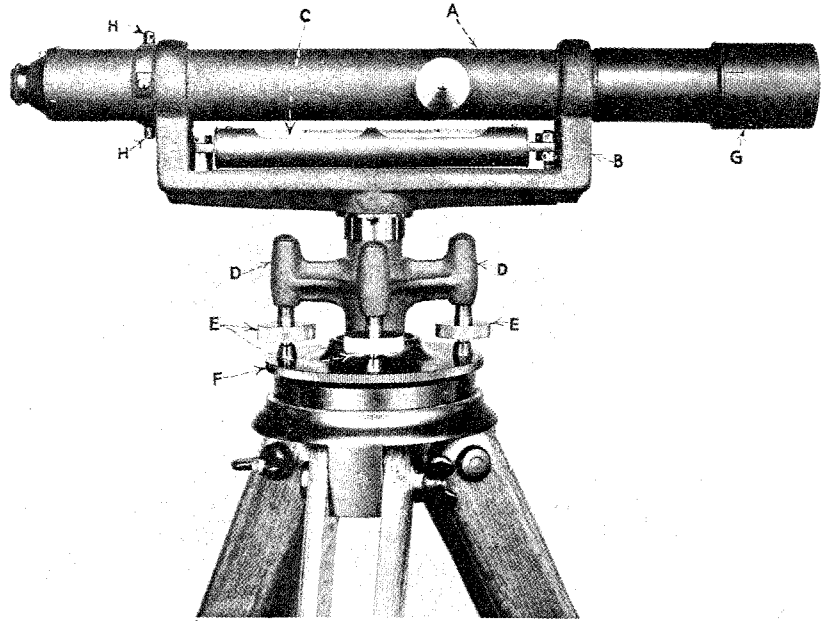


FIG. 8-4.—Equialtímetro de anteojo y nivel fijos.

extremos. El eje vertical está materializado en una espiga que va alojada en una cavidad troncocónica practicada en la plataforma nivelante *D*, y se coloca en su posición exacta por medio de los tornillos nivelantes *E*. En la parte inferior de la espiga o gorrón va una junta de rótula para que resulte elástica la conexión entre el instrumento propiamente dicho y la base *F*. Al actuar sobre los tornillos nivelantes, el nivel se mueve alrededor de esta rótula como centro. El manguito *G* resguarda el objetivo contra los rayos de sol. Los tornillos de ajuste *H* del retículo están cerca del ocular.

El anteojo de estos equialtímetros tiene, generalmente, un aumento de 30 diámetros, y la sensibilidad del nivel de aire es de 20 seg de arco por división de 2 mm.

Las ventajas de estos aparatos sobre los de anteojo reversible estriban en que su construcción es más sencilla, tienen menos piezas expuestas a desgaste, necesitan menos ajustes y correcciones y tardan más tiempo

en descorregirse. Por todas estas razones es el instrumento más empleado.

Modelo de precisión.—Un tipo perfeccionado del equialtímetro anterior, proyectado para trabajos de precisión, lleva el anteojo articulado por uno de sus extremos en el soporte del nivel de aire, estando el otro apoyado sobre la punta de un tornillo micrométrico montado en el lado opuesto de dicho soporte. El nivel está unido al anteojo por debajo del mismo, en un lado o por encima. El *nivel de precisión* del Servicio Geológico de los Estados Unidos es un equialtímetro perfeccionado de anteojo y nivel fijos; el anteojo, de enfoque interior, es de 40 aumentos, y el nivel de aire tiene una sensibilidad de 10 seg de arco por cada división de 2 mm.

8-9. Equialtímetros de anteojo reversible.—En las figuras 8-5 y 8-6 se ve, en detalle, un instrumento de esta clase provisto de ocular rectificador. El anteojo se apoya sobre dos horquillas que atraviesan la base

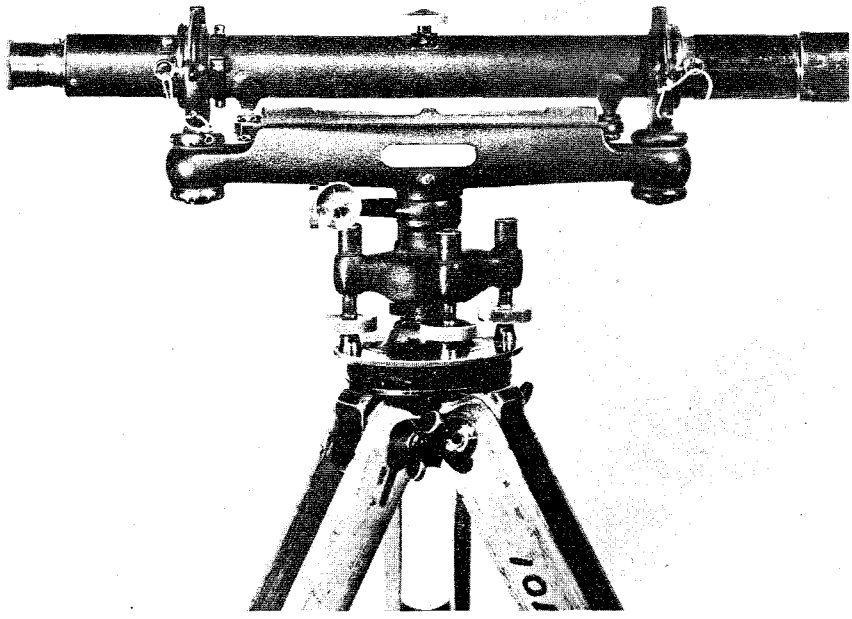


FIG. 8-5.—Equialtímetro de anteojo reversible.

del nivel de aire, donde se fijan y aseguran mediante tornillos de cabeza perforada; moviendo la tuerca de una de las horquillas (30 y 31), puede esta subir o bajar a voluntad. El anteojo se fija con las abrazaderas (32). Quitando estas abrazaderas se puede hacer girar el anteojo sobre su eje

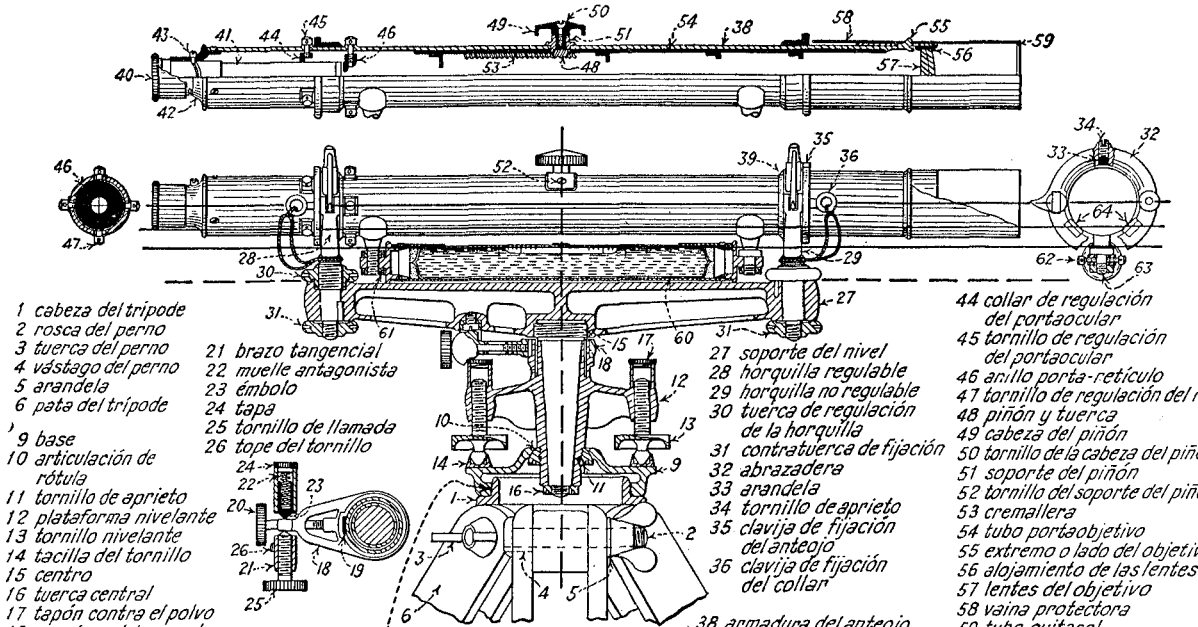

1 cabeza del trípode
2 rosca del perno
3 tuerca del perno
4 vástago del perno
5 arandela
6 pata del trípode
9 base
10 articulación de rótula
11 tornillo de apriete
12 plataforma nivelante
13 tornillo nivelante
14 tacilla del tornillo
15 centro
16 tuerca central
17 tapón contra el polvo
18 mordaza del soporte
19 chaveta
20 tornillo de fijación
21 brazo tangencial
22 muelle antagonista
23 émbolo
24 tapa
25 tornillo de llamada
26 tope del tornillo
pie roscado del instrumento
27 soporte del nivel
28 horquilla regulable
29 horquilla no regulable
30 tuerca de regulación de la horquilla
31 contratuerca de fijación
32 abrazadera
33 arandela
34 tornillo de apriete
35 clavija de fijación del anteojo
36 clavija de fijación del collar
38 armadura del anteojo
39 collar del anteojo
40 tapón del ocular
41 portaocular terrestre
42 armadura del portaocular
43 tornillo movible sobre la muesca helicoidal
44 collar de regulación del portaocular
45 tornillo de regulación del portaocular
46 anillo porta-retículo
47 tornillo de regulación del retículo
48 piñón y tuerca
49 cabeza del piñón
50 tornillo de la cabeza del piñon
51 soporte del piñón
52 tornillo del soporte del piñón
53 cremallera
54 tubo portaobjetivo
55 extremo o lado del objetivo
56 alojamiento de las lentes
57 lentes del objetivo
58 vaina protectora
59 tubo quitasol
60 nivel de aire
61 tuerca de regulación del nivel
62 tornillo de regulación del nivel
63 perno del nivel de aire
64 puntos de apoyo

FIG. 8-6.—Corte longitudinal del equialtímetro de anteojo reversible.

o sacarlo de las horquillas y darle la vuelta completa, cambiando entre sí la posición de sus extremos. Las partes salientes y cilíndricas del tubo del anteojo (39), que se apoyan en las horquillas, se llaman *collares* del anteojo; la línea recta que une sus centros es el *eje de los collares.* Se llama *eje de las horquillas* a una línea de referencia (a veces es realmente el eje de los collares y a veces el eje de los soportes) que representa la alineación del tubo del anteojo en los soportes de la horquilla. El anteojo va fijado longitudinalmente por medio de un reborde en cada collar, que ajusta sobre las caras exteriores de la horquilla respectiva. Cuando se aprietan las abrazaderas el anteojo no puede girar alrededor de su eje gracias al saliente que hay en una de aquellas.

El anteojo de estos instrumentos tiene generalmente un aumento de unos 30 diámetros, siendo la sensibilidad del nivel de 20 seg de arco por división de 2 mm.

El nivel tubular va unido al anteojo y puede regularse su posición en los planos vertical y horizontal. Los demás detalles son casi los mismos que para los equialtímetros ya descritos. En el instrumento representado en las figuras 8-10 y 8-11, y por encima de la plataforma nivelante, se ve una abrazadera con tornillo que sirve para inmovilizar el gorrón vertical y hacerlo solidario con dicha plataforma. Después de apretar este tornillo de fijación se pueden dar pequeños movimientos al anteojo alrededor del eje vertical por medio de un tornillo de llamada.

Las características propias del equialtímetro de anteojo reversible son: 1) el anteojo puede girar alrededor de su eje horizontal; 2) puede sacarse de su soporte y dársele la vuelta, como si fuera de campana. Estas propiedades no suponen una ventaja especial para el trabajo de nivelación, pero facilitan la labor de ajuste y corrección con tal que los puntos de apoyo de las horquillas no estén gastados. (Estos instrumentos pueden ser ajustados por un solo operador, mientras que los de anteojo fijo requieren la intervención de dos personas.) Cada uno de los collares del anteojo está en contacto con la horquilla en dos puntos, indicados con el número 64 en la figura 8-6. En estos puntos, los collares se gastan y aplanan con el uso, de modo que pierden su forma cilíndrica y pueden diferir uno de otro en forma y tamaño; además, los puntos de apoyo de la horquilla suelen gastarse de modo desigual, y en estas condiciones es imposible ajustar y corregir el instrumento por los métodos usuales, teniendo que aplicar los mismos que para el equialtímetro de anteojo fijo.

8-10. Niveles modernos.—Los niveles modernos, aunque en esencia son niveles de anteojo y nivel fijos, llevan incorporadas algunas modificaciones que los hacen bastante diferentes de los instrumentos usuales descritos en la sección 8-8. Son pequeños, ligeros, muy precisos y de fácil estacionamiento y observación. Ordinariamente son de color claro para reducir al mínimo los efectos térmicos de los rayos solares. Apenas necesitan ajuste alguno en el trabajo de campo; van equipados con un nivel circular de alcohol para poder nivelarlos aproximadamente antes de ponerlos exactamente en estación. Su plataforma puede ser de tres

o cuatro tornillos y uno de los modelos lleva un dispositivo de rótula en vez de los tornillos nivelantes. El anteojo es de enfoque interno y las líneas del retículo, incluso las estadimétricas, están grabadas en una lámina de vidrio. La burbuja del nivel del anteojo se centra rápidamente y con precisión poniendo en coincidencia los dos extremos de la burbuja, tal y como se ven desde el ocular del anteojo a través de un sistema de prismas. Se puede acoplar un dispositivo de iluminación eléctrica para trabajos nocturnos. Algunos tipos de esta clase de niveles van provistos de un micrómetro óptico, el cual hace subir o bajar la línea de mira sin alterar su dirección, con lo que es posible hacer las lecturas sobre divisiones enteras de la mira; la lectura del micrómetro se aplica a la de la mira. Algunos niveles están equipados con un círculo horizontal con divisiones sobre cristal, para observar las direcciones de modo aproximado.

Nivel basculante.—La característica distintiva del *nivel basculante* (Fig. 8-7) es que el anteojo va montado sobre un fulcro en el eje vertical, y lleva un tornillo micrométrico en el extremo ocular del anteojo. Una

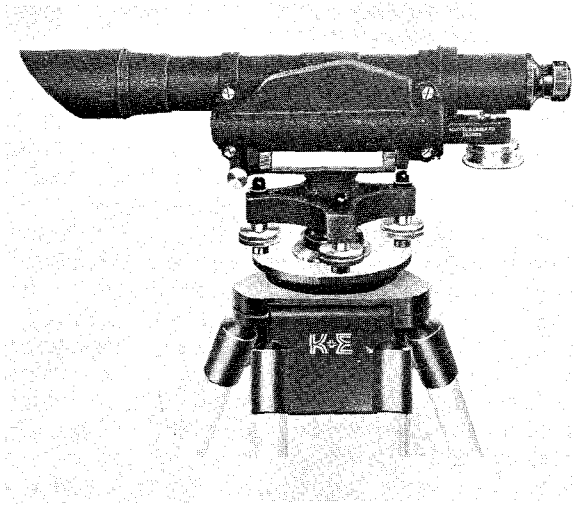


FIG. 8-7.—Nivel basculante K & E.

vez nivelado aproximadamente el instrumento del modo ordinario (p. ej., mediante un nivel esférico), se apunta el anteojo en la dirección deseada y se hace bascular ligeramente en el plano vertical de su eje por medio del tornillo micrométrico, hasta que quede centrada la burbuja del nivel (muy sensible) del anteojo. De este modo, la línea de mira queda horizontal, aun cuando el instrumento no esté en su conjunto exactamente nivelado. Sobre el tornillo micrométrico va montado un tambor graduado que puede utilizarse como clisímetro (Sec. 2-20).

Nivel automático.—Los instrumentos de esta clase mantienen horizontal su línea de mira por medio de una especie de péndulo y de un sistema de prismas y espejos. El péndulo es amortiguado magnéticamente, y su manejo resulta tan rápido como sencillo. Estos instrumentos no llevan dispositivo de basculación, ni nivel tubular de alcohol; en cada estación se nivela aproximadamente con un nivel esférico, y el péndulo mantiene horizontal la línea de mira. El anteojo puede ir provisto de un

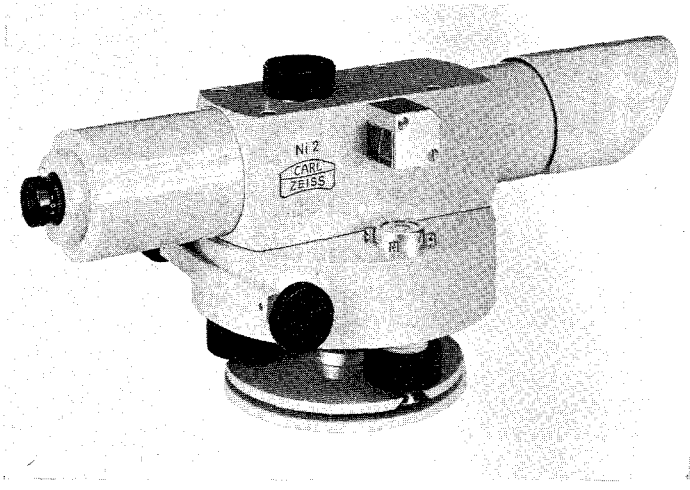


FIG. 8-8.—Nivel automático Zeiss (Keuffel & Esser Co.).

micrómetro ocular para medir la diferencia de alturas entre la línea de mira y la división más próxima de la mira de nivelación. La figura 8-8 muestra un tipo de nivel automático.

8-11. Nivel de mano Locke.—El nivel de Locke se emplea mucho en nivelaciones de poca precisión. Consiste este instrumento en un tubo metálico, de unos 20 cm de longitud, cerca de uno de cuyos extremos (el del objetivo) va dispuesto un pequeño nivel de ampolla, como se ve en la figura 8-9; dentro del tubo, y por debajo del nivel, hay un prisma que refleja la imagen de la burbuja hacia el extremo ocular del tubo. Inmediatamente debajo del nivel, y por encima del prisma, va dispuesto un retículo que se puede ajustar o regular mediante dos tornillos, cuyas cabezas sobresalen por los extremos de la armadura metálica en que va contenida la ampolla del nivel; para regular el retículo se aprieta un tornillo y se afloja otro. El portaocular consiste sencillamente en una mirilla situada en el extremo de una corredera que se mueve dentro del tubo a frotamiento suave. En la mitad de la derecha del extremo interior de la corredera está montada una lente semicircular convexa, que aumenta la imagen de la burbuja y del retículo, reflejada por el prisma. Los dos

extremos del tubo exterior, es decir, el ocular y el objetivo, están tapados con discos de cristal plano para que no pueda penetrar polvo alguno en el prisma ni en la lente, que se enfoca moviendo la corredera hacia dentro o hacia fuera.

Para hacer uso de este nivel de mano se mira hacia el objeto directamente, a través de la mitad de la izquierda del tubo, y se verá aquel sin aumento alguno, mientras que con el mismo ojo y al mismo tiempo se ve

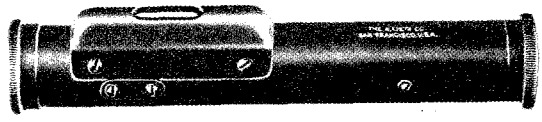


FIG. 8-9.—Nivel de mano Locke.

la burbuja y el retículo en la parte de la derecha del campo visual. El tubo se sostiene con el nivel de aire hacia arriba y se balancea arriba y abajo hasta que el hilo del retículo divida la burbuja en dos partes iguales, en cuyo momento la visual es horizontal. Con alguna práctica resulta muy fácil hacer las observaciones con los dos ojos abiertos. Algunos operadores apoyan o sujetan el nivel de mano sobre un bastón adecuado. Dan buenos resultados los niveles de mano provistos de retículo estadimétrico.

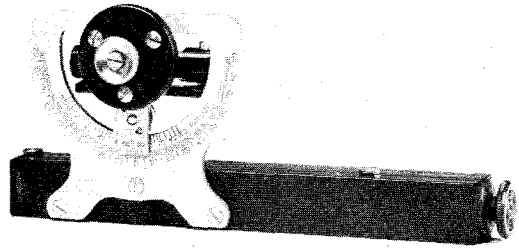


FIG. 8-10.—Nivel de mano y clisímetro Abney (Keuffel & Esser Co.).

8-12. Nivel de mano y clisímetro de Abney.—Como su nombre indica, este instrumento sirve tanto para hacer nivelaciones directas (geométricas) como para medir ángulos de pendiente. El nivel portátil representado en la figura 8-10 está dividido en grados y en tantos por ciento de pendiente. Cuando se utiliza como nivel se pone a cero el índice del nonio y se procede como en el nivel de Locke. Al emplearlo como clisímetro se visa el objeto y se hace girar el tubo alrededor del eje del arco vertical graduado hasta que se vea el hilo del retículo dividiendo a la burbuja en dos partes iguales; sobre el arco se lee el ángulo de inclinación o el tanto por ciento de pendiente.

8-13. Miras de nivelación.—Son miras de madera, de sección rectangular y con divisiones que permiten medir alturas o desniveles. El extremo inferior de la mira va provisto de un regatón de metal, para protegerlo del desgaste, y ordinariamente en este extremo va el cero de la graduación de la mira.

La mira se coloca siempre en posición vertical; de este modo, la lectura hecha sobre la misma con el hilo horizontal del retículo es la medida de la distancia vertical comprendida entre el punto del terreno en que está la mira y la visual o la línea de mira.

Existen muchas clases de miras y de divisiones, pudiendo ser de una pieza, de dos o de más, ya sean articuladas unas con otras, enchufadas o con dispositivos sencillos de fijación. La longitud más corriente oscila entre 3 m y 4 m. En los países de habla inglesa las miras suelen estar divididas en centésimas de pie. En aquellos en que se emplea el sistema métrico decimal, están de ordinario divididas en centímetros, y hasta en milímetros.

Las dos clases generales de miras de nivelación son: 1) *miras parlantes,* que pueden leerse directamente por el observador al mirar por el anteojo del nivel, 2) *miras de tablilla,* en las que una tablilla puede correrse arriba y abajo siguiendo las indicaciones del observador. En condiciones normales, las observaciones con las miras parlantes se realizan casi con la misma precisión, pero mucho más rápidamente, que con las de tablilla. La mira parlante es la de uso más general, incluso para trabajos de precisión.

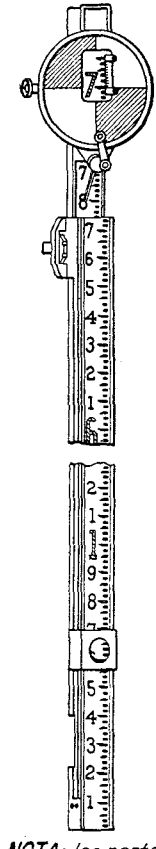
En la sección 3-11 se dieron normas para el cuidado de las miras de nivelación.

8-14. Miras parlantes.—Con estas miras, el peón portamira se limita a mantenerlas en posición vertical; el operador anota la lectura correspondiente a la altura del hilo del retículo sobre la mira. Se puede aproximar la lectura a ojo más allá de las últimas divisiones de la mira.

La mira parlante debe estar graduada de manera que las divisiones se vean bien claras y distintas dentro de las distancias usuales entre mira y nivel. Las miras más corrientes están pintadas con fondo blanco y divisiones de unos 3 mm de anchura en negro, como se ve en las figuras 8-11 y 8-12. Los números que indican metros enteros van pintados en rojo, y los referentes a decímetros, en negro. Esta clase de divisiones da muy buen resultado para lecturas hechas a distancias menores de 120 m o 150 m. Para distancias mayores, estas divisiones aparecen confusas, siendo conveniente en este caso el empleo de miras pintadas a trozos con colores bien distintos. Son varios los tipos de miras especiales para hacer lecturas precisas a cortas distancias, a la vez que pueden hacerse también lecturas a distancias mayores para trabajos menos precisos, pudiéndose emplear como miras de nivelación o como estadimétricas; algunas de estas miras están representadas en la figura 15-2. En la figura 8-14 se ve una mira especial para nivelaciones con nivel de mano.

La *mira de Filadelfia* (véase Fig. 8-11) es la más empleada en Norte-

américa. Está provista de un cursor, por lo cual se puede utilizar como mira de tablilla; ordinariamente se compone de dos piezas, que se acoplan mediante dos manguitos de latón; apretando un tornillo unido al



NOTA: las partes rayadas van pintadas en rojo

FIG. 8-11.
Mira de Filadelfia.

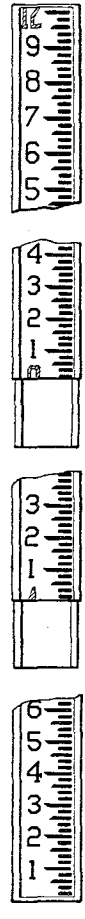


FIG. 8-12.
Mira de Chicago.

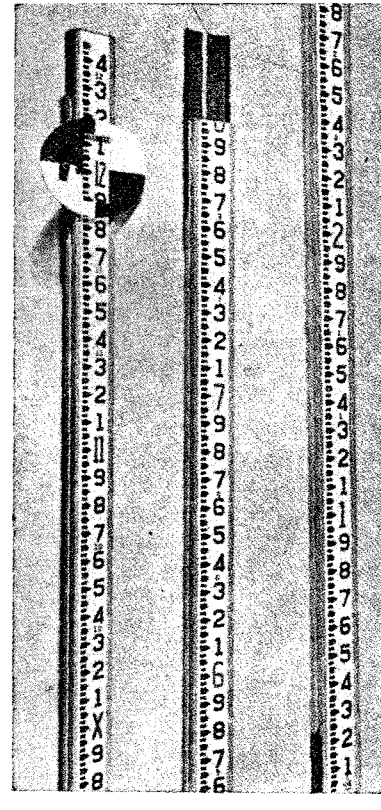


FIG. 8-13.
Mira de Detroit. (Por cortesía de *Keuffel & Esser Co.*)

manguito superior, quedan las dos piezas sujetas entre sí en la posición que se quiera. Para lecturas a corta distancia, la pieza de atrás se sujeta en su posción normal, es decir, coincidiendo en toda su longitud con la pieza delantera; para distancias más largas se extiende la mira en toda su longitud; las divisiones de la cara de delante de la pieza trasera quedan a continuación de las de la pieza delantera.

La *mira de Chicago* (Fig. 8-12) se compone de tres piezas con unión de corredera.

La *mira de California* está graduada de modo similar a la de Filadelfia, pero solo sobre su cara delantera; se construye de dos o tres piezas. La *mira de Florida* es de una sola pieza de 3 m de longitud, con un listón en el dorso. Esta mira sirve lo mismo para visuales cortas que para distancias largas.

Una cinta métrica flexible esmaltada, de tejido impermeable y pegada sobre una ancha tira plana de madera, constituye una buena mira de nivelación.

Algunas miras llevan una cinta de metal invar graduada para eliminar

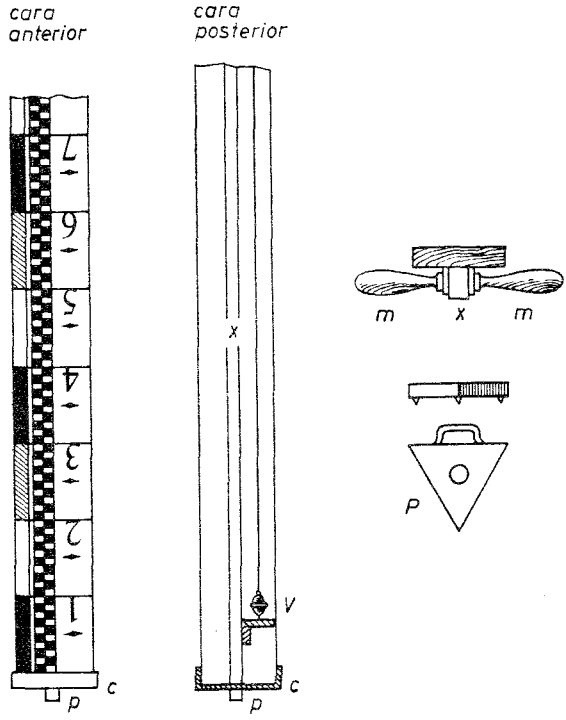


FIG. 8-13(*a*).—Mira parlante del Instituto Geográfico de España.

el efecto de los cambios de temperatura y de los cambios de longitud de la madera debidos a las variaciones de humedad. La tira de metal invar va fijada únicamente en los extremos, y se mantiene tensa por medio de un muelle. Estas tiras de invar pueden montarse sobre miras ordinarias.

Mira parlante del Instituto Geográfico y Catastral de España.—Con

esta mira, representada en la figura 8-13(*a*), se evitan los errores groseros de lectura por la combinación de sus colores. Esta mira, de madera, tiene 3,05 m de longitud; en su cara posterior lleva un listón de madera *x* para refuerzo, y en el extremo inferior tiene una cantonera de hierro *c* con un pivote *p* que entra en un alojamiento practicado en una plancha *P*, que se coloca sobre el terreno; el listón trasero lleva un asa *mm* para mantener perfectamente vertical la mira, lo cual se comprueba con la plomada *V*.

La cara anterior se halla dividida en 5 fajas verticales; la primera tiene los decímetros pintados alternativamente de negro, blanco y rojo; la segunda, pintada de blanco, sirve únicamente para separar la primera de la tercera; esta y la cuarta están divididas en centímetros, pintados de blanco y negro alternativamente, del modo que se ve en la figura. Las fajas quinta y última contienen la numeración de los decímetros. Con esta disposición de colores se comprende fácilmente que las lecturas de mira en que la cifra de metros y decímetros sea múltiplo de 3 corresponden a color negro; cuando tales cifras sean un múltiplo de 3 menos 1, el color será rojo. Anotando el color al hacer la lectura, se tiene una comprobación de la bondad de esta última, descubriéndose en el acto cualquier error grosero.

FIG. 8-14. Mira para nivel de mano.

Para las nivelaciones de precisión emplea el Instituto Geográfico una mira, parecida a la anterior, provista de un nivel esférico con tornillos para su rectificación. Esta mira lleva un trípode especial, y cerca de cada uno de sus extremos van incrustadas en la madera unas plaquitas metálicas, con unos puntos grabados, para estudiar la variación de longitud de las miras.

8-14a. Mira para niveles de mano.—Esta mira, representada en la figura 8-14, se presta muy bien a las nivelaciones con el nivel de mano. Las características distintivas de esta mira son su doble graduación, con el cero situado hacia el medio de la misma, y su pie, de altura regulable, de tal modo que el cero de la mira puede colocarse a la altura de la vista del observador sobre el suelo. Está dividida en pies y medios pies. La numeración está hecha con caracteres gruesos, y las divisiones, muy bien marcadas para que se puedan distinguir a gran distancia. La aproximación (hasta la décima de pie) se hace a ojo. En general, esta mira puede decirse que es de fabricación casera, faltando muchas veces el dispositivo inferior de regulación, y su numeración se pinta de tal modo que para cada operador caiga el cero a la distancia debida de su base. Para ello coloca la mira sobre la punta del pie y fija la posición del cero frente a sus ojos. La lectura hecha sobre la mira colocada en un punto dado del terreno indica así la altura del mismo, positiva o nega-

tiva, sobre el punto en que se hace la observación. Es corriente fijar el nivel de mano sobre un bastón de 1,5 m de longitud.

Algunos operadores prefieren el empleo de una mira como la acabada de describir, pero con la numeración corrida de abajo hacia arriba.

8-15. Miras de tablilla.—Al operar con estas miras, el observador hace señales al portamira para mover arriba o abajo la tablilla hasta que la visual pase por el centro de esta última. En esta posición, el portamira, el observador o ambos a la vez anotan la lectura sobre la mira. Generalmente, la tablilla va provista de un nonio (véase Sec. 2-18) o de otro dispositivo adecuado para apreciar con exactitud partes de la menor división de la mira. La principal ventaja de la mira de tablilla consiste en que con su uso es muy difícil cometer errores de observación, sobre todo cuando tanto el portamira como el observador hacen las lecturas sobre la mira. En determinadas circunstancias su uso facilita considerablemente el trabajo, como ocurre cuando las visuales son muy largas, cuando la mira queda parcialmente invisible o cuando hay que situar varios puntos a igual altura para todos. Pero en los casos en que solo se trata de hacer lecturas sobre puntos de cota desconocida, en condiciones normales, el uso de la mira de tablilla hace perder mucho tiempo, sin agregar ninguna precisión.

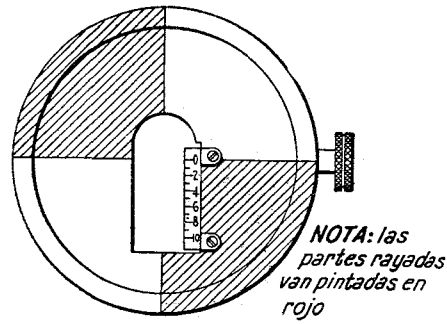


FIG. 8-15.—Tablilla de mira.

La *mira de Filadelfia* (véase Fig. 8-11), ya descrita como parlante, se puede emplear también como mira de tablilla; esta última lleva unos salientes, que pueden deslizarse por una muesca practicada cerca de uno de los bordes delanteros de la mira. Las lecturas llegan a aproximarse hasta la centésima de pie (unos 3 mm) por medio de un nonio unido a la tablilla. Las lecturas se hacen de arriba abajo. Detrás del manguito superior hay un nonio para las lecturas con la mira extendida. Para lecturas mayores de las que permite la pieza delantera solamente, se fija la tablilla en la división de la mira igual a la lectura del nonio del manguito sobre la pieza de atrás (véase Fig. 2-12, a la derecha); se extiende entonces la mira hasta que la visual pase por el punto medio de la tablilla. La distancia vertical entre el pie de la mira y la tablilla está dada por la lectura del nonio sobre la pieza de atrás.

La *mira de Nueva York* es parecida a la de Filadelfia, de la que únicamente se diferencia en la graduación. El fondo de la escala no está pintado, y las distancias desde el pie de la mira están indicadas con líneas muy finas y cortas, a intervalos de 3 mm, y con líneas más largas y números, a intervalos de 3 cm. Esta mira no es parlante, y se emplea

casi exclusivamente en las construcciones de edificios para fijar pendientes. Las divisiones para la lectura con la mira extendida están pintadas en un lado de la pieza de atrás, yendo el nonio correspondiente dispuesto en la madera de la pieza de delante.

La *mira de Detroit* (Fig. 8-13) lleva divisiones en negro terminadas en punta, alternando las de 6 mm de anchura con las de 3 mm. La punta de las primeras indica 3 mm, y la de las segundas, 1,5 mm. Esta mira se construye de tres piezas para facilitar su transporte.

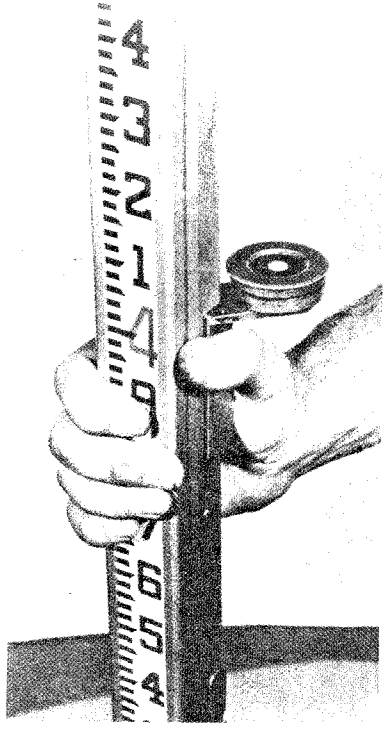


FIG. 8-16.—Nivel de mira.

La *mira de arquitecto* es semejante a la de Nueva York, pero está dividida en 1/8 de pulgada (3 mm) y provista de un nonio que aprecia 1/64 de pulgada (unos 0,4 mm); su uso está limitado a los trabajos previos a la construcción de edificios.

8-16. Tablillas.—La tablilla más corriente, representada en la figura 8-15, consiste en un disco circular o elíptico de unos 12 cm de diámetro, con sus cuadrantes alternativamente pintados de rojo y blanco. Una ventana rectangular practicada en la tablilla permite ver la mira y hacer las lecturas. El nonio unido a la tablilla llega hasta casi tocar la mira, y su punto cero coincide con el diámetro horizontal de la tablilla. Los nonios pueden ser directos o inversos; el representado en la figura es de esta última clase. Hay tablillas con *micrómetro,* provistas de un dispositivo de aproximación para colocar exactamente el nonio en la posición debida (véase Fig. 8-11). Las *tablillas angulares* tienen dos caras, perpendiculares entre sí.

8-17. Nivel de mira.—Sirve este nivel para colocar verticalmente la mira. Uno de los tipos más empleados para este objeto, que se ve en la figura 8-16, consiste en un nivel esférico montado sobre una escuadra de metal que se fija a la mira con unos tornillos o se sujeta con la mano contra la misma.

También se emplean mucho dos niveles tubulares, montado uno en cada brazo de una especie de escuadra plegable sobre la mira. Cuando los dos niveles están calados, la mira está vertical. Al plegar la escuadra, una vez terminada la operación, queda aquella bien adaptada a la mira.

8-18. Puntos de cambio.—En las nivelaciones de precisión se emplean planchas de metal o clavos de cabeza ancha para colocar encima la mira en los puntos de cambio, es decir, en aquellos puntos en que después de leída una vez la mira (de frente) se traslada el nivel a otra estación para volver a leer sobre la misma mira (de espalda). El clavo

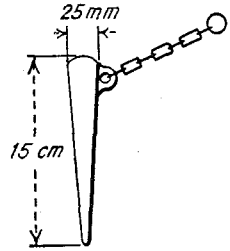


FIG. 8-17(*a*).—Punto de cambio.

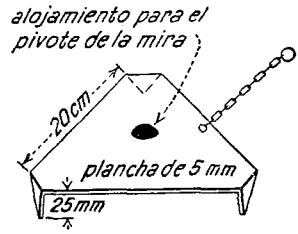


FIG. 8-17(*b*).—Plancha de pie.

de hierro que se ve en la figura 8-17(*a*) está muy indicado para su uso en suelo duro. También se emplean mucho con este fin los pernos de las vías férreas.

Para terrenos blandos o flojos dan excelentes resultados las planchas metálicas, tales como la representada en la figura 8-17(*b*); también se emplean estas planchas en terrenos duros donde no puede introducirse un clavo o en sitios en que no deban ponerse clavos ni pernos hincados, como sucede en calles y carreteras. En estas condiciones, las planchas, con sus patas en los extremos, hacen de trípode, y no hay que preocuparse del buen contacto entre la cara inferior de la plancha y el suelo.

METODO PARA OPERAR CON NIVEL Y MIRA

8-19. Puesta en estación del nivel.—Se coloca el equialtímetro en el lugar deseado, con las patas del trípode bien abiertas y firmemente apretadas contra el suelo, de modo que su plataforma quede lo más nivelada posible y con el anteojo a una altura conveniente para hacer las lecturas. Si hay que estacionar en pendiente, conviene orientar el trípode de manera que una de las patas quede dirigida hacia la parte alta del terreno. Se coloca el anteojo paralelo a dos tornillos de la plataforma (opuestos, si esta última tiene cuatro tornillos nivelantes, y contiguos, si solo posee tres), y se centra la burbuja de modo aproximado; se reitera la operación con el anteojo sobre el otro par de tornillos o sobre el tercero, según sea el caso. Se repite la operación actuando sobre los tornillos nivelantes hasta que la burbuja permanezca centrada

(o casi centrada), cualquiera que sea la posición del anteojo. Si el instrumento está bien corregido, la visual debe ser horizontal. Con niveles de tres tornillos conviene, al repetir estas operaciones, ir colocando el anteojo sobre cada uno de aquellos.

En la sección 3-11 se dieron normas para el cuidado y manejo del equialtímetro, y en la sección 2-8 se indicó el modo de nivelar el instrumento.

8-20. Lectura de la mira.—Para leer sobre la mira los 2 mm o hasta el 0,5 mm hay que colocarla sobre un punto bien definido y fijo. El portamira mantiene la mira en posición vertical a ojo o valiéndose de un nivel adosado a la misma. El observador mueve el anteojo a uno y otro lado de su eje vertical hasta que aparezca la mira en el centro del campo visual, y entonces enfoca bien la mira y centra cuidadosamente la burbuja. Si se usa una mira parlante, el operador observa y anota la lectura dada por la visual, es decir, la posición aparente del hilo horizontal del retículo sobre la mira. Como comprobación se vuelve a observar la mira y la burbuja. Cuando se hace uso de una mira de tablilla se sigue el mismo procedimiento, excepto que la tablilla es accionada por el portamira bajo las indicaciones del observador.

Para nivelaciones de baja precisión, como cuando se hacen lecturas de mira con 3 cm de precisión, no se suelen comprobar las observaciones, y consecuentemente tampoco se pone gran cuidado en poner vertical la mira y en centrar la burbuja, siempre teniendo en cuenta los errores correspondientes y la precisión con que se quieren obtener las mediciones.

Cuando no se emplean miras con nivel adosado, el portamira puede colocar la mira exactamente vertical balanceándola sobre su punto de apoyo. Mediante el hilo vertical del retículo el observador consigue determinar el momento en que la mira se halla en el plano vertical que pasa por el instrumento, pero no puede saber si la mira está inclinada hacia adelante o hacia atrás dentro de este mismo plano; si la mira ocupa alguna de estas posiciones inclinadas, la lectura de mira será mayor

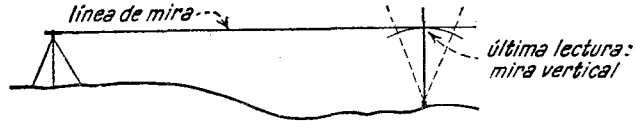


FIG. 8-18.—Balanceo de la mira.

o menor que la verdadera altura, como se ve en la figura 8-18. Para eliminar este error el portamira mueve lentamente la mira atrás y adelante, como indica la figura, y el observador anota la lectura mínima, que corresponde a la posición vertical de la mira. Esta operación se llama vulgarmente *mecer la mira.* Cuanto mayor sea la lectura de mira, tanto

mayor será el error debido a una inclinación dada, por lo cual es más importante mecer la mira cuando las visuales son largas que cuando son cortas. Por otra parte, si se inclina hacia atrás la mira, no apoyándola en el borde delantero de su pie, la cara dividida se eleva y se introduce un nuevo error; en distancias cortas este error es mayor que el que se tendría de no balancear la mira.

COMPROBACION Y CORRECCION DE LOS NIVELES

8-21. Generalidades.—Prescindiendo del ajuste y comprobaciones de fábrica, todos los niveles (como todos los instrumentos topográficos) necesitan ser comprobados y corregidos en campo de cuando en cuando. Misión muy importante del topógrafo es la de comprobar con frecuencia el instrumento de que se sirve y hacer la correcciones que sean necesarias. En los capítulos II y III se hicieron indicaciones sobre el cuidado, en general, de los instrumentos topográficos.

En algunos casos, una corrección puede ser alterada por otra posterior o depender de esta última. Así, p. ej., la corrección lateral de un retículo puede producir una ligera rotación, y el ajuste lateral del nivel tubular depende de su corrección vertical. Cuando un instrumento se descorrige, se repiten las correcciones anexas a la verificada hasta que quede, poco a poco, perfectamente corregido.

8-22. Condiciones que debe cumplir el equialtímetro de anteojo y nivel fijos.—En un instrumento de esta clase deben cumplirse las siguientes condiciones (véase Fig. 8-19):

1.ª El eje del nivel tubular ha de ser perpendicular al eje vertical del instrumento.

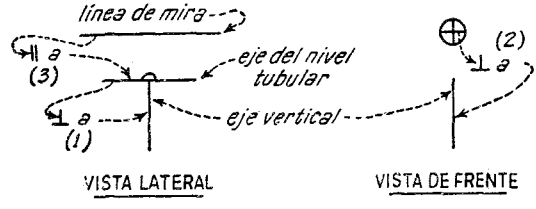


FIG. 8-19.—Condiciones que debe satisfacer un equialtímetro de anteojo y nivel fijos.

2.ª El hilo horizontal del retículo debe estar en un plano perpendicular al eje vertical, de modo que caiga sobre un plano horizontal cuando el instrumento está nivelado.

3.ª La línea de mira ha de ser paralela al eje del tubo del nivel.

El eje óptico del anteojo, el del tubo portaobjetivo y la línea de mira deben coincidir; en los tipos de equialtímetros más usados en Estados Unidos, el eje óptico del anteojo y el eje del tubo portaobjetivo son

siempre perpendiculares, por construcción, al eje vertical, por lo cual no hay que preocuparse de la comprobación correspondiente.

8-23. Comprobación del instrumento de anteojo y nivel fijos.—Las partes que pueden y deben corregirse son el retículo y el nivel tubular, siempre con referencia al eje vertical. Las revisiones y comprobaciones se hacen del modo siguiente (véase Fig. 8-27):

1.° *Perpendicularidad entre el eje del nivel tubular y el eje vertical.*—Se centra aproximadamente la burbuja con los tornillos nivelantes del modo acostumbrado; después se centra con toda precisión sobre un par de tornillos nivelantes y se hace girar el instrumento 180° alrededor de su eje vertical. Si el nivel está corregido, la burbuja permanece calada. Si el nivel no está corregido, el corrimiento de la burbuja es igual al doble del error verdadero, como se ve en la figura 8-20. Llamando $90° - \alpha$ al ángulo formado por el eje vertical y el del nivel tubular, al estar centrada la burbuja el eje vertical formará un ángulo α con la verdadera vertical. Al dar la media vuelta al nivel, la burbuja recorre un arco cuyo ángulo en el centro será 2α. Luego la corrección que hay

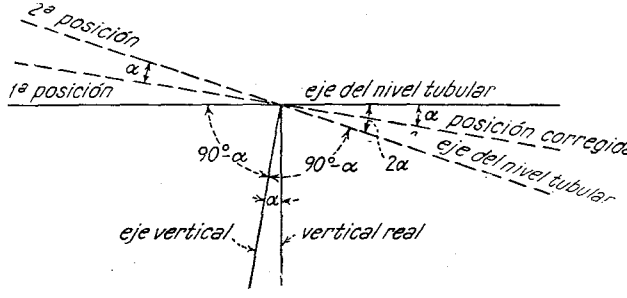


FIG. 8-20.

que aplicar es un arco cuyo ángulo correspondiente es α, y para ello se hace que la burbuja recorra la mitad de su distancia al punto medio del nivel por medio de los tornillos situados en uno de los extremos de este último. Se vuelve a nivelar el instrumento con los tornillos nivelantes y se repiten las operaciones hasta conseguir el calado permanente de la burbuja. Lo más corriente es que haya que repetir tres o cuatro veces estas correcciones. Como comprobación final se ve si la burbuja está calada estando paralelo el nivel a un par de tornillos nivelantes y en posición perpendicular a la misma, o sea en dirección del tercer tornillo (o de los otros dos opuestos, si la plataforma es de cuatro tornillos nivelantes).

2.° *Perpendicularidad entre el hilo horizontal del retículo y el eje vertical, o sea horizontalidad de dicho hilo cuando el instrumento está nivelado.*—Se enfoca el hilo horizontal sobre un punto fijo tal como el *A* (véase Fig. 8-21) y se hace girar muy despacio el instrumento alrededor

de su eje vertical; si se ve el punto trasladarse sobre el hilo, no hay que hacer corrección alguna. Pero si el punto se aparta del hilo y se sitúa en una posición tal como A', en la parte opuesta del campo visual, entonces se aflojan dos tornillos consecutivos y se gira el retículo hasta que en un nuevo ensayo se vea el punto recorrer el hilo en toda su longitud. Para hacer esta prueba y corrección no es preciso que el instrumento esté nivelado.

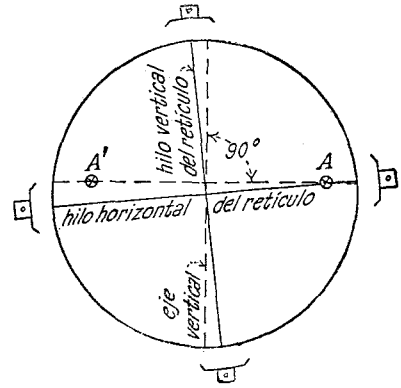


FIG. 8-21.

3.° *Paralelismo entre el eje de colimación del anteojo y el del nivel tubular. (Prueba de las dos estacas.)* MÉTODO I.—Se clavan dos estacas en el suelo, a distancia una de otra comprendida entre 60 y 90 m, procurando que el terreno sea aproximadamente horizontal. Se estaciona y se nivela el instrumento en una posición tal que el ocular quede a 12 mm o menos por delante de la mira situada sobre una de las estacas, p. ej., la *A*, tal y como se ve en la figura 8-22. Con la mira en *A*, se hace la lectura *a* mirando por el objetivo del anteojo (con el ocular casi tocando la mira). Los hilos del retículo no son visibles, pero el campo visual es tan reducido (unos 5 mm) que puede determinarse su centro con toda precisión (0,5 mm) colocando la punta de un lápiz sobre la mira.

Se lleva la mira sobre la otra estaca, la *B*, y se hace una lectura *b* desde *A* como de costumbre. Se lleva el instrumento a *B* y, procediendo como en *A*, se toman las lecturas *c* y *d*.

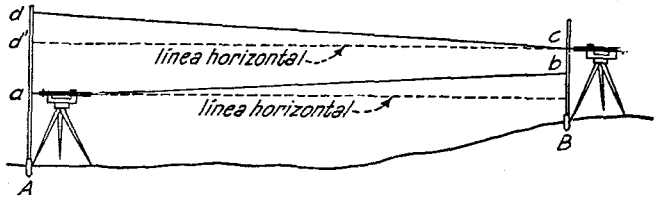


FIG. 8-22.—Método de las dos estacas (I).

Llamando $e = dd'$ al error del eje de colimación para la distancia *AB*, el verdadero desnivel, partiendo de las lecturas hechas desde *A*, será:

$$\text{desnivel verdadero} = a - (b - e), \qquad [9]$$

y con las lecturas tomadas con el instrumento en *B*,

$$\text{desnivel verdadero} = (d - e) - c \qquad [10]$$

Sumando estas dos desigualdades y dividiendo por 2 se tendrá:

$$\text{desnivel verdadero} = \frac{(a - b) + (d - c)}{2} \qquad [11]$$

donde se ve que la diferencia real de alturas es la media de la diferencia entre las lecturas de nivel hechas con el instrumento en A y la diferencia entre las tomadas con el instrumento en B.

Si estas dos diferencias son iguales, es decir, si $(a - b) = (d - c)$, el eje de colimación está corregido. En caso contrario, la lectura corregida sobre la mira A, desde el punto B, es

$$d' = c + \text{desnivel verdadero} = c + \frac{(a - b) + (d - c)}{2} \qquad [12]$$

La corrección se lleva a cabo moviendo el retículo verticalmente hasta que la visual corte a la mira en d'. Se repite el procedimiento para comprobar la exactitud de la corrección.

EJEMPLO 1. Con el nivel en A se han hecho las lecturas siguientes: $a = 1{,}2258$ y $b = 0{,}8115$; con el nivel en B, las lecturas han sido: $c = 1{,}1613$ y $d = 1{,}6626$. Aplicando la fórmula [11] se tiene para valor del desnivel:

$$\frac{(1{,}2258 - 0{,}8115) + (1{,}6626 - 1{,}1613)}{2} = 0{,}4578 \text{ m},$$

estando B más alto que A. La lectura correcta desde B con la visual horizontal sería:

$$1{,}1613 + 0{,}4578 = 1{,}6191 \text{ m}.$$

Hay que tener muy en cuenta los signos en las fórmulas [11] y [12], pues de no hacerlo así, si el error e es mayor que el desnivel entre las dos estacas, la media de la diferencia no dará el desnivel real o verdadero. Por esta razón siempre deben comprobarse los resultados.

En realidad habría que agregar a la lectura corregida d' la corrección por curvatura terrestre y por refracción atmosférica (véase Sec. 8-2). Para una visual de 60 m de longitud, esta corrección es aproximadamente de 0,3 mm, y para 90 m, de 0,6 mm. Como se ve, estas correcciones son tan insignificantes que se desprecian en las nivelaciones corrientes.

En vez de mirar por el objetivo a la mira inmediata al anteojo se puede estacionar el instrumento a corta distancia de la mira (a 2 ó 3 m), en cada uno de los puntos A y B, y hacer las lecturas del modo usual. La corrección se puede considerar como una primera aproximación y debe repetirse para obtener resultados más precisos.

Las ventajas del método I son: 1) Los cálculos son fáciles, y 2) el tubo portaobjetivo tiene la misma posición en las dos visuales, con lo cual se elimina un posible error de enfilación.

MÉTODO II.—Se clavan dos estacas de 60 a 90 m de distancia entre sí sobre terreno llano, a las que designaremos con las letras A y B (véase Fig. 8-23). Se estaciona el instrumento en un punto M equidistante de A y de B, o sea situado en un plano vertical que pasa por el punto medio de AB. Sobre A se hace la lectura a y sobre B la b; el desnivel real entre A y B es $(a - b)$, ya que cualquier posible error será el mismo para las dos distancias iguales L_m. Siempre hay que tener en cuenta los signos al hacer el cálculo.

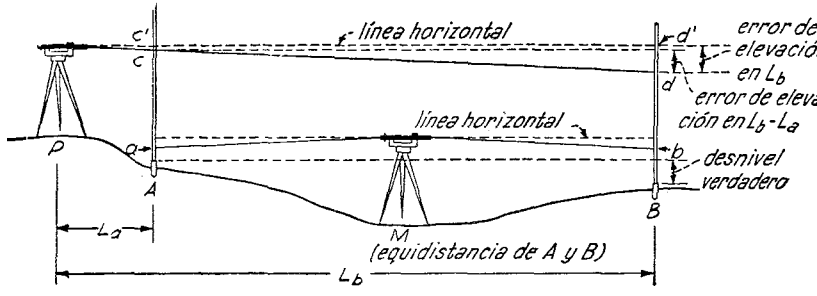


FIG. 8-23.—Método de las dos estacas (II).

Se lleva a continuación el instrumento a un punto P, próximo al A, siendo preferible, aunque no necesario, que esté en la misma alineación AB; se miden las distancias L_a a A y L_b a B, y se hacen las lecturas respectivas c y d. La diferencia $(c - d)$, tomada en el mismo sentido que antes, dará el desnivel; si $(c - d) = (a - b)$, el eje de colimación es paralelo al eje del nivel tubular, estando el instrumento a punto. En caso contrario, la diferencia $(c - d)$ se llama desnivel falso o aparente, y la inclinación (error) de la visual para la distancia $(L_a - L_b)$ es igual entonces a $(a - b) - (c - d)$; para la lectura sobre la mira más distante este error será, proporcionalmente,

$$\frac{L_b}{L_b - L_a}[(a - b) - (c - d)].$$

Restando algebraicamente este error de la lectura d sobre la mira más alejada, se obtiene la lectura verdadera d' en B para la visual horizontal con el instrumento en P. Se coloca la tablilla a la altura d' y se dirige la visual a la tablilla moviendo verticalmente el retículo.

EJEMPLO 2. Con el instrumento en M, la lectura a es 0,2910, y la b, 0,8958; el desnivel real, igual a $(a - b)$, será $0{,}2910 - 0{,}8958 = -0{,}6048$, que nos dice que B está más bajo que A. Con el instrumento en P, la lectura de mira c es 1,5378, y d, 2,1054; el desnivel aparente $(c - d)$ será, pues, $1{,}5378 - 2{,}1054 = -0{,}5676$, que indica también que B está más bajo que A. Las distancias observadas L_a y L_b son, respectivamente, 9 y 69 m. La inclinación del eje de colimación

a la distancia (69 — 9) = 60 m es (—0,6048) — (—0,5676) = —0,0372 m. El error en elevación del eje visual sobre la mira lejana es (69/60) × (—0,0372) = —0,0428 m. La lectura correcta d' para una visual horizontal será 2,1054 — (—0,0428) = = 2,1482 m.

Como comprobación parcial del cálculo se puede deducir, por una proporción, la lectura corregida c' en A; el desnivel obtenido con las dos lecturas corregidas c' y d' debe ser igual al desnivel real observado al principio en M.

EJEMPLO 3. En el ejemplo anterior el error en elevación de la visual sobre la mira más próxima es (9/60) × (—0,0372) = —0,0056 m. La lectura corregida c' es 1,5378 — (—0,0056) = 1,5434. El desnivel aparente será 1,5434 — 2,1482 = = —0,6048 m, que es igual al desnivel real o verdadero. De este modo quedan comprobadas todas las operaciones.

Tanto en el método I como en el II debe siempre dibujarse un croquis. En teoría, hay que agregar también a la lectura final d' las correcciones de curvatura y refracción, aunque en la práctica se considere esta corrección como despreciable.

Algunos topógrafos prefieren estacionar en P a unos 2 ó 3 m de A y tomar la diferencia $[(a-b)-(c-d)]$ como valor del error total

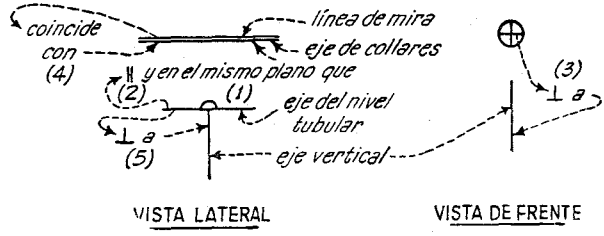


FIG. 8-24.—Condiciones que debe satisfacer el equialtímetro de anteojo reversible.

en elevación, que hay que restar de la lectura d'. Esta determinación se toma como una primera aproximación, repitiéndose la operación al estacionar después de nuevo en P. Los cálculos resultan así reducidos, pero el trabajo de campo es mayor.

Las ventajas del método II son que en ningún caso hay que hacer lecturas con el anteojo al revés y que no es necesario estacionar en la alineación AB.

8-24. Condiciones que debe cumplir el equialtímetro de anteojo reversible.—Para que un equialtímetro de esta clase (que lleva el nivel unido al anteojo) esté corregido deben cumplirse las siguientes condiciones (Fig. 8-24):

1.ª El eje del nivel tubular y el eje mecánico [1] del anteojo deben estar en un mismo plano.

2.ª El eje del nivel tubular debe ser paralelo al eje geométrico del anteojo.

3.ª El hilo horizontal del retículo ha de estar en un plano perpendicular al eje vertical, de modo que sea horizontal cuando el instrumento esté nivelado.

4.ª El eje de colimación (visual) debe coincidir con el eje geométrico, o sea que ha de ser paralelo al eje del nivel.

5.ª Para facilitar la nivelación, el eje del nivel tubular (y, por tanto, el eje de collares) ha de ser perpendicular al eje vertical.

Además, el eje óptico y el eje del tubo portaobjetivo deben coincidir con la línea de mira o eje de colimación. En la mayoría de los instrumentos de esta clase, los ejes óptico y del tubo portaobjetivo son fijos, por construcción, y no hay que ocuparse de su corrección.

8-25. Comprobación del equialtímetro de anteojo reversible.—1. *Hacer coplanarios el eje del nivel tubular y el eje de collares.*—Se levantan las abrazaderas del anteojo, se nivela el instrumento y se hace girar el anteojo unos grados en sus cojinetes o soportes. Si se cumple la condición propuesta, la burbuja permanece calada.

Si la burbuja se mueve, se lleva al centro por medio de los tornillos laterales de corrección, dispuestos en uno de los extremos del nivel.

2. *Paralelismo entre el eje del nivel de aire y el eje mecánico del anteojo.*—Se quitan las abrazaderas, se nivela el instrumento con todo cuidado, se saca el anteojo de sus soportes y se invierte. Si se verifica la condición propuesta, la burbuja sigue calada.

Si la burbuja se corre, su desplazamiento es doble del error (véase Fig. 8-20); por medio de los tornillos verticales de corrección, situados en un extremo del nivel, se hace retroceder la burbuja la mitad de la distancia que la separa del centro. Se vuelve a nivelar el instrumento con los tornillos nivelantes y se repiten estas operaciones hasta que la burbuja quede calada en ambas posiciones del anteojo.

3. *Colocación del hilo horizontal del retículo en un plano perpendicular al eje vertical (y, por tanto, horizontal cuando el instrumento está nivelado).*—Esta regulación y corrección se efectúa del mismo modo que la indicada para el equialtímetro de anteojo fijo (véase Sec. 8-22, 2). En algunos instrumentos se hace esta comprobación girando el anteojo en sus collares en vez de hacer girar al retículo dentro del anteojo. El anteojo se fija en la posición debida por medio de un tope regulable unido a uno de los soportes.

4. *Coincidencia del eje de colimación con el eje geométrico o mecánico (y, por ende, paralelismo con el eje del nivel).*—Se aflojan las abrazaderas, se enfila el centro de la cruz reticular sobre un punto

[1] Se llama así al eje geométrico del anteojo, conocido también con los nombres de «eje de collares» o «eje de soportes», y representa en realidad la dirección del tubo del anteojo montado sobre las horquillas.

fijo y se amordaza el eje vertical. Se da media vuelta al anteojo alrededor de su eje longitudinal; si la visual continúa sobre el punto antes mirado, el instrumento está perfectamente regulado en cuanto se refiere a la condición dicha de paralelismo.

Cuando esta segunda visual no coincide con la primera se corrige el retículo hasta que la visual caiga en el punto medio de sus dos posiciones anteriores (véase Fig. 8-25). Se repite la operación hasta conseguir la coincidencia de las visuales. La corrección del retículo se hace moviendo tornillos opuestos, primero llevando uno de los hilos a la posición debida y después el otro. Cuando la diferencia entre las visuales es considerable, es mejor aflojar un poco dos tornillos consecutivos antes de alinear el retículo.

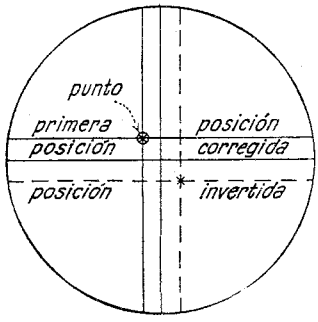


FIG. 8-25.

5. *Perpendicularidad entre el eje del nivel de aire (y, por consiguiente, el eje de collares) y el eje vertical.*—Toda vez que las correcciones anteriores han asegurado el paralelismo o coincidencia entre el eje del nivel tubular, el eje de colimación y el eje mecánico, esta de que nos ocupamos ahora no mejora la precisión de las observaciones, pero hace posible nivelar el instrumento de modo que la burbuja se mantenga calada para todas las direcciones del anteojo.

Se nivela el instrumento y se invierte el anteojo después de quitadas las abrazaderas. Si se mueve la burbuja, su corrimiento es doble del error (véase Fig. 8-20); se hace retroceder la mitad de su desplazamiento hacia el centro por medio de uno de los tornillos que regulan la posición vertical de uno de los soportes. La corrección es idéntica a la del nivel tubular en el equialtímetro de anteojo fijo, pero en el de anteojo reversible tanto el anteojo como el nivel se mueven en un plano vertical.

Collares desgastados.—Cuando los collares o los cojinetes (horquillas) están gastados no pueden aplicarse los procedimientos anteriores, teniendo que recurrir al método de las dos estacas, como para el instrumento de anteojo fijo. El sistema usual consiste en regular primero el retículo del modo acostumbrado, haciendo coincidir lo más exactamente posible el eje de colimación con el eje mecánico o de collares. Habiéndose determinado el desnivel verdadero entre dos puntos por el método de las dos estacas, se corrige el eje de colimación (línea de mira) con los tornillos nivelantes y se centra la burbuja por medio de los tornillos de corrección de uno de los extremos del nivel tubular.

8-26. Comprobación y corrección del nivel de mano.—El procedimiento más sencillo consiste en colocar el nivel de mano junto a un equialtímetro previamente nivelado y enfocado sobre un punto dado.

La visual del nivel de mano debe incidir sobre el mismo punto cuando su burbuja está centrada.

El nivel de Locke se corrige por medio de los tornillos que hay en el extremo del tubo, que actúan sobre el retículo; como es sabido, el centro de este último determina la dirección de la visual. El nivel de Abney se corrige subiendo o bajando uno de los extremos del tubo hasta que la

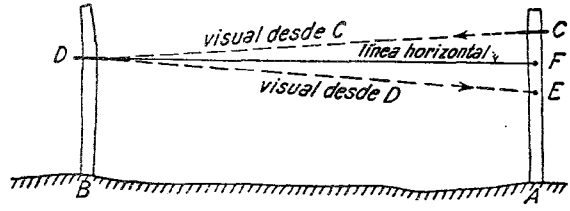


FIG. 8-26.—Corrección del nivel de mano.

burbuja quede centrada, habiendo puesto previamente el índice en el cero de la escala.

El nivel de mano, aunque no esté corregido, puede servir para determinar una línea horizontal aplicando el método de las dos estacas (véase Sec. 8-23). Sean *A* y *B* dos postes (Fig. 8-26), árboles u otros objetos adecuados en un terreno aproximadamente horizontal, como se ve en la figura. Se coloca el nivel en *C*, y, con la burbuja calada, se mira al punto *D*; se lleva después el nivel a *D* y se señala el punto visado en *E*, también con la burbuja calada. La longitud *EC* es el doble del error, luego el punto *F*, medio del segmento *EC*, está sobre la horizontal que pasa por *D*.

PROBLEMAS NUMERICOS

8-1. ¿Cuál es el efecto combinado de la curvatura terrestre y de la refracción atmosférica a una distancia de 100 m? ¿Y a 1000 m? ¿Y a distancia de 10 Km?

8-2. Un observador, situado a la orilla del mar, ve el remate de un faro distante 24 Km. La altura de los ojos del observador es de 1,75 m sobre el suelo. Hállese la altura del faro sobre el nivel del mar.

8-3. Dos puntos *A* y *B* están a 600 m cada uno de un tercer punto; desde este último se miden los ángulos verticales correspondientes a los dos primeros; el correspondiente al punto *A* es de $+3° 21'$, y el de *B*, $+0° 32'$. Calcúlese el desnivel entre *A* y *B*.

8-4. Sea *A* un punto de cota 30 m y *B*, *C* dos puntos de cota desconocida; por medio de un goniómetro colocado a 1,2 m sobre *C* se miden los ángulos verticales correspondientes a *A* y *C*, resultando ser su valor $-1° 55'$ para *A* y $3° 36'$ para *C*. Siendo la distancia horizontal *AB* de 450 m, y la *BC* de 1500 m,

hállense las cotas o alturas de *B* y de *C*, teniendo en cuenta la curvatura terrestre y la refracción atmosférica.

8-5. La distancia entre dos puntos *A* y *B* es de 300 m. La altura de *A* es de 184,509 m. Colocando un nivel en la alineación *AB*, a 75 m de *A*, las lecturas de mira sobre *A* y *B* son, respectivamente, 2,745 m y 0,621 m. Calcúlese la altura de *B*, teniendo en cuenta curvatura y refracción. Dígase cuál sería en valor y signo el error cometido al despreciar el efecto de una y otra.

8-6. Se tienen dos puntos *A* y *B* distantes entre sí 120 m; la altura de *A* es de 184,511 m. Estacionando un nivel entre ambos puntos, a 30 m de *A*, se obtienen las lecturas respectivas 1,743 y 2,207. Hállese la altura de *B*, despreciando las correcciones por curvatura y refracción, y calcúlese la magnitud y el signo del error que así se comete.

8-7. La lectura hecha con un equialtímetro sobre una mira a 90 m de distancia es de 1,896 m. La burbuja se desplaza cinco divisiones del nivel, cuando se hace una lectura de 1,976 m sobre la mira. Dígase cuál es la sensibilidad del nivel de aire en segundos de arco. Calcúlese el radio de curvatura del nivel si cada división mide 2 mm.

8-8. Mirando por el anteojo de un equialtímetro se ve que la imagen amplificada de la parte de mira comprendida entre las lecturas 1,50 y 1,56 m cubre la imagen natural (sin amplificación) de la parte comprendida entre 0,63 y 2,43. ¿Cuál es el aumento del anteojo?

8-9. Dibújense: *a)* un nonio directo; *b)* otro inverso, que aprecien dobles centésimas de milímetro, siendo igual cada división de la escala principal a 1,5 mm.

8-10. Dibújense un nonio directo y otro inverso con los que se pueda leer la décima de milímetro para una mira de arquitecto dividida de 3 en 3 mm. Dibújese un croquis bien claro de cada nonio y un trozo de mira para una lectura de 5 cm, con todas sus divisiones y la numeración correspondiente.

8-11. Sobre una mira dividida de 5 en 5 mm se dispone un nonio inverso con el que se puedan leer dobles décimas de milímetro. Dígase lo siguiente: *a)* longitud de una división del nonio; *b)* número de divisiones del nonio; *c)* número de divisiones de la escala principal correspondiente a la longitud del nonio, y *d)* apreciación del nonio. Para una lectura de mira de 3,124 m, ¿cuál es la división del nonio que coincidirá con otra de la escala?

8-12. El diámetro del campo visual de un equialtímetro es de 1,575 m con la mira a 90 m del objetivo. Hállese la anchura angular (amplitud) del campo visual.

8-13. Determínese el error que se comete al inclinar 12 cm hacia adelante una mira en una longitud de 4 m para una lectura de mira de 1,5 m. Hágase el cálculo aproximado y el exacto, y compárense los resultados.

8-14. En el método A de las dos estacas, con un equialtímetro de anteojo y nivel fijos, se han obtenido los siguientes datos:

	Nivel en *A*	Nivel en *B*
Lectura de mira sobre *A*	1,4911	0,9231
Lectura de mira sobre *B*	2,0208	1,4256

Determínese el desnivel verdadero entre los dos puntos. Con el nivel en *B*, dígase a qué lectura sobre la mira en *A* hay que dirigir la visual y calcúlese el error de la línea de mira para la distancia *AB*.

8-15. En el método B de las dos estacas se han hecho las siguientes observaciones con un equialtímetro de anteojo y nivel fijos:

	Nivel en *A*	Nivel en *B*
Lectura sobre la mira en *A*	1,0836	0,5586
Lectura sobre la mira en *B*	0,9744	0,2738

El punto *M* es equidistante de *A* y *B*; el punto *P* está a 12 m de *A* y a 72 m de *B*. Hállese el desnivel verdadero entre los dos puntos. Con el nivel en *P*, dígase a qué lectura de mira en *B* hay que ajustar la visual. Determínese la correspondiente lectura de mira sobre *A* para una visual horizontal. Compruébense estas dos lecturas de mira, con el desnivel verdadero, previamente determinado.

PROBLEMAS DE CAMPO

Problema 1. Aumento del anteojo

Objeto. Determínese el número de veces que se ve amplificado un objeto con el anteojo.

Procedimiento. 1) Se visa una mira colocada verticalmente a unos 5 m por delante del instrumento. 2) Con los dos ojos abiertos se mueve el anteojo hasta que la imagen a simple vista caiga sobre la imagen que se ve con el anteojo. 3) Compárese 1 dm de la mira, visto con el anteojo, con el trozo que se ve a simple vista. El número de decímetros que aparentemente cubre la imagen ampliada es el aumento del anteojo.

Advertencias y precauciones. Siempre hay que tener cierta práctica para ver las dos imágenes a la vez. Primero se mira con el anteojo, y después, sin dejar de mirar, se ve con el otro ojo. Con un poco de práctica se ven las dos imágenes con toda claridad. Si es preciso, se hace girar un poco el nivel para que la imagen natural caiga sobre la amplificada. Para hacer esta operación se elige el decímetro de la imagen ampliada que quede enteramente dentro del campo visual. Se observa la lctura de la línea superior de este decímetro en la imagen ampliada y después se observa la inferior. La diferencia entre estas dos lecturas, en decímetros, mide el aumento del anteojo.

Problema 2. Radio de curvatura del nivel tubular

Objeto. Determínese, en campo, sin aparatos especiales, el radio de curvatura del nivel tubular de un teodolito o de un equialtímetro.

Procedimiento. 1) Se coloca la mira sobre un punto fijo a 100 m del instrumento. Con uno de los extremos de la burbuja en una división próxima al final del nivel se hace una lectura sobre la mira, apreciando el medio milímetro.

Se anota la posición exacta de cada extremo de la burbuja. 2) Se actúa sobre los tornillos nivelantes hasta que el otro extremo de la burbuja se disponga cerca del otro extremo del nivel. Se hace otra lectura de mira y se mide la distancia exacta recorrida por cada extremo de la burbuja. 3) Se anotan el corrimiento de la burbuja (aproximado hasta el medio milímetro) y la diferencia entre las dos lecturas de mira. 4) De este modo se obtiene una serie de cinco corrimientos de la burbuja y sus correspondientes lecturas de mira. 5) El radio de curvatura se calcula con la fórmula $R = (b/t)D$, donde R es el radio de curvatura; D, la distancia entre el instrumento y la mira; b, el promedio de los cinco corrimientos de la burbuja, y t, la media de las cinco diferencias de lecturas de mira. 6) Se calcula el valor de una división del nivel tubular en segundos **de arco.**

PROBLEMA 3. COMPROBACIÓN Y CORRECCIÓN DEL EQUIALTÍMETRO

Objeto. Corrección en campo de un equialtímetro.

Procedimiento. 1) Se opera como se dijo en la sección 8-23 para el equialtímetro de anteojo y nivel fijos o como se indicó en la sección 8-25 para el de anteojo reversible. 2) Se anotan todas las observaciones correspondientes en la libreta de campo. Para cada corrección separada se anotan todos los datos, como son las condiciones que debe cumplir el instrumento, la comprobación, el estado del instrumento respecto a la condición teórica que debe satisfacer, y comprobación final. Si se considera necesario, para mayor claridad deben hacerse los croquis que se estimen oportunos. En la figura 8-27 se ve un formu-

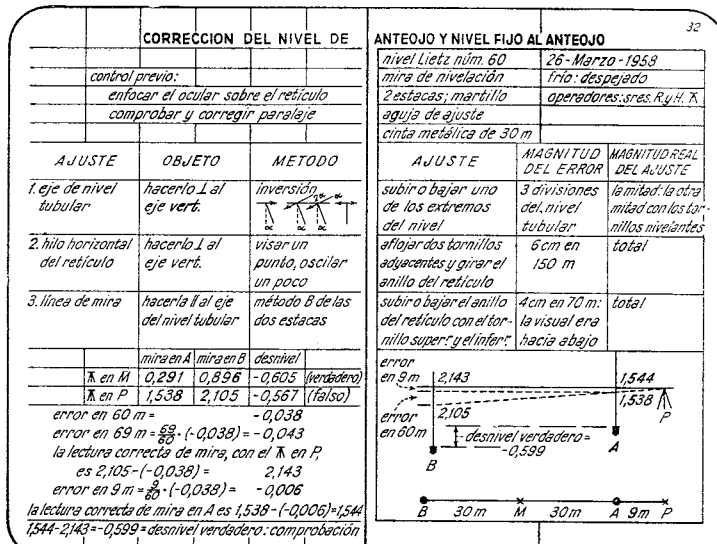

CORRECCION DEL NIVEL DE
control previo:
enfocar el ocular sobre el retículo
comprobar y corregir paralaje
AJUSTE
OBJETO
METODO
1. eje de nivel tubular
hacerlo ⊥ al eje vert.
inversión
2. hilo horizontal del retículo
hacerlo ⊥ al eje vert.
visar un punto, oscilar un poco
3. línea de mira
hacerla ∥ al eje del nivel tubular
método B de las dos estacas
mira en A
mira en B
desnivel
A en M
0,291
0,896
-0,605
(verdadero)
A en P
1,538
2,105
-0,567
(falso)
error en 60 m = -0,038
error en 9 m = 9/60 · (-0,038) = -0,043
la lectura correcta de mira, con el A en P,
es 2,105 - (-0,038) = 2,143
error en 9 m = 9/60 · (-0,038) = -0,006
la lectura correcta de mira en A es 1,538 - (-0,006) = 1,544
1,544 - 2,143 = -0,599 = desnivel verdadero: comprobación
32
ANTEOJO Y NIVEL FIJO AL ANTEOJO
nivel Lietz núm. 60
26-Marzo-1958
mira de nivelación
frío: despejado
2 estacas; martillo
operadores: sres. R. y H.
aguja de ajuste
cinta metálica de 30 m
AJUSTE
MAGNITUD DEL ERROR
MAGNITUD REAL DEL AJUSTE
subir o bajar uno de los extremos del nivel
3 divisiones del nivel tubular
la mitad: la otra mitad con los tornillos nivelantes
aflojar dos tornillos adyacentes y girar el anillo del retículo
6 cm en 150 m
total
subir o bajar el anillo del retículo con el tornillo superior y el inferior
4 cm en 70 m: la visual era hacia abajo
total
error en 9 m
2,143
1,544
1,538
P
error en 60 m
2,105
desnivel verdadero = -0,599
A
B
B 30 m M 30 m A 9 m P

FIG. 8-27.—Registro de campo para la corrección del equialtímetro de anteojo y nivel fijos. (Para uso de alumnos en prácticas.)

lario para registro de los datos de campo muy indicado para su uso en las prácticas de los alumnos. En la práctica es de la mayor importancia conocer aproximadamente el valor de la descorrección del instrumento para decidir si debe repetirse algún trabajo anterior.

REFERENCIA

1. IRISH, Sumner B.: «Measuring the Precision of a Level», *J. Surveying and Mapping Div., Am. Soc. Civil Engr.*, págs. 35-44, 1963.

CAPITULO IX

NIVELACION COMPUESTA

9-1. Generalidades.—Se llama *nivelación compuesta* a la operación de determinar desniveles entre puntos lo bastante alejados entre sí para que sea necesario hacer varias estaciones con el instrumento a lo largo de uno o varios itinerarios; en cada estación hay que hacer una lectura hacia atrás (llamada *nivelada de espalda)* sobre la mira situada en un punto de cota conocida, y otra hacia adelante *(nivelada de frente)* con la mira en un punto de altura desconocida.

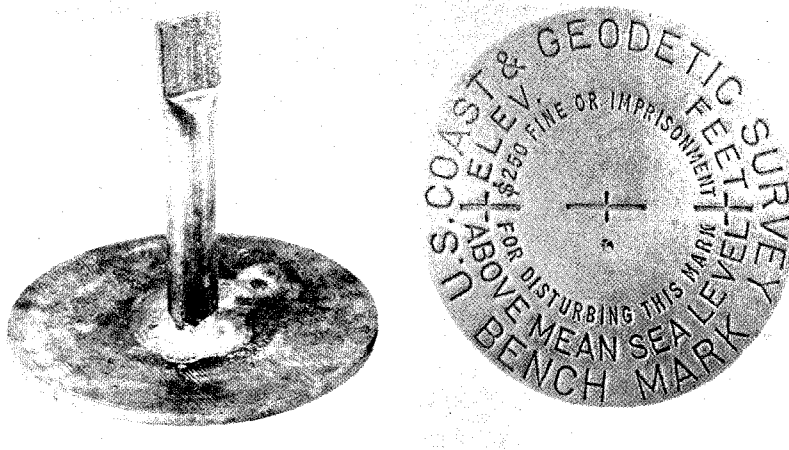


FIG. 9-1.—Señal de nivelación del Servicio Geodésico y de Costas de Estados Unidos.

9-2. Referencias o puntos permanentes.—Se llama así a los puntos de carácter más o menos permanente cuya cota y situación son perfectamente conocidas y que sirven como puntos de partida para la nivelación de una zona determinada. La altura de estas referencias se ha calculado por nivelación compuesta, excepto cuando se da cota arbitraria a un punto de partida para un proyecto aislado, puramente local.

En todos los países existe una red de nivelación con señales permanentes (en ciudades, carreteras, ferrocarriles, etc.) que permiten al topó-

grafo disponer con facilidad de una cota de arranque cercana a su lugar de trabajo.

La figura 9-1 representa una señal del Servicio de Costas de Estados Unidos, consistente en un clavo de bronce, de cabeza ancha y plana, que se fija sobre piedra o cemento, y que lleva grabada en su parte exterior la cota o altura sobre el nivel medio del mar. También se usan como referencias piedras labradas, estacas y tubos o clavos hundidos en el terreno; así mismo, clavos sobre árboles y piezas de bronce alojadas en huecos practicados en el pavimento de las calles y sujetas con cemento, y señales pintadas o grabadas en el bordillo de las aceras.

Al comenzar una nivelación se parte de una de estas referencias, de cota conocida o de altura arbitrariamente asignada; una vez determinadas las alturas de otros puntos y fijada su posición en el plano, estos se convierten, a su vez, en referencias.

9-3. Definiciones.—Un *punto de cambio* es un punto intermedio entre dos referencias sobre el cual se hacen dos lecturas, una de frente y otra de espalda. Estos puntos se materializan con un clavo o con una plancha (véase Sec. 8-18), que lleva consigo el portamira, después de hecha la observación; también puede servir de punto de mira cualquier objeto o señal permanente, como el vértice de la curva de una acera, un perno de una vía férrea, una piedra clavada, etc. En la libreta de campo suele anotarse la clase de punto observado. También puede emplearse para ello una referencia principal.

Nivelada de espalda (N. E.) es una lectura de mira sobre un punto de cota conocida, ya sea permanente o de cambio. En general, pero no siempre, se hace esta lectura mirando hacia atrás conforme se avanza en el itinerario de nivelación, y de ahí proviene el nombre de nivelada de *espalda.*

Nivelada de frente (N. F.) es la lectura sobre una mira colocada en un punto cuya altura hay que hallar, y que puede ser un punto de cambio o una referencia que haya que establecer. Esta nivelada se hace en el sentido de la marcha.

Cota del instrumento (C. I.) es la distancia vertical entre el eje de colimación del anteojo y la superficie de nivel cero una vez nivelado el instrumento.

En los levantamientos con teodolito, las expresiones visual atrás, visual adelante y altura o cota del instrumento tienen distinto significado que para el nivel.

9-4. Método operatorio.—En la figura 9-2, P. M.$_1$ es un punto de cota conocida, y P. M.$_2$, uno permanente cuya cota hay que determinar. Se coloca la mira en P. M.$_1$ y se estaciona el nivel en un punto conveniente N_1, en el itinerario de P. M.$_1$ a P. M.$_2$, pero de tal modo que se vea claramente la mira sin procurar que esté forzosamente sobre la alineación P. M.$_1$ — P. M.$_2$. Se hace una lectura hacia atrás sobre la mira colocada en P. M.$_1$, y sin mover el instrumento marcha el portamira hacia adelante, para situar la mira en un punto P. C.$_1$, a distancia apropiada

al alcance del anteojo y en la dirección P. M.$_1$ — P. M.$_2$, siguiendo las indicaciones que le haga el observador. Es conveniente, pero no obligado, que toda distancia hacia adelante, como la N_1 — P. C.$_1$, sea aproximadamente igual a la de espalda N_1 — P. M.$_1$; lo esencial es que los puntos de cambio se tomen sobre objetos fijos y a una altura y posición tales que las lecturas de mira se puedan hacer con precisión y facilidad. Una vez hecha esta lectura de frente, el portamira permanece en su sitio, estacionando el observador el instrumento en otro punto adecuado N_2 y haciendo una lectura hacia atrás sobre la mira en el punto anterior P. C.$_1$; el portamira vuelve a marchar hacia adelante hasta un segundo punto de mira P. C.$_2$, y así sucesivamente hasta tomar una última lectura, hacia adelante, sobre la mira dispuesta sobre el punto final P. M.$_2$.

En la figura 9-2 se ve que *una lectura de espalda sumada a la cota* del punto sobre el que se hace la lectura es igual a la cota del instrumento, y que *una lectura de frente restada de la cota del instrumento* da la cota

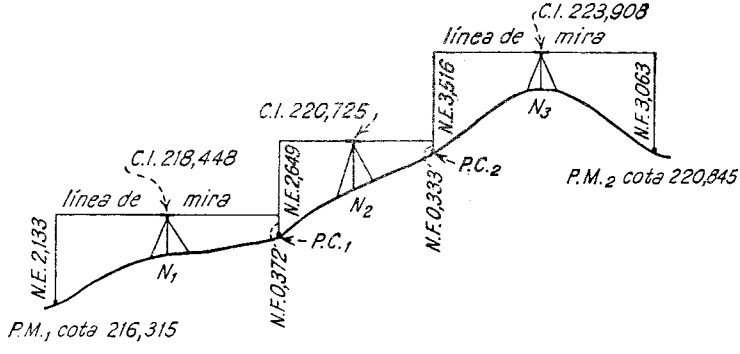


FIG. 9-2.—Nivelación compuesta.

del punto sobre el que se ha hecho la lectura. Es decir, que si la cota de P. M.$_1$ es 216,315 m y la de N. E. es 2,133 m, la C. I. con el nivel en N_1 será 216,315 + 2,133 = 218,448. Y si la siguiente N. F. es 0,372 m, la cota de P. C.$_1$ será 218,448 — 0,372 = 218,076 m. También se verifica que la diferencia entre las niveladas de espalda y de frente, tomadas ambas desde un mismo punto sobre otros dos, es igual al desnivel entre estos últimos. De aquí se deduce que la diferencia entre las sumas de las niveladas de espalda y la suma de las de frente nos da el desnivel o diferencia de cota entre los puntos extremos.

Generalmente, dado que el instrumento está a mayor altura que los puntos sobre los cuales se hacen las lecturas de mira, se suelen llamar niveladas positivas (+) a las de espalda y negativas (—) a las de frente, y con estos signos se registran en la libreta de campo. Sin embargo, hay veces que en nivelaciones de túneles o edificios es preciso hacer

lecturas sobre puntos de mayor cota que la del instrumento; en estos casos se coloca la mira invertida, y en la libreta de campo se indica con el signo *menos* cada nivelada de espalda que se haga y con el signo *más* las de frente.

Cuando hay que fijar varias señales o referencias a lo largo de un itinerario, en cada punto de cambio se deja una señal. Las cotas de las referencias se comprueban, a veces, repitiendo la nivelación en sentido inverso, pero lo más corriente es «amarrar» o «cerrar» sobre una señal permanente ajena al itinerario y próxima a uno de sus extremos, así como también nivelar de nuevo el itinerario empezando por el primer punto de partida. Cuando un itinerario termina en el punto por donde se comenzó, se dice que es *cerrado;* en estos itinerarios la observación final es, evidentemente, una visual de frente sobre el punto inicial. Si cada punto de estación del itinerario cerrado ha sido también punto de mira, y el error de cierre cae dentro de los límites tolerables, se dan como exactas las cotas de todos los puntos nivelados, dentro de los límites de precisión propuestos.

9-5. Igualdad entre las distancias de frente y de espalda.—En la sección 8-6 se ha visto que cuando una nivelada de frente es de igual longitud que la correspondiente de espalda queda eliminado todo error de lectura debido a la curvatura terrestre y a la refracción atmosférica. En las nivelaciones corrientes no se procura, de modo especial, que la nivelada de frente tenga la misma longitud que la precedente de espalda. El que haya que medir e igualar aproximadamente tales distancias depende del grado de precisión requerido en la nivelación. Los efectos de la curvatura terrestre y de la refracción atmosférica son insignificantes, a menos que haya una desproporción excesiva entre la distancia de frente y la de espalda. El efecto de los errores instrumentales es mucho mayor que el debido a la desigualdad de las distancias. Por muy esmeradamente que se hayan hecho todas las correcciones, siempre hay el peligro de que el eje de colimación no sea exactamente paralelo al del nivel tubular, de tal modo que, aunque el instrumento esté perfectamente nivelado, el eje visual puede estar siempre algo inclinado hacia arriba o siempre hacia abajo. Es evidente que el error de lectura debido a este defecto será proporcional a la distancia entre instrumento y mira, y para una distancia dada tendrá un mismo valor y signo tanto para la nivelada de espalda como para la de frente. Puesto que las lecturas de espalda se suman y las de frente se restan, es evidente que los errores instrumentales de esta clase quedan eliminados si, entre dos estaciones dadas, la *suma* de las distancias de espalda es igual a la *suma* de las distancias de frente.

En las nivelaciones ordinarias se hace poco caso de esta igualdad de distancias, pero *hay que tener la seguridad de que el instrumento está bien corregido.* Normalmente, en nivelaciones sobre terreno llano o ligeramente ondulado, la línea de colimación o eje visual cae siempre sobre la mira, cualquiera que sea la posición del instrumento, y la distancia entre este y la mira depende únicamente de las cualidades ópticas del anteojo empleado. Cuando el observador cambia el nivel

de estación, mide a pasos o a ojo una distancia que estima como máxima para poder hacer una buena lectura de mira, y cuando el portamira avanza hacia otro punto de cambio, también aprecia a ojo la distancia a que tiene que colocarse.

En las nivelaciones de precisión relativamente alta es necesario igualar las niveladas de frente y de espalda entre los puntos de referencia, por lo que deben registrarse estas distancias en el cuaderno de campo. En las nivelaciones menos precisas, tales distancias se determinan casi siempre a pasos; pero, en las de gran precisión, se miden de ordinario con la estadía o con el clisímetro.

En las nivelaciones en pendiente la longitud de la visual depende, en general, de la inclinación del terreno. Para conseguir la máxima distancia posible entre los puntos de mira y, por tanto, para acelerar más el trabajo, el observador coloca el nivel en un sitio tal que el eje visual del anteojo corte a la mira cerca de su extremo más alto si el itinerario es ascendente, o cerca del suelo si marcha cuesta abajo, y guía al portamira para que se sitúe en puntos de análogas condiciones. Al nivelar en pendientes se pueden igualar las distancias de espalda y de frente, con un mínimo de estaciones, siguiendo un itinerario en zigzag.

Aunque entre puntos de cota igual o casi igual tienden a equilibrarse las distancias de espalda y de frente a lo largo del itinerario, sin que influya en ello la clase de terreno, conviene saber que cuando los puntos finales del itinerario difieren mucho en altura, una ligera inclinación del eje visual del anteojo puede dar lugar a un error considerable si no se procura que sean iguales las distancias de espalda a las de frente.

Supongamos dos puntos a 64 Km de distancia entre sí, uno de los cuales está situado al nivel del mar y el otro en una altura de 1600 m; el terreno entre uno y otro punto es de pendiente casi uniforme, de un 2,5 % por término medio, de modo que partiendo del punto más bajo las visuales de espalda deben hacerse cerca del extremo superior de la mira (p. ej., a 3,45 m), y las de frente, cerca del pie (p. ej., a 30 cm). Si el instrumento se colocara directamente entre puntos de mira con el anteojo a 1,35 m sobre el suelo en cada estación, la distancia de espalda sería por término medio doble que la de frente, por lo cual el efecto de cualquier error en el eje visual sería dos veces mayor en las niveladas de espalda que para las de frente. Imaginemos que estando la burbuja perfectamente centrada, el eje visual esté inclinado hacia arriba en un 0,002 %, lo que constituye una excelente corrección. Solo a causa de este error las niveladas de espalda sumarían 80 cm más de lo debido, y las de frente tendrían así mismo un exceso de unos 40 cm; por consiguiente, la cota deducida para el punto final tendría un error, por exceso, de unos 40 cm. Este es un error mucho mayor que el tolerable en toda nivelación de alguna precisión.

También hay que tener en cuenta que el efecto de la curvatura terrestre y de la refracción atmosférica puede ser considerable en las circunstancias del ejemplo anterior, aunque la longitud de las niveladas caiga dentro de los límites normalmente usados en las nivelaciones.

Así, p. ej., si las distancias de espalda fueran de 90 m y las de frente de 45 m, el error constante por estación del nivel debido a la curvatura y a la refracción sería de 0,42 mm, o sea, aproximadamente 21 cm para los 64 Km de itinerario. Este viene a ser el máximo error tolerable en las nivelaciones ordinarias (véase Sec. 9-12). En el ejemplo anterior el error ocasionado por la corrección inexacta del instrumento y el producido por la combinación del de la curvatura con el de la refracción serían del mismo signo, luego el error total sería de 60 cm.

NIVELACION DE PUNTOS PERMANENTES EN LA CARRETERA NUM. 2 — 15-dic.-1957 despejado — observador sr. A. — portamiras sr. B.

est.	N.E.	C.I.	N.F.	cota		notas
P.M.$_1$	2,133	218,448		216,315		poste Km núm. 52
P.C.$_1$	2,649	220,725	0,372	218,076		curva
P.C.$_2$	3,516	223,908	0,333	220,392		
P.M.$_2$	1,296	222,141	3,063	220,845		placa con la inscripción P.M. 3,063, en casilla peones camineros
P.C.$_3$	0,918	220,071	2,988	219,153		
P.C.$_4$	0,822	218,220	2,673	217,398		piedra
P.C.$_5$	0,243	214,977	3,486	214,734		
P.M.$_3$			3,726	211,251		hito de término municipal
ΣN.E. =	11,577	Σ N.F. =	16,641	216,315		
			11,557			
		desnivel =	5,064 =	5,064;	(compr.)	

FIG. 9-3.—Registro de campo para nivelación compuesta.

El efecto combinado de la curvatura y refracción no puede eliminarse del todo haciendo que la *suma* de las distancias de frente sea igual a la de las distancias de espalda; lo que procede es que *cada* nivelada de frente sea de igual longitud que la correspondiente de espalda.

9-6. Registro de los datos de campo.—En las nivelaciones ordinarias, en que no hay que preocuparse demasiado en igualar las distancias de espalda y de frente entre los puntos de mira, se suelen anotar los datos de campo en un formulario análogo al representado en la figura 9-3, en la que el itinerario es el mismo que el de la figura 9-2. La parte de la izquierda está dividida en columnas para datos numéricos, reservándose la de la derecha para la descripción de los puntos permanentes y de mira. En la misma línea horizontal de cada punto, anotado en la primera columna, van todos los detalles concernientes al mismo. Las cotas de instrumento y las de los puntos del itinerario se van calculando a medida que se hacen las observaciones. Es decir, cuando se hace la lectura de espalda (2,133) sobre P. M.$_1$ se suma a la cota (216,315) para hallar la

cota del instrumento (218,448). La cota del nivel se anota en el mismo renglón que la lectura de espalda que ha servido para calcularla. Una vez hecha la primera lectura de frente (0,372), se registra en el renglón inferior y se resta de la anterior C. I. (218,448) para determinar la de P. $C._1$ (218,076), y así sucesivamente. Generalmente se comprueban los cálculos, al pie del formulario, comparando la diferencia entre la suma de las niveladas de espalda y la de las niveladas de frente, con la diferencia entre las cotas inicial y final, como se ve en la figura 9-3. La concordancia entre estas dos diferencias significa que las sumas y restas son exactas, pero no pone de manifiesto las posibles equivocaciones en la observación o en el registro de los datos.

Los puntos permanentes han de reseñarse breve pero claramente, debiendo señalarse en el suelo de modo que puedan identificarse con facilidad. Lo más corriente es marcarlos con pintura o yeso, resistentes a la intemperie. Cuando el punto cae sobre piedra o cemento se suele indicar con una cruz grabada a cincel. Los puntos permanentes no siempre llevan escrita su cota. Si se sospecha que alguna vez puede haber dudas sobre la posición exacta del punto, se reseña con todo el detalle necesario. Los puntos de cambio no requieren en general descripción alguna, a menos que estén en sitio fácilmente identificable y puedan utilizarse para nivelaciones ulteriores. En este caso se señalan con lápiz graso y se reseñan a la ligera en la libreta de campo.

Cuando las niveladas de frente y las de espalda han de ser de igual longitud, el registro de campo es el mismo, pero las distancias se anotan ordinariamente en la última columna de la página izquierda del formulario, con las distancias de espalda en la mitad izquierda de la columna y las de frente en la mitad de la derecha. El exceso o defecto acumulado de las distancias de frente respecto a las de espalda se anota a cada punto permanente y de cambio.

9-7. Equivocaciones o errores groseros en la nivelación.—Algunos de los errores materiales más comúnmente cometidos en las nivelaciones son:

1.° Confusión de cifras al leer la mira, tal como leer y anotar 2,36 cuando en realidad es 3,36. Este error no se comete, o se descubre con facilidad, leyendo el número en los dos sentidos.

2.° Anotación de lecturas de espalda en la columna de las de frente, y al contrario.

3.° Sumas o restas cambiadas, es decir, sumar las lecturas de frente y restar las de espalda. Esta falta se descubre calculando en cada página la diferencia entre la suma de las lecturas de espalda y las de frente.

4.° Colocación de la mira en puntos distintos al hacer las lecturas de frente y de espalda. Este defecto no tiene lugar cuando el punto de mira o de cambio se señala en el suelo de modo inconfundible.

5.° Miras enchufables no extendidas del todo. Antes de las lecturas hay que asegurarse de que no se ha aflojado el retén de la mira.

6.° Lectura errónea del nonio en las miras de tablilla.

7.° Tablilla mal colocada cuando se usa la mira totalmente extendida; para esta posición, el nonio de la tablilla debe disponerse de modo que la lectura sea exactamente la misma del nonio sobre la parte de atrás de la mira cuando esta se utiliza sin extender.

9-8. Nivelación de precisión.—Aunque no tratemos aquí de las nivelaciones de gran precisión, creemos oportuno hacer algunas consideraciones que permitan obtener un grado relativamente elevado de precisión con los niveles corrientes, tanto de anteojo fijo como móvil, y con las miras parlantes ordinarias.

En primer lugar, las miras han de estar construidas de tal modo, y con materiales tales, que no puedan dilatarse ni contraerse con la humedad, debiendo contrastarse cuidadosamente de cuando en cuando. Muy conveniente es el empleo de miras con una tira de metal invar graduada. Las miras deben llevar un nivel para poderlas colocar verticalmente. Es muy importante que los puntos de cambio estén situados sobre objetos fijos de cabeza redondeada, para que la mira no cambie de posición al darle la vuelta para hacer las lecturas de frente y de espalda. El anteojo del nivel debe llevar hilos estadimétricos en el retículo, además de la cruz filar, o estar provisto de tornillo micrométrico que pueda servir de clisímetro. Conviene que el nivel sea de anteojo y nivel fijos, con ocular de inversión y espejo sobre el nivel tubular, para que se pueda ver la burbuja al tiempo de leer la mira. Para evitar dilataciones térmicas desiguales debe resguardarse el nivel de los rayos del sol con una sombrilla, como se ve en la figura 9-6. El trípode ha de estar apoyado firmemente sobre el suelo para evitar movimientos anormales. Para eliminar en la medida de lo posible los efectos de cualquier cambio en la refracción atmosférica, así como de algún movimiento del trípode o de una desviación de la burbuja, deben hacerse las dos lecturas, de espalda y de frente, con el menor intervalo de tiempo posible. Las distancias de espalda y de frente deben medirse con estadía o clisímetro, pero a pasos se consigue también, y muy exactamente, la igualdad entre unas y otras. Cuando el instrumento no tenga espejo para la lectura del nivel un ayudante debe mantener la burbuja calada mientras se lee la mira; este mismo ayudante puede hacer de libretista. En las lecturas estadimétricas se utilizan los tres hilos horizontales del retículo, para poder apreciar el doble milímetro, anotando las tres lecturas, y después se toma como lectura verdadera la media de las tres. La diferencia entre las lecturas del hilo superior y del inferior mide la distancia del instrumento a la mira.

La figura 9-4 representa un modelo de registro para datos numéricos, con distancias medidas con estadía. Se puede reservar una parte de la página de la derecha para consignar notas aclaratorias, como se vio en la figura 9-3.

Dos miras.—Se obtienen muy buenos resultados utilizando dos miras y dos peones portamiras, que van situándose alternativamente en los puntos de cambio (sobre el mismo itinerario). Para evitar posibles errores

sistemáticos conviene cambiar el orden de las lecturas en estaciones alternas de nivel; es decir, en una estación se hace la lectura de espalda antes que la de frente, y en la estación siguiente se procede al contrario. Este sistema es aplicable solo cuando se emplean dos portamiras.

est.	niveladas de espalda			C.I.	niveladas de frente			cota
	retíc.	media	dist.		retíc.	media	dist.	
	27,948							
	23,826							
P.M.,	19,695	23,823	8,253	988,683				964,860
	35,226				12,336			
	31,905				8,733			
P.C.,	28,584	31,905	6,642	1011,849	5,148	8,739	7,188	969,944

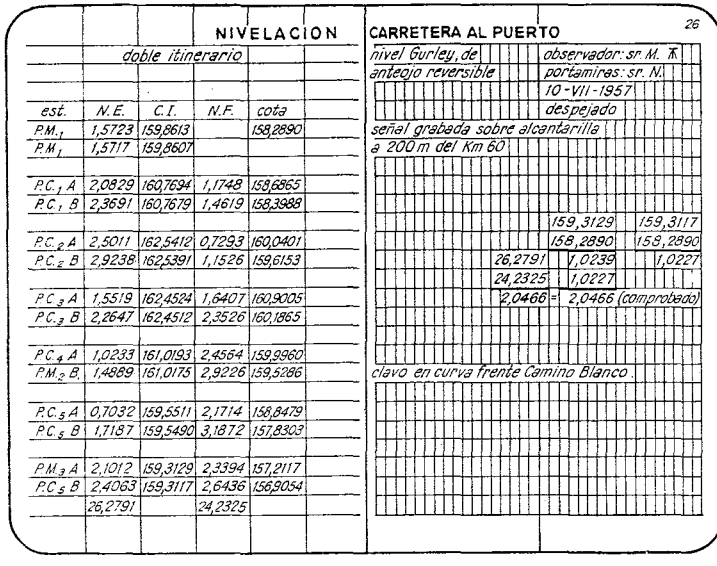
FIG. 9-4.—Registro para nivelación de precisión.

En otro método, que requiere el empleo de un solo portamira y que permite ir haciendo las comprobaciones a medida que se va operando, no solo se hacen lecturas sobre la cara delantera de la mira, sino sobre la trasera, graduada con diferentes divisiones o con el cero en posición distinta. La escala del dorso de la mira puede ser de un tipo que permita colocarla en tal posición que las visuales den directamente la altura.

Nivelación con doble serie de puntos de mira.—Hace mucho tiempo se empleó este método en algunos levantamientos oficiales, donde se solían utilizar dos miras con peones distintos. Por esa razón a este método se le llamó de itinerario con doble mira. También puede usarse una sola mira casi con el mismo buen resultado que las dos; en cambio se invertiría mucho más tiempo. La ventaja del método de la serie doble no reside tanto en el aumento de precisión respecto al de serie única como en la comprobación del trabajo a medida que se va ejecutando, por lo cual está muy indicado su empleo en los itinerarios abiertos o que no terminan en puntos de cota conocida.

Se establecen dos series de puntos de cambio o de mira, de tal modo que en cada estación del nivel se hacen dos lecturas independientes de espalda y otras dos de frente. Los puntos de mira de una de las series se toman, ordinariamente, cerca de 50 cm más altos que los correspondientes de la otra serie para eliminar la posibilidad de cometer el mismo error material al leer las divisiones sobre ambas miras. Cuando se opera con dos portamiras, uno sigue el itinerario «alto» y el otro el «bajo», o sea, sobre la primera mira se hacen las lecturas «altas», y sobre la segunda, las «bajas». En la figura 9-5 se ve un modelo de registro de

campo para este método. Las observaciones darán dos valores independientes para la cota del nivel en cada estación; cuando no hay error de ninguna clase, estas dos cotas deben coincidir exactamente. Cuando en alguna estación la discrepancia entre las dos cotas difiere apreciablemente de la observada en la estación anterior se repite la operación. En una nivelación bien hecha, la diferencia máxima tolerable entre las discrepancias de dos estaciones consecutivas es de 6 a 8 mm. Normal-



NIVELACION

doble itinerario

est.	N.E.	C.I.	N.F.	cota
P.M.$_1$	1,5723	159,8613		158,2890
P.M.$_1$	1,5717	159,8607		
P.C.$_1$ A	2,0829	160,7694	1,1748	158,6865
P.C.$_1$ B	2,3691	160,7679	1,4619	158,3988
P.C.$_2$ A	2,5011	162,5412	0,7293	160,0401
P.C.$_2$ B	2,9238	162,5391	1,1526	159,6153
P.C.$_3$ A	1,5519	162,4524	1,6407	160,9005
P.C.$_3$ B	2,2647	162,4512	2,3526	160,1865
P.C.$_4$ A	1,0233	161,0193	2,4564	159,9960
P.M.$_2$ B	1,4889	161,0175	2,9226	159,5286
P.C.$_5$ A	0,7032	159,5511	2,1714	158,8479
P.C.$_5$ B	1,7187	159,5490	3,1872	157,8303
P.M.$_3$ A	2,1012	159,3129	2,3394	157,2117
P.C.$_5$ B	2,4063	159,3117	2,6436	156,9054
	26,2791		24,2325	

CARRETERA AL PUERTO 26

nivel Gurley, de anteojo reversible — observador: sr. M. K. — portamiras: sr. N. — 10-VII-1957 — despejado

señal grabada sobre alcantarilla a 200 m del Km 60

159,3129 159,3117
158,2890 158,2890
26,2791 1,0239 1,0227
24,2325 1,0227
2,0466 = 2,0466 (comprobado)

clavo en curva frente Camino Blanco

FIG. 9-5.—Registro de campo de un doble itinerario.

mente, la diferencia entre las cotas del instrumento aumenta con la longitud del itinerario, por lo cual las dos cotas determinadas por separado para un mismo punto permanente pueden presentar una diferencia que aumenta, en general, con la distancia al punto inicial de la nivelación. Por esa razón se ve, en el registro de la figura 9-6, que las discrepancias de cada dos C. I. son, sucesivamente, 0,6, 1,5, 2,1, 1,2 y 1,8 mm. Las diferencias para las discrepancias entre las estaciones consecutivas son, por tanto, 0,9, 0,6, 0,9 y 0,6 mm. En la parte de la derecha del formulario se comprueban las sumas y restas. La diferencia entre el total de las niveladas de espalda y las de frente es el doble de la diferencia de cota entre el punto inicial y el final del itinerario.

Es conveniente leer las dos miras en los puntos extremos; los puntos permanentes intermedios se toman como puntos de mira en una de las dos series. Cuando la discrepancia entre las cotas instrumentales es considerable se corrige la cota de cada punto partiendo de la media

de las dos cotas instrumentales en la estación desde donde se ha hecho la lectura de frente al punto de referencia.

9-9. Nivelación geodésica.—Esta nivelación requiere un alto grado de exactitud y precisión y tiene en cuenta las superficies irregulares propias del geoide, más que la superficie regular de un esferoide o del elipsoide representativo de la superficie terrestre. El geoide es la figura de la Tierra, considerada esta como la prolongación de la superficie del mar extendida a todos los continentes. En cada punto, la superficie geodésica es perpendicular a la dirección de la plomada, y se determina observando las desviaciones respecto a la vertical.

La nivelación geodésica es de precisión de primer orden (Sec. 25-4) y se efectúa ordinariamente en conexión con las triangulaciones sobre grandes extensiones para dar cota exacta a los trabajos topográficos en general.

La gran precisión que requieren las nivelaciones sobre grandes superficies hace necesario el uso de instrumentos y métodos, que generalmente solo son empleados por los organismos estatales correspondientes.

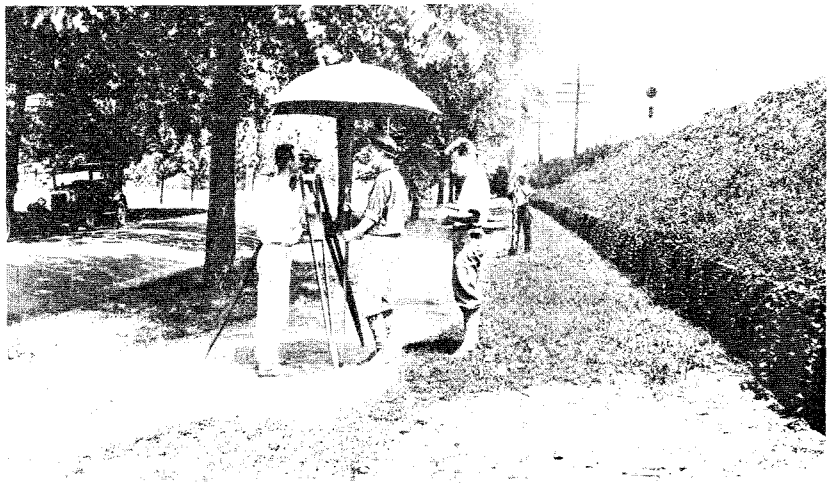


FIG. 9-6.—Nivelación de precisión.

A continuación damos algunas características de la nivelación de primer orden en los Estados Unidos, referentes sobre todo a los trabajos del Servicio de Costas, como ejemplo de la técnica más refinada. Para más detalles, véanse las referencias al final de este capítulo.

En la sección 9-8 se indicaron algunos métodos, de relativa precisión, llevados a cabo con equialtímetro y mira. En las figuras 8-8 y 8-9 se representaban instrumentos precisos de nivelación, que fueron descritos brevemente en la sección 8-8. El nivel del Servicio de Costas de los

Estados Unidos presenta las siguientes características: sensibilidad del nivel tubular, 2 seg por división de 2 mm del tubo. Tanto el nivel propiamente dicho como la parte central del anteojo están protegidos mediante un tubo envolvente contra los cambios bruscos de temperatura; el anteojo y las piezas adjuntas son de un material con bajo coeficiente de dilatación. El anteojo es de gran aumento y de elevado poder resolutivo, y su objetivo, de gran tamaño, proporciona un campo visual relativamente amplio. La burbuja del nivel se lee desde el extremo ocular del anteojo.

La unidad de distancia vertical adoptada por el Servicio de Costas es el metro. La mira de nivelación es autoparlante; tiene unos 3 m de longitud y lleva un regatón de acero endurecido de 2,5 cm de diámetro, con su extremo inferior ligeramente convexo. Como se ve en la figura 9-7, la cara delantera de la mira, que es de madera, está graduada en metros y decímetros; a lo largo de una ranura practicada en esta cara va alojada una tira de metal invar dividida en centímetros, que permite hacer las lecturas con una precisión (a estima) de milímetros. La tira de invar va sujeta rígidamente solo en la parte baja de la mira, manteniéndose tirante merced a un muelle situado en la parte de arriba; de este modo puede dilatarse o contraerse la tira con independencia de la mira. En cada visual a la mira se toman tres lecturas (una con el hilo horizontal del retículo y otra con cada uno de los hilos estadimétricos). El dorso de la mira está graduado en pies y décimas de pie; después de cada lectura sobre la cara delantera se hace otra con el hilo horizontal del retículo sobre el dorso, con apreciación de la centésima de pie, para tener la seguridad de no haber cometido ningún error material en la primera. Como el ocular del anteojo es inversor (astronómico), la graduación de la mira está invertida. La mira va provista de nivel y de termómetro. Cuando no se dispone de algún punto u objeto estable para estación de mira se utiliza una aguja de acero clavada en el suelo.

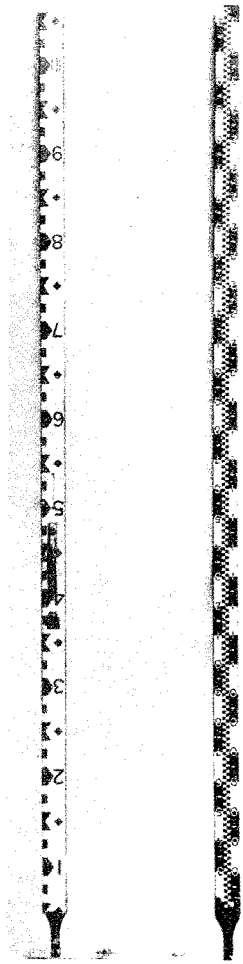


FIG. 9-7.—Miras de nivelación.

Se emplean dos miras para que puedan hacerse las niveladas de frente y de espalda lo más próximas que sea posible una a otra. En cada estación de nivel se hace la lectura de espalda primero y después la de frente; en la estación siguiente se invierte el orden. La lon-

gitud de la nivelada de frente no debe diferir en más de 10 m de la correspondiente de espalda, y las diferencias acumuladas entre las distancias de frente y las de espalda no deben llegar a 20 m. La máxima longitud de nivelada es de 150 m. Entre dos señales permanentes de nivelación se hacen dos itinerarios, uno de ida y otro de vuelta; si no coinciden los resultados dentro de los límites previstos ($\pm 0{,}017$ pie $\sqrt{\text{distancia en millas}}$) se repiten las operaciones hasta que la diferencia entre dos nivelaciones de sentido contrario quede comprendida dentro de los límites admisibles. El instrumento se resguarda de los rayos solares (Fig. 9-6) no solo cuando está en estación, sino al ser trasladado de un punto a otro; también debe resguardarse del viento fuerte. Los datos de campo se registran en un formulario como el representado en la figura 9-5.

A cada 1,5 Km se establece una señal permanente; en algunos casos puede aumentarse este intervalo hasta 3 Km.

Los itinerarios de estas nivelaciones de precisión se llevan casi de modo exclusivo a lo largo de vías férreas o carreteras; por esta razón las señales de nivelación de precisión no están por lo general cerca de los vértices de la triangulación, que están situados en puntos elevados de buena visibilidad. La forma más usual de las señales de nivelación es la de un disco de bronce (véase Fig. 9-1) empotrado firmemente en un pilar de mampostería, en una pared o en una roca. Cuando hay necesidad inexcusable de cambiar una señal de nivelación (por motivos de construcción o demolición de edificios) hay que dar cuenta previamente al Servicio Geodésico y de Costas, y una vez autorizado el cambio, hay que correr altitudes con gran cuidado hasta la nueva señal.

En gabinete se comprueban los cálculos de campo, y los valores se sustituyen en fórmulas especiales para el cálculo. Se aplican las correcciones de mira referentes a longitud y temperatura y una corrección dependiente de la latitud y de la altitud, por el efecto debido a la forma elipsoidal de la Tierra, que hace que las superficies de nivel no sean paralelas en un lugar dado. Los errores de cierre son mínimos y escrupulosamente estudiados. La compensación final hace que cierre cada nuevo circuito, que se agrega a la red en que se apoyó para su levantamiento. En los casos más sencillos, los itinerarios se cierran por métodos semejantes a los descritos en las secciones 9-13 a 9-15, pero en casos más complicados hay que recurrir al método de los mínimos cuadrados. Se hace y se publica un catálogo con la reseña y la cota de las señales de nivelación permanentes.

9-10. Nivelación recíproca.—A veces es necesario determinar exactamente el desnivel entre dos puntos no visibles entre sí, a bastante distancia uno de otro y entre los cuales no se puede nivelar del modo corriente, como sucede, p. ej., cuando se trata de dar cota a un punto de un lado de un río desde un punto situado en la margen opuesta. Con ligeras modificaciones, el método que se sigue en estos casos es el mismo empleado para hallar el desnivel verdadero entre dos puntos

antes de corregir el eje de colimación del anteojo fijo (método de las dos estacas).

Llamando *A* y *B* a dos puntos en estas condiciones, se estaciona el nivel cerca de *A* y se hace una o más lecturas de mira sobre *A* y *B*. Se lleva después el nivel junto a *B* y se repiten las lecturas como antes. La media de los desniveles así obtenidos se toma como desnivel verdadero entre los dos puntos considerados. La distancia entre tales puntos suele ser grande (del orden de los 500 m), por lo que es preciso emplear una tablilla en la mira más lejana. Cuando es necesario que los resultados sean de cierta precisión se hacen varias lecturas de frente sobre la mira más distante, y a veces también varias de espalda sobre la más próxima, centrando la burbuja y reajustando la tablilla después de cada observación. Se halla el desnivel por la media de las lecturas de espalda y la media de las de frente. También cabe emplear el método de los tres hilos descrito en la sección 9-8.

Este método presupone que no varíen las condiciones en que se hacen las observaciones en uno y otro punto. Las dos causas que pueden alterar apreciablemente los resultados, cuando las visuales son de gran longitud, son la dilatación desigual de las diferentes partes del instrumento y las variaciones de refracción atmosférica. Por estas razones es mejor hacer la observación en días nublados, en que no hay grandes cambios atmosféricos ni de temperatura, y si ello no es posible, se resguarda el equialtímetro de los rayos solares y se procura tardar el menor tiempo posible en pasar de una de las estaciones a la otra. Si es necesario se aplican correcciones de curvatura y refracción.

Cuando no es posible trasladarse en poco tiempo de un punto al otro se puede eliminar el efecto de un cambio de refracción haciendo observaciones simultáneas con dos instrumentos, uno cerca de cada punto. Se cambian después los instrumentos entre sí y se hacen de nuevo lecturas simultáneas desde cada uno de ellos sobre los dos puntos. En igualdad de condiciones, se toma como desnivel verdadero la media de las diferencias de nivel obtenidas con los dos equialtímetros; si resulta bien patente que una de las dos series de observaciones es de inferior precisión que la otra se *pesa* cada serie (véase Sec. 5-9). Es conveniente que los dos instrumentos empleados tengan el mismo aumento e igual sensibilidad en su nivel de burbuja.

9-11. Errores en las nivelaciones.—Los errores que pueden cometerse en las nivelaciones obedecen a alguna o a la totalidad de las causas siguientes:

1.ª *Descorrección del instrumento.*—En cuanto al buen resultado de la nivelación se refiere, la única condición esencial que ha de llenar el equialtímetro es que el eje de colimación del anteojo sea paralelo al eje del nivel de aire. Toda falta de paralelismo entre estas dos líneas ocasiona un error sistemático, en virtud del cual, aunque la burbuja esté exactamente centrada, la línea de mira estará siempre inclinada hacia arriba o hacia abajo. Es evidente que el error de lectura de mira debido a este

defecto será proporcional a la distancia entre el nivel y la mira, y que para una distancia dada será igual en magnitud y signo para las visuales de espalda que para las de frente; puesto que las lecturas de espalda se suman y las de frente se restan, es natural que el error en altura será eliminado cuando entre los puntos extremos la suma de las distancias de espalda sea igual a la suma de las de frente. Inversamente, se cometerá un error sistemático en tanto estas distancias no sean entre sí iguales. Ocurre con frecuencia, tratándose de itinerarios de bastante longitud, que tales distancias se equilibran muy aproximadamente, obteniéndose un resultado final satisfactorio; pero ello no quiere decir que las cotas intermedias queden determinadas con la misma precisión.

En la sección 9-5 se ha calculado la magnitud del error de esta clase para un caso particular.

El efecto de una corrección defectuosa del instrumento se reduce al mínimo corrigiendo este cuidadosamente y tomando las distancias de frente iguales a las de espalda. En nivelaciones de precisión este error se reduce aún más mediante el cálculo.

2.ª *Paralaje.*—El error procedente de esta causa es de carácter accidental, quedando prácticamente eliminado cuando se hace el enfoque con todo cuidado.

3.ª *Curvatura terrestre.*—Este error debe ser tenido en cuenta solo en el caso de no ser iguales las visuales de espalda y las de frente. En circunstancias normales, estas distancias no varían gran cosa entre sí; de todos modos, el error debido a esta causa es accidental, y en las nivelaciones ordinarias es tan pequeño que puede prescindirse de hacer la corrección correspondiente. Cuando las visuales de espalda son mucho más largas que las de frente, o al contrario, se produce un error de magnitud bien apreciable, sobre todo si las visuales son de gran longitud. El efecto es el mismo que el debido a la inclinación de la línea de mira del anteojo. El error varía proporcionalmente al cuadrado de la distancia entre el nivel y la mira, por lo cual no se elimina con solo igualar la suma de las visuales de espalda con las de frente, sino procurando que *cada* visual de espalda sea igual a su correspondiente de frente.

4.ª *Refracción atmosférica.*—El efecto de la refracción atmosférica varía en razón directa del cuadrado de la distancia, pero en condiciones normales equivale solamente a una séptima parte del originado por la curvatura terrestre, siendo de signo contrario a este último. Generalmente, para el cálculo, se combina este error con el de curvatura, pero así como este se elimina cuando se iguala cada visual de espalda con la de frente, la refracción atmosférica cambia con frecuencia rápida y considerablemente en pequeñas distancias, aumentando de modo notable su efecto cuando la visual pasa muy cerca del suelo. Por esta causa es imposible eliminar enteramente el error de refracción aunque las distancias de espalda sean iguales a sus correspondientes de frente. En las nivelaciones corrientes este error es despreciable; en las de precisión puede reducirse al mínimo el efecto de los cambios de refracción pro-

curando que la visual esté a bastante altura sobre el suelo (por lo menos a más de 50 cm) y haciendo la lectura de frente inmediatamente después que la de espalda. En los itinerarios de cierta longitud este error es accidental, pero cuando la nivelación se hace en poco tiempo, p. ej., en un día, puede convertirse en sistemático. Las ondas que sobre el suelo forma el aire caliente son una buena prueba de la rapidez con que puede variar la refracción; los errores debidos a esta causa pueden reducirse acortando la distancia de la mira hasta que esta se vea claramente, sin la menor oscilación de sus divisiones.

5.ª *Variación de temperatura.*—Al incidir los rayos del sol sobre el anteojo, o solo en uno de sus extremos, se produce una especie de alabeo que puede influir en las lecturas a causa de esta descorrección accidental. El error que así se produce no tiene gran trascendencia cuando se trata de nivelaciones de poca precisión, pero debe ser tenido en cuenta en las nivelaciones más afinadas. Este error es corrientemente accidental, pero bajo ciertas circunstancias puede convertirse en sistemático; prácticamente queda eliminado resguardando el instrumento de los rayos solares.

6.ª *Mira de longitud errónea.*—El error que así se produce es sistemático y varía proporcionalmente al desnivel, sin relación alguna con la longitud del itinerario. Puede eliminarse este error contrastando la mira con un patrón de longitud y aplicando la corrección correspondiente. El caso es el mismo que se tiene cuando se mide una distancia con una cinta errónea, por exceso o por defecto. Si la mira es demasiado larga, se suma la corrección al desnivel; si es demasido corta, se resta.

Casi todas las miras salen de fábrica con su longitud exacta, pero cuando hay que determinar grandes desniveles son pocas las miras que no necesitan corrección si la nivelación ha de ser muy precisa.

Cuando la mira se desgasta de modo uniforme por su pie se produce un error en la cota del instrumento para cada estación, pero el error de la nivelada de espalda queda compensado con el de la nivelada de frente, por lo cual no resulta errónea la altura del punto de delante.

7.ª *Dilatación o contracción de la mira.*—Los cambios de humedad o de temperatura pueden dar lugar a una dilatación o a una contracción de la mira. El error que así resulta es sistemático. Las miras de madera bien curada y pintadas se alargan o se encogen en la dirección de la fibra, pero en muy poca cantidad; su coeficiente de dilatación térmica es prácticamente insignificante; por tanto, el error que pueda provenir de esta causa no tiene la menor importancia en las nivelaciones de poca precisión. Para trabajos de precisión se introducen en la mira unas piezas de latón, con un punto marcado en cada una, cuya distancia se mide esmeradamente para aplicar la correspondiente corrección. Las correcciones por dilatación térmica se hacen partiendo de la temperatura de la mira, dada por un termómetro unido a la misma, cuya temperatura se anota en la libreta de nivelación. Puede emplearse una cinta invar sobre la mira.

8.ª *Mira inclinada.*—En estas condiciones, las lecturas son falsas por exceso. Al nivelar sobre terreno en pendiente, el error cometido es sistemático en tanto que las niveladas de espalda sean más largas que las de frente, o al contrario. Sobre terreno ondulado o llano el error es accidental, ya que en esas condiciones las lecturas de espalda son, por término medio, iguales a las de frente. Este error varía en razón directa del valor de la lectura y proporcionalmente al cuadrado de la inclinación. Así, p. ej., si una mira de 3 m está 6 cm fuera de la vertical, el error es de 0,6 mm para una lectura de 3 m, y de 0,06 mm para una lectura de 30 cm; pero si la mira estuviera desviada 12 cm de la vertical, los errores correspondientes serían de 2,4 mm y 0,24 mm, respectivamente. Se desprende de aquí que hay que evitar inclinaciones apreciables de la mira. Se puede eliminar este error empleando un nivel de mira o balanceando esta suavemente atrás y adelante.

9.ª *Puntos de mira defectuosos.*—Son aquellos puntos de cambio no bien definidos, tal como una piedra plana o irregular, que no presenta ningún punto especial sobre el cual se mantenga invariable la mira, tanto para la nivelada de frente como para la de espalda. Esta clase de error es accidental.

10. *Asiento del trípode o de los puntos de mira.*—Si el trípode se hunde un poco después de hacer la lectura de espalda y antes de hacer la de frente, esta última resultará errónea por defecto, y la cota del punto de mira observado lo será por exceso. De análoga manera, si mientras se hacen las lecturas de frente y de espalda se asienta el punto de mira, la cota del instrumento, calculada en función de la lectura de espalda, resultará errónea por exceso. Así se ve que si en una nivelación hecha por los métodos habituales se asienta el nivel o los puntos de mira, como muy bien puede ocurrir sobre terrenos blandos o sueltos, el error puede convertirse en sistemático, resultando las cotas obtenidas demasiado altas.

En realidad es raro no poder escoger los puntos de mira en sitios no expuestos a hundirse, pero siempre hay que evitar el golpear o apoyar con demasiada fuerza el pie de la mira sobre el suelo mientras se hacen las lecturas.

Por otra parte, es casi seguro que el trípode se hundirá algo cuando se opere en un terreno fangoso o con nieve. Los errores debidos a estos asientos se pueden reducir considerablemente empleando dos miras llevadas por sendos peones, uno de los cuales coloca la mira en el punto de mira de delante mientras el otro dispone la suya en el de atrás. De este modo se hacen las lecturas de espalda y de frente en el mínimo de tiempo. El error que quede remanente por esta causa se puede hacer accidental invirtiendo el orden de las visuales en estaciones alternas, como se dijo en la sección 9-8.

11. *Descentrado de la burbuja en el momento de hacer las lecturas.*—El error que así se produce tiende a variar proporcionalmente a

la distancia entre mira y nivel. Por esta razón, cuanto más larga sea la visual, más cuidado hay que poner al nivelar el instrumento.

12. *Falta de exactitud en la lectura de mira o en la posición de la tablilla sobre la visual.*—Estas causas dan lugar a un error accidental, cuya magnitud depende del instrumento, del estado del tiempo, de la longitud de la visual y del propio observador. Tomando una distancia de mira conveniente, este error se reduce a límites tolerables.

Resumen.—De todo lo expuesto se deduce que los errores más importantes son accidentales en circunstancias normales, suponiendo que se siga el método adecuado de nivelación (véase tabla 9-1), lo que significa que el error resultante ha de variar como la raíz cuadrada del número de estaciones de nivel o como la raíz cuadrada de la distancia. Generalmente, la experiencia comprueba esta conclusión, siendo por ello costumbre expresar los errores límites de las nivelaciones en función de la raíz cuadrada de la distancia en kilómetros o en otra unidad de longitud cualquiera. No obstante, se ha demostrado que en itinerarios muy largos de nivelaciones de precisión los errores son proporcionales a cierta potencia de la distancia, de exponente comprendido entre $\frac{1}{2}$ y 1, lo que indica que a pesar de todas las precauciones siempre hay algunos pequeños errores sistemáticos que no pueden ser eliminados por ningún procedimiento conocido.

9-12. Precisión de la nivelación compuesta.—Esta precisión depende probablemente de más factores que ningún otro trabajo topográfico, y aunque influya mucho el instrumento empleado, es más decisivo el grado de exactitud con que se opera y la experiencia y destreza del observador. A igualdad de las demás condiciones, el error para una longitud dada tiende a variar en razón directa del número de estaciones de nivel, a partir de cierto número mínimo, por lo cual la precisión será menor en terreno accidentado, donde las visuales de frente y de espalda tienen longitudes normales. Ahora bien: a partir de cierta longitud de la visual, el error de lectura de mira aumenta muy rápidamente con la distancia, de donde se deduce que la precisión será menor para visuales largas que para las de longitud corriente. Análogamente, debido a la longitud errónea de mira, a la desigual refracción y a otras causas, la precisión de la nivelación entre dos puntos de muy diferente cota es menor que entre dos puntos separados por la misma distancia pero cuyo desnivel es nulo o muy escaso. Las perturbaciones atmosféricas también ejercen gran influencia sobre la precisión deseable.

Aunque las condiciones son tan variables que no es posible dar reglas fijas para obtener una cierta precisión, la práctica nos dice que en circunstancias normales, con un equialtímetro bien corregido, el error *máximo* se puede mantener dentro de los límites que se consignan a continuación. De ordinario, el error medio resulta bastante menor.

1. *Nivelación aproximada,* como la que se lleva a cabo en reconocimientos o anteproyectos, con visuales hasta 300 m de longitud. Lecturas de mira apreciando los 3 cm. No hay que preocuparse de que sean

TABLA 9-1

Errores en la nivelación

Origen	Clase	Causa	Observaciones	Eliminación o corrección
Instrumental	Sistemático	Visual no paralela al eje del nivel.	Error de cada visual proporcional a la distancia *a.	Corrección del instrumento o igualdad entre las sumas de visuales de frente y de espalda.
		Mira de longitud errónea *b.	Fabricación defectuosa, humedad o temperatura. Error, en general, reducido.	Contraste de la mira y aplicación de correcciones como para las cintas.
Personal	Accidental	Paralaje. Burbuja no centrada al hacer la lectura.	El error es proporcional a la longitud de la visual.	Enfocar con exactitud. Comprobar el calado de la burbuja antes de cada lectura.
		Mira no vertical	Lecturas demasiado largas. Error proporcional al cuadrado de la inclinación *a.	Balanceo de la mira o mira con nivel.
		Lectura errónea o tablilla mal colocada.		Comprobar cada lectura antes de registrarla. Con miras parlantes, hacer visuales cortas.
		Puntos de mira defectuosos.		Tomar puntos fijos.
Natural	Accidental	Temperatura.	Puede descentrar el nivel.	Dar sombra al instrumento.
		Curvatura terrestre.	Error de cada visual proporcional al cuadrado de la distancia *a.	Igualar las distancias de espalda con la de frente, o aplicar corrección calculada.
		Refracción atmosférica.	Error de cada visual proporcional al cuadrado de la distancia *a.	Como para la curvatura; hacer visuales cortas separadas del suelo y hacer rápidamente las lecturas sucesivas de espalda y de frente.
	Sistemático	Asentamiento del trípode o de los puntos de mira.	Las cotas observadas son erróneas por exceso.	Elegir buenos puntos; leer de frente inmediatamente después que de espalda.

* *a)* El error de *cada visual* es sistemático, pero el error resultante es la diferencia entre el error sistemático para las visuales de espalda y para las de frente, por lo cual tiende a convertirse en accidental. * *b)* El desgaste uniforme del pie de la mira no origina error.

iguales las distancias de espalda y de frente. Error máximo tolerable, en metros: 0,08 $\sqrt{\text{distancia en kilómetros}}$.

2. *Nivelación ordinaria,* como la que requiere la construcción de carreteras, vías férreas u otras construcciones civiles. Visuales hasta de 190 m. Lecturas de mira aproximadas en 2 mm. Visuales de espalda y de frente aproximadamente iguales cuando se siguen itinerarios largos cuesta arriba o cuesta abajo; pero cuando se pueden hacer niveladas a distancia normal no es necesaria esa igualdad entre las niveladas. Los puntos de cambio se tomarán en suelo firme o sobre cuerpos sólidos. Máximo error tolerable, en metros: 0,02 $\sqrt{\text{distancia en kilómetros}}$.

3. *Nivelación de precisión* para planos de población o para establecer puntos de referencia principales en levantamientos de cierta extensión. Visuales hasta de 90 m. Lecturas de mira con aproximación de 0,25 mm, con mira de tablilla o con mira parlante. Las visuales de espalda y de frente se miden a pasos y se toman aproximadamente iguales. Para lecturas a mucha distancia se *mece* la mira. Hay que centrar con todo cuidado la burbuja antes de cada lectura. Los puntos de cambio deben materializarse con clavos de metal o con planchas, o señalarse muy bien sobre objetos firmemente enclavados en el suelo. El trípode del instrumento ha de quedar bien apoyado y sujeto sobre el terreno. Máximo error tolerable, en metros: 0,01 $\sqrt{\text{distancia en kilómetros}}$.

4. *Nivelaciones de alta precisión* para determinar puntos permanentes de cota bien exacta que formen una red de apoyo. Se emplean equialtímetros de gran precisión provistos de retículos con hilos estadimétricos y con nivel de aire de gran sensibilidad. Diariamente hay que comprobar y corregir el instrumento. Contraste frecuente de mira. Visuales de longitud máxima de 90 m. Lecturas con los tres hilos horizontales del retículo, con aproximación de 0,25 mm. Nivel resguardado del sol. Puntos de cambio sobre clavos o planchas. Dos portamiras. Las lecturas de espalda y de frente deben hacerse inmediatamente una tras otra. La burbuja se debe centrar cuidadosamente al tiempo de hacer la observación. Mira bien vertical mediante un nivel de mira. Las distancias de espalda y de frente, iguales y medidas con estadía. El instrumento se colocará bien firme, con su trípode sobre terreno sólido. No se operará con aire muy caliente ni viento muy fuerte. Máximo error tolerable, expresado en metros: 0,004 $\sqrt{\text{distancia en kilómetros}}$.

CORRECCION DE COTAS

9-13. Puntos permanentes intermedios.—Cuando el itinerario de nivelación es cerrado, la cota resultante para el punto final, que es el mismo inicial, puede que no coincida con la cota propia de este punto. La diferencia entre estos dos valores de la cota del punto inicial es el error verdadero de todo el itinerario, y se llama *error de cierre.* Es evi-

dente que las cotas de los puntos intermedios, determinadas al recorrer el itinerario, pueden ser también erróneas, y aquí surge el problema de hallar el error probable para estos puntos y corregir sus cotas convenientemente.

Ya se ha visto que las causas principales de error son accidentales, de donde se desprende que el error probable varía como la raíz cuadrada del número de estaciones. En la corrección de las cotas es suficiente, en general, suponer que el número de estaciones por kilómetro es el mismo para una parte del itinerario que para cualquier otra y, por tanto, que el error probable varía como la raíz cuadrada de la distancia. Puesto que estas correcciones son proporcionales al cuadrado de los errores probables [véase Sec. 5-10 (*b*)], se deduce que la corrección que debe aplicarse a la cota observada de un punto permanente dado del itinerario será directamente proporcional a la distancia entre dicho punto y el inicial. Es decir, que si E_c es el error de cierre de un itinerario cerrado de longitud L, y C_a, C_b, ..., C_n son las correcciones respectivas que hay que aplicar a las cotas observadas de los puntos permanentes A, B, ..., N, cuyas correspondientes distancias al punto inicial son a, b, ..., n, se tendrá:

$$C_a = -\frac{a}{L}E_c;\quad C_b = -\frac{b}{L}E_c;\quad \ldots;\quad \text{y}\quad C_n = -\frac{n}{L}E_c \qquad [1]$$

EJEMPLO. La cota inicial de partida de un punto permanente P. M. en un itinerario cerrado es de 141,14 m. La longitud del circuito es de 16 Km. La cota final para el punto de partida, calculada con los datos de campo, es de 141,23 m. En las columnas segunda y tercera de la tabla siguiente están registradas las cotas observadas de los puntos de referencia establecidos a lo largo del itinerario y sus distancias al P. M.$_i$. Se trata de calcular los valores más probables de las cotas de estos puntos intermedios.

$$E_c = 141{,}23 - 141{,}14 = +0{,}09 \text{ m}$$

Y según la ecuación [1]:

$$C_a = -\,{}^{3}/_{16} \times 0{,}09 = -0{,}017 \text{ m.}$$
$$C_b = -\,{}^{8}/_{16} \times 0{,}09 = -0{,}045 \text{ m.}$$
$$C_c = -\,{}^{11}/_{16} \times 0{,}09 = -0{,}062 \text{ m.}$$

Punto	Distancia al P.M.i Km	Cota observada m	Corrección m	Cota corregida m
P. M.$_i$	0	141,14	0,00	—
P. M.$_a$	3	234,03	—0,02	234,01
P. M.$_b$	8	200,22	—0,05	200,17
P. M.$_c$	11	163,30	—0,06	163,24
P. M.$_i$	16	141,23	—0,09	141,14

Estas correcciones, restadas de las correspondientes cotas observadas, dan las cotas corregidas, como puede verse en la tabla anterior. Hay que tener en cuenta que cuando el error de cierre es positivo todas las correcciones han de restarse, y al contrario.

Si se desea, las correcciones se pueden hacer directamente proporcionales al número de estaciones en lugar de a la distancia.

Las mismas normas se aplican a la corrección de cotas de los puntos intermedios en un itinerario de nivelación entre dos puntos cuyo desnivel ha sido previamente determinado por métodos de más precisión y que se considera exacto.

9-14. Punto de cruce de varios itinerarios.—Un problema semejante se presenta en la corrección de la cota de un punto, dada por itinerarios diferentes que pasan por el mismo. Para un punto así determinado habrá tantas observaciones como sean los itinerarios que en él concurren. Admitiendo que el error probable de cada valor observado varía como la raíz cuadrada de la longitud del itinerario correspondiente, el peso que hay que aplicar a una cierta cota observada variará en razón inversa de la longitud del itinerario que ha servido para determinarla. El error más probable de la cota será la media ponderada de los valores observados. En el ejemplo siguiente se expone el procedimiento a seguir para calcular el valor más probable, siendo preferible ponderar diferencias que ponderar las observaciones mismas [véase Sec. 5-10(*a*), ejemplo 2, solución *b*)].

EJEMPLO. Entre dos puntos permanentes P. M.$_1$ y P. M.$_2$ se siguen cuatro itinerarios de nivelación diferentes. En la tabla siguiente se consignan la longitud de los itinerarios y las cotas observadas en el punto P. M.$_2$. Se trata de calcular el valor más probable de la cota de P. M.$_2$.

Itinerario	Longitud Km	Cotas observadas P. M.$_2$	Diferencias sobre 192	Peso	Diferencias ponderadas
a	3	192,216	0,216	$^1/_3$	0,072
b	6	192,168	0,168	$^1/_6$	0,028
c	16	192,324	0,324	$^1/_{16}$	0,020
d	32	192,078	0,078	$^1/_{32}$	0,002
				$\Sigma = {}^{19}/_{32}$	$\Sigma = 0{,}122$

Los pesos pueden estar representados por las inversas de las correspondientes distancias, como se ve en la tabla anterior; en la última columna se tienen los productos de los pesos por las diferencias que figuran en la columna anterior. La media ponderada es la suma de las diferencias ponderadas dividida por la suma de los pesos, o sea:

$$\text{diferencia media ponderada} = \frac{0{,}122}{19/32} = 0{,}205,$$

y el valor más probable de la cota del punto P. M.$_2$ será:

$$192 + 0{,}205 = 192{,}205 \text{ m.}$$

Si en los itinerarios que unen P. M.$_1$ con P. M.$_2$ se establecen puntos permanentes, hay que corregir también los valores de sus cotas respectivas una vez calculado el valor más probable de la cota de P. M.$_2$. Esto supone que el valor corregido de la cota de P. M.$_2$ es exacto, y se procede como ya se ha indicado para un itinerario cerrado (véase Sec. 9-13).

9-15. Red de nivelación.—Cuando hay que corregir alturas de puntos situados en una red de itinerarios cerrados puede emplearse el método de los mínimos cuadrados (véase Referencias al final de este capítulo). Este método implica la resolución de tantas ecuaciones de condición como polígonos hay en la red.

Más sencillo y de igual precisión es el método de las aproximaciones sucesivas, que consiste en corregir cada polígono de la red con los valores corregidos para cada itinerario cerrado, empleados en la corrección de los itinerarios colindantes; se repite la operación para tantos itinerarios como sean necesarios para compensar los valores de las cotas de toda la red. Dentro de cada polígono, el error de cierre se distribuye entre los varios lados del mismo, proporcionalmente a su longitud, como ya se dijo anteriormente. En el ejemplo siguiente se detalla el método operatorio, debido al profesor Bruce Jameyson.

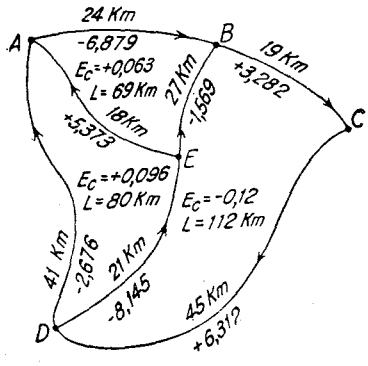


FIG. 9-8.—Compensación de una red de nivelación.

EJEMPLO. La figura 9-8 representa una red de nivelación compuesta de los polígonos *BCDEB*, *AEDA* y *EABE*. Junto a cada tramo de nivelación (lado de polígono) va anotada su longitud en kilómetros y el desnivel observado, en metros, entre sus puntos extremos; el signo del desnivel corresponde al sentido indicado por las flechas. Dentro de cada polígono figura la longitud de su perímetro y su error de cierre, calculado sumando los desniveles parciales en el sentido de las agujas del reloj.

En la tabla 9-2 figura el cálculo hecho para la compensación de la red. Para cada polígono se consignan los lados o tramos de nivelación, las distancias (expresadas en kilómetros y en tanto por ciento del perímetro total del polígono) y los desniveles. Para el polígono *BCDEB* el error de cierre es —0,12 m, que se reparte sobre cada lado proporcionalmente a su longitud; p. ej., para el tramo *BC* la corrección es $19/112 \times 0{,}12$, o sea $0{,}17 \times 0{,}12 = 0{,}02$ m, con signo contrario al del error de cierre. Se aplican las correcciones a los desniveles observados para obtener los «desniveles corregidos», que se ven en la séptima columna. El itinerario *DE* en el polígono *BCDEB* es el mismo *ED* del polígono *AEDA*. Luego al anotar los desniveles para el polígono *AEDA* no se toma como desnivel en *ED* el valor observado (8,145), sino el corregido (8,124) en el polígono *BCDEB*, con signo contrario. El error de cierre del polígono *AEDA* es, por consiguiente, +0,075, que se reparte como ya se ha dicho antes. Del mismo modo, en el polígono *EABE* los desniveles

TABLA 9-2

Compensación de una red de nivelación

Itinerario cerrado	Lado	Distancia		Ciclo I			Ciclo II			Ciclo III			Ciclo IV		
		Km	%	Desnivel	Corrección	Desnivel corregido	Desnivel	Corrección	Desnivel corregido	Desnivel	Corrección	Desnivel corregido	Desnivel	Corrección	Desnivel corregido
BCDEB	*BC*	19	17	+3,282	+0,02	+3,302	+3,302	—0,007	+3,295	+3,295	—0,002	+3,293	+3,293	0	+3,293
	CD	45	40	+6,312	+0,05	+6,362	+6,362	—0,016	+6,346	+6,346	—0,004	+6,342	+6,342	0	+6,342
	DE	21	19	—8,145	+0,02	—8,125	—8,106	—0,008	—8,114	—8,109	—0,002	—8,111	—8,111	0	—8,111
	EB	27	24	—1,569	+0,03	—1,539	—1,518	—0,009	—1,527	—1,521	—0,003	—1,524	—1,524	0	—1,524
	TOTAL	112	100	—0,12	+0,12	0	+0,04	—0,04	0	+0,01	—0,01	0	0		0
AEDA	*AE*	18	22	—5,373	—0,016	—5,389	—5,379	—0,004	—5,383	—5,379	—0,000	—5,379	—5,379		
	ED	21	26	+8,124	—0,019	+8,105	+8,115	—0,005	+8,110	+8,112	—0,002	+8,110	+8,110		
	DA	41	52	—2,676	—0,040	—2,716	—2,716	—0,011	—2,727	—2,727	—0,004	—2,731	—2,731		
	TOTAL	80	100	+0,075	—0,075	0	+0,020	—0,020	0	+0,006	—0,006	0	0		
EABE	*EA*	18	26	+5,391	—0,013	+5,378	+5,382	—0,003	+5,379	+5,379	0	+5,379	+5,379		
	AB	24	35	—6,879	—0,018	—6,897	—6,897	—0,004	—6,901	—6,901	—0,001	—6,902	—6,902		
	BE	27	39	+1,539	—0,020	+1,519	+1,527	—0,005	+1,522	+1,524	—0,001	+1,523	+1,523		
	TOTAL	69	100	+0,051	—0,051	0	+0,012	—0,012	0	+0,002	—0,002	0	0		

anotados para *EA* y *BE* son los corregidos en los polígonos anteriores. Para el polígono II se repiten las operaciones hechas para el polígono I, anotando siempre los últimos valores corregidos en polígonos anteriores antes de calcular el nuevo error de cierre, y así se sigue hasta que las correcciones sean todas nulas o despreciables.

El orden en que hay que calcular los distintos polígonos y sus lados es indiferente, aunque un método bien ordenado puede reducir el número de polígonos a calcular. Es aconsejable empezar por el polígono que tenga el mayor error de cierre. Si se quiere puede hacerse el cálculo partiendo de las *correcciones* en vez de operar sobre los desniveles. Se pueden pesar los lados de un mismo polígono o el polígono considerado como un solo elemento, según se quiera. Las cotas de los puntos intermedios se corrigen como se ha visto en la sección 9-13.

PROBLEMAS NUMERICOS

9-1. Entre dos puntos permanentes distantes entre sí 32 Km se ha hecho una nivelación compuesta, resultando un desnivel de 649,02 m. Al contrastar después la mira, de longitud nominal de 3,9 m, se comprobó que tenía 1 mm de menos, y el error se repartió entre toda su longitud. Corríjase el desnivel observado del error debido a la mira.

9-2. En el problema anterior se supone que la nivelación se ha hecho con una mira que era 1 mm más corta que su longitud nominal a causa de desgaste de su pie. Calcúlese el error.

9-3. Se supone que el itinerario del problema 9-1 se ha continuado hasta volver al punto de partida. Determínese el error de cierre debido a la falta de exactitud de la mira.

9-4. Se hace una nivelación compuesta desde el P. $M._1$ (cota 141,021 m) al P. $M._2$, distante del primero 160 Km. Las niveladas de espalda tienen una longitud de 120 m, y las de frente, 60 m. La cota del P. $M._2$, calculada con este itinerario, es de 1095,822 m. Calcúlese el error originado por la curvatura terrestre y la refracción atmosférica y corríjase la cota del P. $M._2$.

9-5. La nivelación del problema 9-4 se ha hecho con una distancia media de espalda de 60 m y una media para las de frente de 30 m. La cota calculada para P. $M._2$ es de 1095,414. Calcúlese el error por curvatura y refracción y corríjase la cota de P. $M._2$.

9-6. Se supone que el nivel utilizado en los problemas 9-4 y 9-5 está descorregido, de modo que cuando la burbuja está centrada, el eje visual tiene una inclinación hacia arriba de 1 mm por 100 m. Corríjanse los resultados obtenidos en dichos problemas del error proveniente de la inclinación del eje de colimación.

9-7. Se hace una nivelación en un itinerario de 16 Km de longitud sobre terreno con nieve blanda. La distancia media de las visuales de espalda y de frente es de 90 m. Determínense el error resultante y el signo de la corrección que hay que aplicar a la cota del punto final si las visuales han sido hechas en su orden normal y si el asiento o depresión del instrumento ha sido de 1,2 mm por término medio entre cada nivelada de espalda y la correspondiente de frente.

Suponiendo que en una sí y en otra no, se ha invertido el orden de las visuales en las estaciones de nivel, calcúlese el error a lo largo del itinerario.

9-8. Si al nivelar entre dos puntos la mira ha estado inclinada 9 cm en una altura de 4 m, hállese el error por estación suponiendo que la media de las lecturas de espalda ha sido de 4 m, y el promedio de las de frente, de 30 cm.

9-9. Calcúlese el error cometido al nivelar entre el P. M.$_1$ (cota 600 m) y el P. M.$_2$ (cota 900 m) en el caso de haber estado la mira, de 3,6 m de longitud, inclinada en 6 cm. Determínese la cota corregida del P. M.$_2$.

9-10. Si en el problema anterior los dos puntos hubieran tenido igual cota ¿cuál habría sido el error?

9-11. El error de cierre en un polígono de 160 Km de perímetro es de 16 cm. La longitud media de las visuales es de 75 m. Suponiendo que se hayan eliminado todos los errores sistemáticos, calcúlese el error por estación de nivel y determínese el error probable de una sola lectura de la mira.

9-12. La media de la longitud de las visuales es de 60 m, y el error probable de una sola observación, de 1 mm; hállese el error probable en un itinerario de 40 Km de longitud y en otro de 100 Km.

9-13. Complétese el siguiente registro de campo y hágase la acostumbrada comprobación.

Estación	Lectura de espalda	Cota del instrumento	Lectura de frente	Cota
P. M.$_1$	1,833		—	124,869
P. C.$_1$	2,775		2,208	
P. C.$_2$	3,444		0,936	
P. C.$_3$	2,490		0,894	
P. M.$_2$	3,687		1,311	
P. C.$_4$	2,319		1,548	
P. C.$_5$	2,472		1,014	
P. C.$_6$	3,198		0,141	
P. M.$_3$	—		1,299	

9-14. Complétese el registro de campo siguiente, determínese el error de cierre del polígono y corríjanse las cotas de P. M.$_2$ y P. M.$_3$, suponiendo que el error es el mismo para todas las estaciones.

Estación	Lectura de espalda	Cota del instrumento	Lectura de frente	Cota
P. M.$_1$	1,2381		—	30
P. C.$_1$	1,1493		2,8038	
P. C.$_2$	1,2312		3,2175	
P. C.$_3$	0,7962		3,6024	
P.M.$_2$	1,3104		2,1624	
P. C.$_4$	1,8267		1,3602	
P. C.$_5$	2,6589		1,4208	
P. M.$_3$	3.7058		0,6300	
P. C.$_6$	3,2343		1,0986	
P. C.$_7$	3,7095		1,2333	
P.M.$_1$	—		2,7177	

9-15. Entre **P. M.**$_1$ y **P. M.**$_2$ se han hecho nivelaciones siguiendo tres itinerarios distintos. En el cuadro siguiente se consignan las longitudes de los itinerarios y las cotas observadas de **P. M.**$_2$. Determínese el error más probable de la cota de este último punto.

Itinerario	Longitud Km	Cotas de P. M.$_2$
a	15	222,883
b	25	222,774
c	65	222,981

9-16. Los siguientes datos corresponden a una red de nivelación cuyo perímetro (en el sentido de las agujas del reloj) es *ABCDEFA*. Dentro de la red va un itinerario de *B* a *F* y otro de *C* a *E*. La cota de *A* es 30 m. Corríjanse las cotas por el método de las aproximaciones sucesivas.

Polígono	Principio	Final	Distancias Km	Desniveles m
ABFA	*A*	*B*	64	+5,241
	B	*F*	56	—3,261
	F	*A*	83	—1,878
BCEFB	*B*	*C*	53	+3,564
	C	*E*	26	—2,544
	E	*F*	42	—4,203
	F	*B*	56	+3,261
CDEC	*C*	*D*	43	—4,908
	D	*E*	54	+2,277
	E	*C*	26	+2,544

PROBLEMAS DE CAMPO

PROBLEMA 1. NIVELACIÓN COMPUESTA CON EQUIALTÍMETRO Y MIRA PARLANTE

Objeto. Determínese la cota de puntos en un polígono de nivelación.

Procedimiento. Se sigue el método indicado en la sección 9-4, y se toman los datos como se indica en la figura 9-6. Las lecturas de mira se aproximan a 0,5 mm. Compruébese cada lectura volviendo a centrar la burbuja y haciendo una segunda observación. Una vez cerrado el itinerario calcúlese el error de cierre.

Advertencias y precauciones. 1) Se visa la mira antes de centrar exactamente la burbuja. 2) La burbuja se centra inmediatamente antes de cada lectura y se comprueba su posición inmediatamente después. 3) Atención a la paralaje (véase Sec. 2-10). 4) Para simplificar el trabajo de campo, elíjanse los puntos de cambio a ojo, pero procurando que sean aproximadamente iguales las niveladas de frente y de espalda; estas distancias no tienen que registrarse en el cuaderno de campo. 5) Deben hacerse las señales pertinentes (Sec. 3-10). 6) Manténgase el pie de la mira libre de barro o suciedad.

7) Asegúrese que la mira se mantiene vertical mientras se hacen las lecturas. Si se emplea la mira extendida en su totalidad (o si esta es de gran longitud; más de 3 m), debe *mecerse* al hacer la lectura, y antes de cada lectura ha de comprobarse la posición del nonio de detrás. 8) Reseñar cada punto permanente en el cuaderno de campo. 9) Compruébense los cálculos.

Problema 2. Nivelación compuesta con equialtímetro y mira de tablilla

Objeto. Dada la cota de un punto permanente de partida, determinar las cotas de puntos situados en un polígono de nivelación.

Procedimiento. El método a seguir en este caso solo se diferencia del anterior en que el portamira coloca la tablilla en la posición que le indica el observador, y los dos hacen la lectura con el nonio, apreciando el medio milímetro. El registro de campo lo lleva el operador del modo expuesto para el problema precedente. En muchas nivelaciones de precisión el portamira va anotando también en otra libreta las lecturas de mira, las distancias de espalda y de frente (medidas a pasos), y procura compensar las distancias de cada clase entre los puntos finales, teniendo en cuenta el exceso o defecto acumulado a lo largo del itinerario. Compárense los resultados de este método con los del problema anterior. Hay que anotar los errores de cierre de los polígonos y el tiempo invertido en cada método por cada estación de nivel.

Advertencias y precauciones. 1) Las distancias de frente y de espalda se anotan en la columna de la derecha de la página de la izquierda del cuaderno de campo. Esta columna se encabeza con «Dist.», y se subdivide en «F» y «E» (frente y espalda). Un exceso de 11 pasos, p. ej., producido por acumulación de las niveladas de frente sobre las de espalda se anota así: «+11» directamente sobre cada distancia de frente. 2) Cuando se emplea la mira completamente extendida (mira larga), la tablilla debe fijarse en una posición tal que la lectura del nonio sea exactamente igual a la hecha sobre la parte de atrás, cuando la mira se halla plegada o enchufada.

Problema 3. Nivelación recíproca

Objeto. Determinar con precisión el desnivel entre dos puntos permanentes (P. M.$_a$ y P. M.$_b$) situados uno a cada lado de un río, de un desfiladero o de una hondonada.

Procedimiento. 1) Se pone en estación el nivel en un punto desde el cual puedan hacerse lecturas sobre los dos puntos propuestos (generalmente, la estación estará más cerca de un punto que del otro). Hay que hacer con todo esmero una serie de cinco lecturas sobre P. M.$_a$, que es el punto más próximo. La media de estas lecturas se toma como lectura de espalda. 2) Se hacen 10 lecturas, con todo cuidado, sobre el punto P. M.$_b$, que es el más distante. La media de estas lecturas se toma como visual de frente. Si es preciso, se lee con los tres hilos horizontales. 3) Se lleva el nivel a la orilla opuesta y se pone en estación, de manera que sus distancias a los puntos *a* y *b* sean respectivamente iguales a las distancias a *b* y a *a* desde la primera estación. Se hacen en

este segundo punto las mismas series de observaciones preceptuadas para la primera. 4) La diferencia entre la media de las lecturas de espalda sobre *b* y la media de las de frente sobre *a*, deducidas de las series de lecturas anteriores, da un primer desnivel entre los puntos *a* y *b*. 5) La media de los desniveles obtenidos en ambas estaciones debe ser el desnivel verdadero. Hay que tener en cuenta de modo muy especial la advertencia hecha en la sección 8-23 referente a la necesidad de resolver algebraicamente las ecuaciones [11] y [12]. 6) Si realmente no existe el río ni la quebrada, hágase una nivelación compuesta directamente entre los dos puntos y anótese la diferencia resultante.

Advertencias y precauciones. 1) La burbuja debe estar exactamente centrada al hacer las lecturas. El error originado por la falta de centrado de la burbuja es muy grande para visuales de mucha longitud, en cuyo caso tanto la burbuja como la tablilla deben moverse y volverse a fijar después de cada observación. 2) Si el instrumento se puede estacionar cerca del punto considerado como de espalda, solo hay que hacer una lectura sobre el mismo.

REFERENCIAS

1. BIRDSEYE, C. H.: «Topographic Instructions of the U.S. Geological Survey». *U.S. Geol. Survey Bull.* 788, Government Printing Office, Washington, D. C.
2. DELL, G. H.: «The adjustment of a Level Net», en *Trans. Am. Soc. Civil Engr.*, vol. 101, págs. 834-56 (1936).
3. RAPPLEYE, Howard, S.: «Manual of Geodetic Leveling», en *U.S. Coast and Geodetic Survey, Special Pub.* 239, Government Printing Office, Washington, D. C., 1948.
4. RAPPLEYE, Howard, S.: «Manual of Leveling Computation and Adjustment», en *U.S. Coast and Geodetic Survey, Special Pub.* 240, Government Printing Office, Washington, D. C., 1948.
5. U. S. COAST AND GEODETIC SURVEY: «Control Leveling», *Spec. Pub.* 226, Government Printing Office, Washington, D. C., 1961.

CAPITULO X

PERFILES LONGITUDINALES Y TRANSVERSALES PENDIENTES

10-1. Nivelación de perfiles longitudinales.—A la operación de nivelar puntos situados a corta distancia entre sí, a lo largo de una alineación determinada, se le llama *nivelación de un perfil.* En los proyectos y levantamientos topográficos para carreteras, ferrocarriles, canales, etcétera, se colocan estacas u otras señales a intervalos regulares a lo largo de una alineación ya fijada, ordinariamente en el eje de la obra. El intervalo entre las estacas suele ser de 100 m, y a veces menor, de 50 m y hasta de 25 ó 10 m. Los puntos situados de 100 en 100 m, contados y nu-

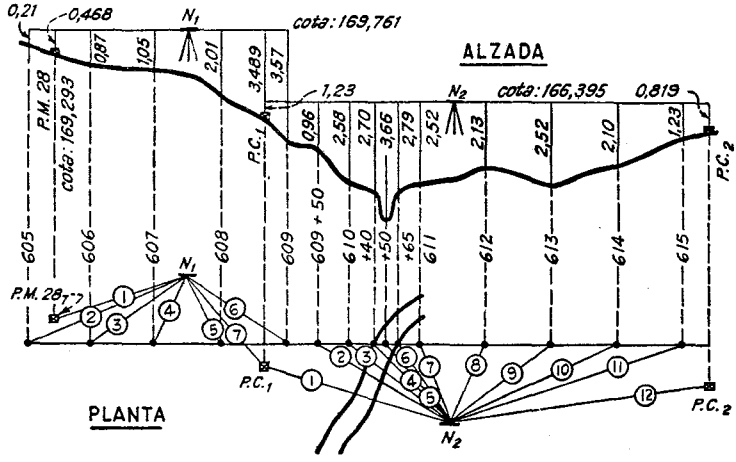


FIG. 10-1.—Perfil longitudinal.

merados desde el arranque del perfil, se llaman *puntos principales* (o *estaciones enteras*), y todos los demás son *puntos destacados* (o *estaciones decimales*). En cada estaca se pinta el número de la estación y la fracción; p. ej., una estaca colocada a 1600 m del origen se numera así: «16» ó «16 + 00», y otra clavada a 1625 m del punto inicial se numera de este modo: «16 + 25». Las alturas que sirven para dibujar el perfil se obtienen por lecturas de mira sobre todas las estacas y sobre puntos intermedios en que haya cambios de pendiente.

La figura 10-1 representa, en planta y en alzada, la nivelación de un perfil longitudinal. En este caso las estacas se suponen clavadas

de 100 en 100 m. Se estaciona el equialtímetro en un sitio apropiado, tal como N_1, que no tiene que estar forzosamente sobre la alineación, y estando la mira en un punto permanente (P. M. 28, de cota 169,293), se hace una lectura de espalda y se deduce la cota del instrumento (175,761) como en una nivelación compuesta ordinaria. Se hacen lecturas sobre la mira colocada en todas las estacas sucesivas, y como no se conoce la cota de estos puntos, tales lecturas son realmente niveladas de frente, sin tener en cuenta si están hacia adelante o hacia atrás respecto al sentido de avance del itinerario. Estas lecturas se llaman *niveladas de frente intermedias* para diferenciarlas de las tomadas en los puntos permanentes o de cambio. Estas lecturas intermedias (2,1; 8,7; ...; 3,57), restadas de la C. I. (169,761), dan la cota de los puntos correspondientes. Una vez que llega la mira a un punto a partir del cual no se alcanza a hacer más lecturas, se toma un punto de cambio (P. $C._1$) y se hace una lectura de frente (3,489) para darle cota. Se estaciona entonces el nivel en otro punto (N_2), bien delante respecto al anterior, y se hace una lectura de espalda (1,23) sobre el punto de cambio (P. $C._1$) en que se acaba de poner la mira. Se hacen lecturas desde esta estación sobre puntos del itinerario del mismo modo que en la anterior. El portamira coloca además la mira en todos los puntos con cambio de rasante (609 + 50, 610 + 40, ..., 610 + 65), y se hacen las correspondientes lecturas de mira. Las *décimas*, o sea la distancia de cada punto intermedio al punto principal anterior, se miden a pasos, con cinta o con estadía, según la precisión requerida.

Como se ve, las cotas se arrastran hacia adelante como en la nivelación corriente para dar cota a puntos permanentes; es decir, mediante puntos de cambio. La exactitud en las observaciones sobre estos últimos puntos depende de la distancia entre puntos permanentes cuyas cotas hayan sido determinadas previamente y de la precisión exigida para el perfil; de ordinario, en estos perfiles las lecturas se aproximan al doble milímetro, no teniendo que preocuparse demasiado de la igualdad entre las distancias de frente y de espalda; las lecturas de frente sobre los puntos intermedios se aproximan solo al doble centímetro. Hay ocasiones en que es conveniente o necesario apreciar el doble milímetro en la lectura de puntos intermedios, como sucede a veces en ciertos tramos de vía férrea o en los canales; en estos casos se hacen las lecturas hasta el 0,5 mm, y se igualan las distancias en las niveladas de frente y de espalda.

A medida que se avanza en la nivelación del perfil se suelen ir estableciendo puntos permanentes para facilitar trabajos ulteriores. Siempre que sea posible se hacen puntos de cambio en estos puntos permanentes. Muchas veces es necesario, y siempre conveniente, comprobar la cota de los puntos de cambio, en los itinerarios de poca longitud de nivelación compuesta, que enlazan el eje principal del perfil con referencias determinadas en otro levantamiento. Excepto en trabajos de importancia no usual, el efecto de un error accidental en las cotas de un

perfil no justifica el exceso de labor que supone una doble nivelación, siendo suficiente la comprobación de los puntos de cambio.

10-2. Registro de campo en los perfiles.—En la figura 10-2 se ve un formulario para la anotación de datos de campo en la nivelación de un perfil, donde las lecturas de frente sobre los puntos de cambio y puntos

NIVELACION DEL PERFIL

Arroyo Blanco a Puente Nuevo

est.	N.E.	C.I.	N.F.int.	N.F.	cota
P.M.28	0,468	169,761			169,293
605			0,21		169,56
606			0,87		168,90
607			1,05		168,72
608			2,01		167,76
609			3,57		166,20
P.C.	0,123	166,395		3,489	166,272
609+50			0,96		165,45
610			2,58		163,83
+40			2,70		163,71
+50			3,66		162,75
+65			2,79		163,62
611			2,52		163,89
612			2,13		164,28
613			2,52		163,89
614			2,10		164,31
615			1,23		165,18
P.C.	2,406	167,982		0,819	165,576
616			2,91		165,06
+40			1,89		166,08
	2,997		169,293	4,308	
			167,982	2,997	
			1,311	= 1,311	(comprob.)

LONGITUDINAL NUMERO 4

obs. sr. A.
nivel de anteojo — portam. sr. B.
fijo, Zeiss — 16-IX-1957
despejado
hito Km 34 a 15 m est. 605
piedra grabada
orilla arroyo
centro arroyo — agua a 0,50 m
orilla arroyo — profundidad
estaca
centro carretera del puente

FIG. 10-2.—Registro de campo para perfiles longitudinales.

permanentes van en una columna distinta que las de los puntos intermedios. Los valores que figuran en este ejemplo son los mismos que los de la figura 10-1. Obsérvese que las anotaciones para los puntos de cambio se hacen de la misma manera que en la nivelación compuesta.

El cálculo que se ve al pie del formulario de la figura 10-2 es la comprobación de todas las cotas del instrumento (C. I.) y de las cotas de los puntos de cambio (C. P.) que figuran en la misma página, viéndose que la diferencia entre la suma de todas las lecturas de espalda y la de las lecturas de frente es igual al desnivel entre P. M. 28 y la última C. I. Las cotas se consignan con el mismo número de cifras decimales que figuran en las lecturas de frente y no en relación con el número de decimales de la C. I.

La página de la derecha del formulario se reserva para reseñar, en pocas palabras, los puntos permanentes y otros detalles que puedan ser interesantes. Así, p. ej., en la figura 10-2 se anota el cruce de un

arroyo y de una carretera, donde la naturaleza del suelo puede influir en la cota de los puntos correspondientes. A veces se agregan a estas notas aclaratorias algunas comprobaciones expeditivas.

SECCIONES TRANSVERSALES

10-3. Nivelación para movimiento de tierras.—Las situaciones que pueden presentarse en los trabajos de campo para la cubicación de tierras se pueden clasificar en cuatro grupos.

1.° *Excavación o relleno sobre una superficie dada.*—Supongamos que hay que excavar o rellenar una superficie dada hasta una cierta profundidad o altura, como en el caso de excavar los cimientos para un edificio o rellenar una parcela dada para dejarla llana. Se toman perfiles transversales del modo indicado en la sección 10-4, aunque ordinariamente los lados de los cuadrados en cuyos vértices se clavan las estacas pueden ser menores de 100 m, llegando a veces a ser hasta de 3 m. Una vez determinada la pendiente de la superficie dada, y conociendo la profundidad o la altura del corte o del relleno, se puede calcular fácilmente el volumen de tierra correspondiente.

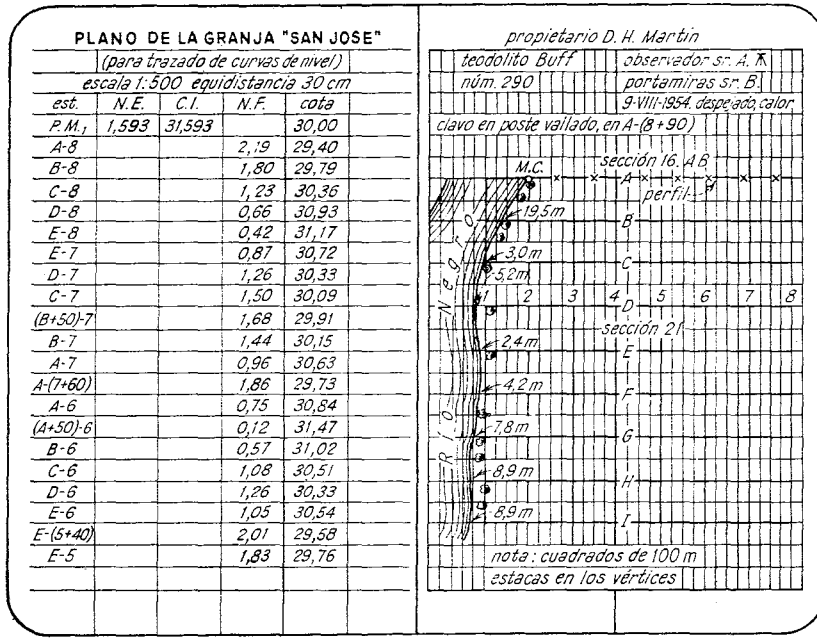
2.° *Excavación de una trinchera o zanja.*—Cuando se trata de excavar una zanja más o menos grande (desagüe, enterramiento de tuberías, etc.) se levanta un itinerario de nivelación a lo largo de la línea propuesta. Una vez conocida la pendiente del fondo, se puede calcular la sección en cada estación. Dada la anchura de la zanja en el fondo y en la superficie del terreno, así como la profundidad en cada estación, se puede calcular el volumen de tierra a excavar.

3.° *Excavación para acopio de tierra o grava.*—En un cierto lugar hay que excavar una masa irregular de volumen desconocido, como sucede cuando hay que acopiar material para la construcción de carreteras. Se obtienen datos suficientes para calcular el volumen de la tierra o la grava extraída tomando secciones transversales de la zona a excavar antes y después de sacar la tierra. De ordinario, se toma una alineación a lo largo de esta zona y a un lado de la misma, que sirve de base sobre la cual se clavan estacas a distancias iguales, levantando desde cada una de ellas un perfil transversal. Se nivelan estos perfiles y se anota su longitud a partir de la base. Una vez extraída la tierra, se vuelven a nivelar las secciones transversales. La diferencia entre las secciones iniciales y finales da la superficie del corte en cada una de ellas, con lo cual puede calcularse el volumen.

4.° *Desmontes y terraplenes en caminos y canales.*—En la construcción de carreteras, vías férreas y canales hay que formar terraplenes y excavar desmontes, y además las secciones transversales han de tener una forma dada de antemano (véanse Secs. 10-6 a 10-10).

10-4. Perfiles transversales.—Es frecuente el caso de tener que determinar la verdadera forma del terreno en una cierta extensión como

trabajo previo y auxiliar para obras de riego, avenamiento, movimiento de tierras, edificaciones, etc. Para ello se divide la superficie de que se trate en cuadrados, cuyos vértices se señalan con estacas, y se determinan las cotas de estos vértices y de todos los puntos en que haya un cambio de rasante. La longitud usual de los lados de estos cuadrados es



PLANO DE LA GRANJA "SAN JOSE"

(para trazado de curvas de nivel)

escala 1:500 equidistancia 30 cm

est.	N.E.	C.I.	N.F.	cota
P.M.1	1,593	31,593		30,00
A-8			2,19	29,40
B-8			1,80	29,79
C-8			1,23	30,36
D-8			0,66	30,93
E-8			0,42	31,17
E-7			0,87	30,72
D-7			1,26	30,33
C-7			1,50	30,09
(B+50)-7			1,68	29,91
B-7			1,44	30,15
A-7			0,96	30,63
A-(7+60)			1,86	29,73
A-6			0,75	30,84
(A+50)-6			0,12	31,47
B-6			0,57	31,02
C-6			1,08	30,51
D-6			1,26	30,33
E-6			1,05	30,54
E-(5+40)			2,01	29,58
E-5			1,83	29,76

FIG. 10-3.—Registro de campo para perfiles transversales.

de 100, 50, 25 ó 10 m. La dirección de las alineaciones se puede obtener con el teodolito o con cinta, y las distancias, con cinta o con estadía; los desniveles se hallan con un equialtímetro o con un nivel de mano, todo ello dependiente del grado de precisión propuesto. Los datos de un levantamiento de esta clase pueden servir para la confección de un plano con curvas de nivel (véase Sec. 24-9).

En la figura 10-3 se representa un modelo de formulario para el registro de datos de campo en esta clase de trabajo. El croquis de la página de la derecha del formulario representa la superficie dividida en cuadrados de 100 m de lado; las alineaciones que van en una dirección están numeradas con guarismos, y las perpendiculares a aquellas van indicadas con letras. Las coordenadas de un punto cualquiera del terreno están dadas por el número y la letra correspondiente a las alineaciones que se cortan en tal punto; es decir, que la anotación *A*-8 identifica un vértice situado en la intersección de la abscisa que pasa por *A* con

la ordenada que pasa por el 8. Las coordenadas de un punto que no sea vértice de alguno de los cuadrados se designan con la letra y el número anteriores, más el exceso; así, pues, $(B + 50)$-7 representa un punto situado a 50 m de la abscisa de B y sobre la ordenada del punto 7; E-$(5 + 40)$ indica un punto situado sobre la abscisa de E y a 40 m de la ordenada que pasa por 5 en dirección a la del punto 6.

En terreno accidentado y con arbolado, donde no es posible hacer visuales largas y donde basta con una nivelación poco afinada (con aproximación de unos 15 cm), se gana mucho tiempo operando con nivel de mano y mira de agrimensor (véanse Secs. 25-13 y 25-14).

10-5. Proyectos de caminos en general.—En los levantamientos previos para proyectos de carreteras, vías férreas, así como para canales, se sigue ordinariamente un itinerario medido con cinta, señalando las estaciones con estacas cada 50 ó 100 m, como indica la línea de trazo continuo de la figura 10-4 (véase Cap. XXVI). Las cotas de estas estaciones se hallan como en la nivelación de perfiles longitudinales antes estu-

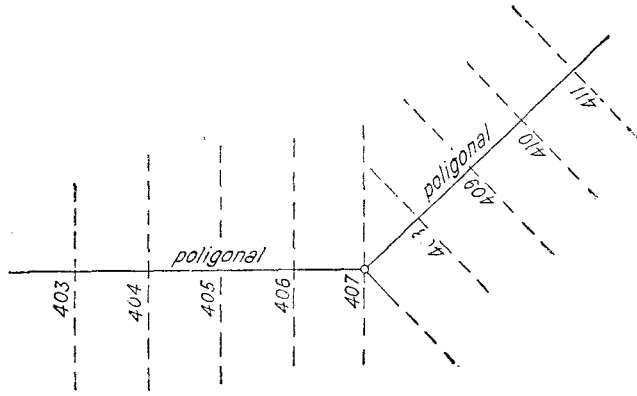


FIG. 10-4.

diada. Para proporcionar datos útiles en trabajos posteriores y para el cálculo de movimientos de tierra (cubicación) se determina la forma del terreno a ambos lados del itinerario, levantando perfiles transversales perpendiculares al longitudinal; ordinariamente se levantan estos perfiles en cada estación del perfil longitudinal, representados por líneas de trazos en la figura. La dirección de los perfiles transversales de poca longitud se toma a ojo, y la de los más largos, mediante una brújula, un teodolito, una escuadra de reflexión, una pantómetra u otro instrumento adecuado. Las cotas se pueden hallar con el equialtímetro o con el nivel de mano, según la precisión que se necesite o la longitud del perfil transversal. En general, se emplea el nivel de mano en terreno accidentado, y el equialtímetro cuando el terreno es relativamente llano. Se determina la cota del instrumento para cada sección transversal por

PROYECTO DE CARRETERA

observador sr. Martín ⊼ portamiras sr. López — 10-junio-1955 calor

est.	N.E.	C. I.	N. F.	cota		izquierda	eje	derecha
405	3,72	189,90		186,18	(dist.) (cota) (mira)	100 50 40 25 189,63 189,24 188,10 188,01 186,18 0,27 0,66 1,80 1,89		
405	0,18	186,36		186,18				15 50 75 105 183,10 183,69 183,00 182,91 1,26 2,67 3,36 3,45
406	3,63	188,67	0,21	185,04		25 15 188,46 187,29 185,04 0,21 1,38		
406	3,45	191,91		188,46		85 60 35 191,49 190,68 189,66 0,42 1,23 2,25		
406	0,57	185,61		185,04				20 30 60 90 184,65 183,36 183,27 180,79 0,96 1,35 2,34 2,82
407	1,41	184,77		183,36		90 55 30 184,68 184,41 183,78 183,36 0,09 0,36 0,99		25 50 80 181,86 181,35 180,87 2,91 3,42 3,90
408	3,18	184,77		181,59		85 60 30 183,48 182,76 182,31 181,59 1,29 2,01 2,46		30 60 90 181,23 180,96 180,90 3,54 3,81 3,87

FIG. 10-5.—Registro de campo para proyecto de caminos.

SECCIONES TRANSVERSALES

est.	dist. izq.	dist. der.	+ N.E.	C.I.	− mira	cota
23+00			1,62	122,82		121,20
	3				1,68	121,14
	5				1,86	120,96
		3			1,68	121,14
		5			1,83	120,99
24+00			1,89	121,32		119,43
	2				2,37	118,95
		1			0,48	120,84
		5			0,39	120,93
25+00			1,41	118,92		117,51
	20				3,24	115,68
	P.C.		3,81	122,64	0,09	118,83
		1			1,50	121,14
	P.C.	5	2,58	123,78	1,44	121,20
		9			0,87	122,91
26+00			1,14	116,61		115,47
	67				3,75	112,86
	30				3,21	113,40
	P.C.	3	3,45	119,19	0,87	115,74
		9			0,27	118,92

REPLANTEO CARRETERA NUM. 18 7

14-abril-1955 — observ. sr. A. ⊼
despejado, calor — portam. sr. B.
cinta metálica

señal grabada	
borde explanación	
"	"
borde explanación	
"	"
borde explanación	
"	"
borde explanación	
"	"

FIG. 10-6.—Registro de campo para proyecto de caminos, con reseña de puntos.

medio de una visual de espalda sobre la mira colocada en la estaca central. Se va disponiendo la mira sobre todos los puntos en que haya cambio de pendiente, y se mide con cinta metálica la distancia entre estos puntos y el eje o alineación principal.

La libreta de campo se rellena conforme al formulario representado en la figura 10-5. Las cotas de las estaciones se deducen de la nivelación del perfil longitudinal. La línea central, más llena, de la página de la derecha de la libreta representa el itinerario, y las distancias y lecturas de mira se anotan a la derecha o a la izquierda de dicha línea, según el lado del itinerario en que caigan los puntos correspondientes. Cuando es preciso tomar otra cota del instrumento para asegurar las observaciones de un perfil transversal se rellena otro renglón para esta segunda estación; p. ej., la estación 405 ocupa dos renglones en el registro y la 406 ocupa tres. Mediante abreviaturas o signos apropiados se indica la situación de los vallados, arroyos, etc.

En la figura 10-6 se ve el formulario ideado por el profesor Bruce Jameyson para la toma de datos en esta clase de trabajos. Este modelo es muy útil cuando hay que reseñar muchos puntos, como en el replanteo de caminos. Cada punto se reseña en un renglón diferente.

10-6. Secciones transversales definitivas de una carretera o vía férrea.—En la figura 10-7 se ve la forma clásica de los desmontes y terraplenes en carreteras y vías férreas. De ordinario, la plataforma o lecho

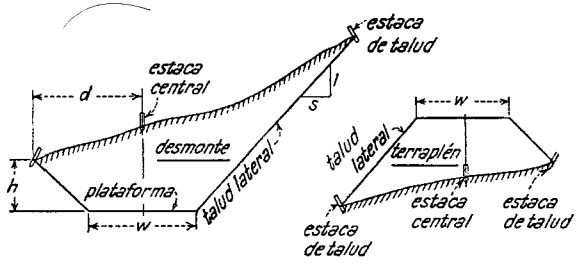


FIG. 10-7.—Secciones transversales de caminos.

del camino es una superficie plana y horizontal en sentido transversal, excepto en las curvas de las carreteras, en que está algo inclinada. En una carretera o vía férrea dadas, la plataforma es de anchura uniforme en los desmontes y terraplenes, pero en estos últimos la anchura es algo menor que en los primeros; también es distinta la anchura en las secciones compuestas de terraplén y desmonte a la vez. Las secciones transversales definitivas tienen pendientes variables para dar salida a las aguas y asegurar su permanencia (véase Fig. 10-8).

Los taludes son superficies planas de pendiente constante para cada material de excavación. La pendiente de los taludes se expresa por la relación entre el número de unidades medidas horizontalmente y la

unidad medida verticalmente. Es decir, que una pendiente del 2 por 1 significa que en una distancia horizontal de 2 m se sube (o se baja) 1 m. La pendiente más usada en desmontes y terraplenes de tierra firme es del 1,5 por 1. Para grava gruesa, la pendiente suele ser del 1 por 1; para piedra suelta, del 0,5 por 1; para roca viva, del 0,25 por 1, y para arcilla o arena, de 2 a 3 por 1.

El eje de la vía de que se trate se señala con estacas, y se nivela el perfil longitudinal correspondiente. Una vez dibujado este perfil, se determina la pendiente de la plataforma (base de la caja del futuro camino). El corte o relleno que es necesario hacer en cada estación es igual a la diferencia entre la cota del suelo (deducida de la nivelación

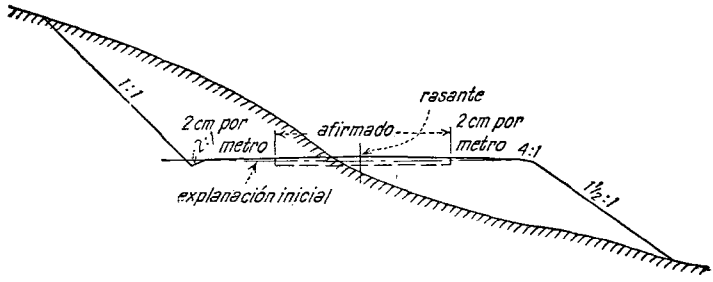


FIG. 10-8.—Sección transversal de carretera a media ladera.

del perfil) y la del lecho o base de la caja (establecida sobre el dibujo del perfil).

Antes de comenzar las obras, se levantan los perfiles transversales definitivos y se clavan *estacas de talud* en las intersecciones de los taludes con la superficie natural del terreno, frente a cada estaca del eje del camino (Sec. 10-10).

Trabajo de campo.—Las lecturas de nivel para los perfiles definitivos se hacen casi siempre con equialtímetro, y las distancias a uno y otro lado del eje, para la observación de los puntos del perfil, se miden con cinta metálica. El nivel de mano se puede emplear para todas las observaciones en terreno accidentado o para extender la nivelación a puntos que no pueden observarse desde alguna de las estaciones del equialtímetro. En terrenos montañosos y accidentados se puede usar para nivelar un reglón de nivelación, que es una regla larga con un nivel de aire en cada extremo; las lecturas de mira y las distancias se aproximan al doble centímetro. Las secciones transversales pueden levantarse midiendo las distancias inclinadas y los ángulos verticales (véase Sec. 25-13).

Antes de salir al campo el topógrafo prepara la libreta con las cotas de los puntos deducidas de los perfiles, así como la cota de la rasante en cada estación. Ya en el campo, se estaciona el nivel en sitio conveniente, y por medio de una nivelada de espalda a un punto de cota conocida, se

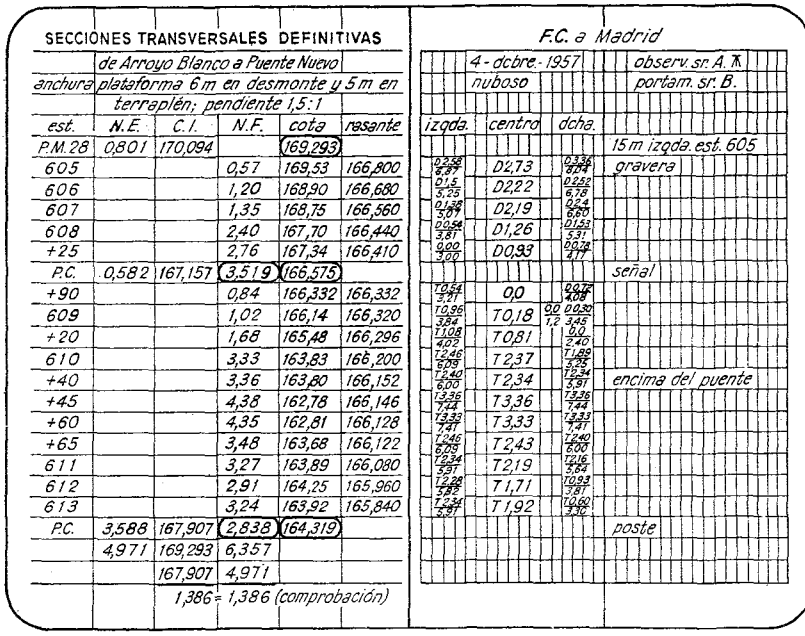
determina la C. I. Como comprobación de las nivelaciones de los perfiles se coloca la mira sobre una estaca de poca longitud (clavada a ras del suelo) situada en una estación dada, se hace una lectura de frente y se calcula el desmonte o el relleno, que se anota por detrás de la estaca que señala la estación. Desde esta última se levanta un perfil transversal, del modo indicado en la sección 10-5, y se sitúan las estacas de talud, como se dice en la sección 10-10.

Si el terreno es horizontal en una dirección perpendicular al eje de la obra solo hay que hacer la lectura sobre la estaca central, y la distancia a la estaca de talud se calcula una vez que se haya determinado el relleno o el desmonte sobre el eje; una sección de esta clase se llama *sección a nivel.* Cuando se hacen lecturas de mira sobre cada estaca de talud, además de la que se hace sobre la estaca central, se dice que la sección es de *tres lecturas,* y cuando además de estas tres lecturas se hacen otras dos, una a cada lado del eje, a distancia igual a la mitad de la explanación, se dice que la sección es de *cinco lecturas.* Una sección transversal en que se hacen observaciones sobre puntos situados a intervalos irregulares entre el eje y las estacas de talud se llama *sección irregular* (véase Sec. 11-8). Si una sección transversal pasa de desmonte a terraplén se denomina *sección de paso de desmonte a terraplén* (Fig. 10-8) y requiere una observación más para determinar la distancia del centro *al punto de paso,* es decir al punto en que la explanación corta a la superficie natural del terreno. Es costumbre clavar una estaca en este punto, cuya situación se indica con otra estaca-testigo marcada con la palabra «nivel». En este caso hay que levantar otros perfiles transversales en estaciones adicionales, según se describe en la sección siguiente.

10-7. Registro de campo de perfiles transversales.—En la figura 10-9 se ve un formulario para anotar los datos de campo en el levantamiento de perfiles transversales. La página de la izquierda es la misma que para los perfiles longitudinales, excepto la columna destinada a consignar las cotas de la explanación. Hay quien prefiere registrar los datos de modo que se lean de abajo hacia arriba, pero en este caso los cálculos no se hacen con la misma facilidad que en el formulario propuesto. En algunas libretas de campo no figuran las columnas N. E., C. I. y N. F., y las tres primeras columnas están reservadas para las estaciones, las cotas y las pendientes. Con esta disposición queda más espacio para notas aclaratorias o para el cálculo de secciones transversales y de cubicación de tierras.

Los datos que aparecen en este formulario corresponden a un trozo del itinerario a que se refiere el registro de campo de la figura 10-2. La nivelación de los perfiles transversales sirve de comprobación para las cotas de las estaciones, determinadas por el perfil longitudinal, con una diferencia tolerable de 3 a 6 cm, que es el error probable de cierre. Las notas que figuran en la parte de la derecha del formulario corresponden a la estación anotada en el mismo renglón, a la izquierda, y se

refieren a un trozo de itinerario que pasa de desmonte a terraplén, y donde la pendiente es tal que hay que levantar perfiles de *tres visuales*. Se toman secciones transversales a 608 + 25 donde el borde izquierdo de la explanación pasa de desmonte a terraplén; a 608 + 90 donde el eje



SECCIONES TRANSVERSALES DEFINITIVAS

de Arroyo Blanco a Puente Nuevo

anchura plataforma 6 m en desmonte y 5 m en terraplén; pendiente 1,5:1

est.	N.E.	C.I.	N.F.	cota	rasante
P.M.28	0,801	170,094		169,293	
605			0,57	169,53	166,800
606			1,20	168,90	166,680
607			1,35	168,75	166,560
608			2,40	167,70	166,440
+25			2,76	167,34	166,410
P.C.	0,582	167,157	3,519	166,575	
+90			0,84	166,332	166,332
609			1,02	166,14	166,320
+20			1,68	165,48	166,296
610			3,33	163,83	166,200
+40			3,36	163,80	166,152
+45			4,38	162,78	166,146
+60			4,35	162,81	166,128
+65			3,48	163,68	166,122
611			3,27	163,89	166,080
612			2,91	164,25	165,960
613			3,24	163,92	165,840
P.C.	3,588	167,907	2,838	164,319	
	4,971	169,293	6,357		
		167,907	4,971		
			1,386 =	1,386 (comprobación)	

F.C. a Madrid

4-dcbre.-1957 — nuboso — observ. sr. A. — portam. sr. B.

izqda.	centro	dcha.	
			15 m izqda. est. 605
D2,58	D2,73	D3,36	gravera
D1,5	D2,22	D2,52	
D1,38	D2,19	D2,41	
D0,56	D1,26	D1,53	
D0,00	D0,93	D0,18	
			señal
T0,64	0,0	0,0	
T0,96	T0,18	0,0	0,0
T1,08	T0,81	0,0	
T2,46	T2,37	T1,89	
T2,40	T2,34	T2,34	encima del puente
T3,36	T3,36	T3,36	
T3,33	T3,33	T3,33	
T2,46	T2,43	T2,40	
T2,34	T2,19	T2,16	
T2,28	T1,71	T0,93	
T2,34	T1,92	T0,60	
			poste

FIG. 10-9.—Registro de campo para secciones transversales definitivas (vías férreas).

pasa de desmonte a relleno, y a 609 + 20 donde el borde de la derecha de la explanación pasa igualmente de excavación a relleno. Las secciones a 608 + 90 y a 609 son secciones de paso. En este formulario se ve que se anotan las alturas o profundidades de los rellenos o excavaciones, y no las cotas, y que tanto dichas alturas o profundidades como la distancia para cada punto se expresan en forma de fracciones: el numerador (corte o relleno) y el denominador (distancia) son coordenadas cuyo origen es el punto medio de la explanación. Los valores consignados en las columnas encabezadas con las palabras «derecha» e «izquierda» se refieren a puntos en que se han clavado estacas de talud. Cuando sea necesario levantar perfiles transversales de cinco visuales o irregulares se anotan los valores correspondientes entre los registrados para las estacas central y de talud.

10-8. Secciones transversales de canales.—Estos perfiles se levantan del mismo modo que para las carreteras y vías férreas. Los tres casos más frecuentes que pueden presentarse son:

1.° *Canal totalmente excavado.*—No necesita diques artificiales. El trabajo de campo es igual que para un camino; las estacas de talud se clavan en las intersecciones de los taludes con la superficie del terreno.

2.° *Canal con dos diques.*—Las secciones son en parte desmontes y en parte terraplenes, como se ve en la figura 10-10. Se marcan las

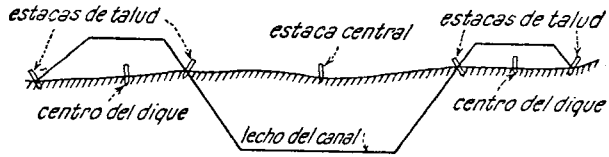


FIG. 10-10.—Sección transversal de un canal.

estacas del eje y se nivela este último como en las carreteras o vías férreas. Se levantan los perfiles transversales y se clavan estacas en el centro y en los bordes de cada dique. La distancia entre el eje del canal y el de la bancada se mantiene invariable mientras no cambie la forma de la sección. Las distancias entre el eje y las estacas de talud dependen de la excavación o del relleno, determinándose por ensayos sucesivos.

3.° *Canal en ladera.*—El caso es análogo al de una carretera o vía férrea a media ladera, aparte la necesidad de construir un dique en la parte de abajo de la ladera. Tanto las estacas del eje como las de talud se disponen del modo ya indicado anteriormente. El lecho del canal va, o debe ir, siempre en toda su anchura sobre el desmonte.

10-9. Cortes y rellenos.—En la figura 10-11 se ve la posición del equialtímetro para hacer lecturas de mira en una sección en *desmonte.*

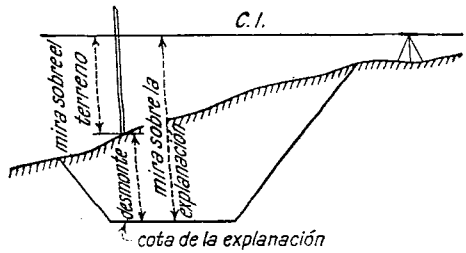


FIG. 10-11.—Sección de carretera en desmonte.

Se determina previamente la cota del instrumento (C. I.) y se supone conocida la cota de la explanación para la estación de que se trata. El operador calcula la diferencia entre las C. I. y la cota de la explanación; esta diferencia se conoce abreviadamente con el nombre de *mira en explanación,* es decir, que C. I. — cota explan. = mira en explan. Se coloca la mira en algún punto donde haya que excavar, y a esta lectura

se le llama *mira en terreno.* La diferencia entre mira en terreno y mira en explanación es igual a la profundidad del corte o excavación.

De ordinario, una vez hecha la lectura de mira en explanación, se calcula mentalmente la profundidad del corte en un punto dado.

En la figura 10-12 se representa una sección transversal en *terraplén.* Se ve claramente que si la C. I. está *por encima* de la explanación (como

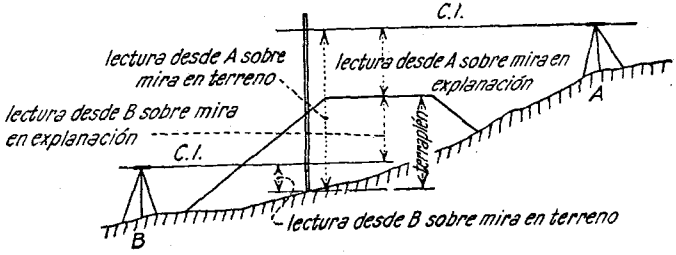


FIG. 10-12.—Sección de carretera en terraplén.

en *A*), el relleno será igual a la *diferencia* entre la lectura de mira sobre el terreno y la hecha sobre mira en la explanación; si la C. I. está *por debajo* de la explanación (como en *B*), el relleno será igual a la *suma* de ambas lecturas.

10-10. Situación de las estacas de talud.—El método de colocación de estas estacas requiere alguna aclaración adicional.

Llamando w a la anchura de la explanación; d a la distancia medida entre el eje y la estaca de talud; s a la pendiente de este talud (o sea a la relación entre la distancia horizontal y la elevación o depresión), y h a la altura o la profundidad del relleno o de la excavación, se verifica, como se ve en la figura 10-13, cuando la estaca de talud está en el punto debido *C*,

$$d = \frac{w}{2} + hs \qquad [1]$$

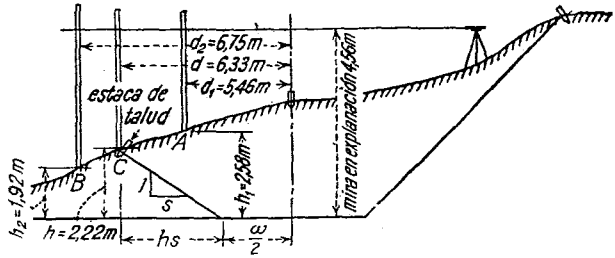


FIG. 10-13.—Situación de estacas en talud.

EJEMPLO. Este ejemplo se refiere a un desmonte, y comprende las operaciones necesarias para situar exactamente una estaca de talud sobre el terreno;

el mismo método se sigue si se trata de un terraplén. Sea $w = 6$ m; la pendiente del talud, 1,5/1; la lectura de mira en la explanación, 4,56 m. Supongamos que hay que clavar una estaca de talud a la izquierda del eje de la obra, como en la figura 10-13. En un primer ensayo se coloca la mira en A; mira en terreno = 1,98 m:

$$h_1 = \text{mira en explan.} - \text{mira en terreno} = 4{,}56 - 1{,}98 = 2{,}58.$$

La distancia calculada en función de este valor de h_1 es, según la fórmula [1], $(w/2) + h_1 s = 3{,}00 + 2{,}58 \times 1{,}5 = 6{,}87$ m. La medición desde la estaca central da un valor $d_1 = 5{,}46$ m, luego el portamira debe alejarse.

En un segundo intento se coloca la mira en B; mira en terreno = 2,64; h_2 = mira en explan. — mira en terreno = 4,56 — 2,64 = 1,92 m; $(w/2) + h_2 s = 3{,}00 + 2{,}88 = 5{,}88$. La distancia d_2, medida directamente, resulta ser de 6,75 m; la mira se ha colocado demasiado lejos.

Supongamos que en un tanteo se coloca la mira en C; mira en terreno = 2,34 m; $h = 4{,}56 - 2{,}34 = 2{,}22$; $(w/2) + hs = 3{,}00 + 2{,}22 \times 1{,}5 = 6{,}33$ m. La distancia d medida directamente es también de 6,33 m, es decir, que la mira está exactamente en el punto en que ha de ir la estaca de talud. En la libreta de campo se anotan las coordenadas de este modo: c 2,22/6,33; pero no se registran las observaciones hechas en los ensayos.

Las estacas de talud se colocan en el perfil transversal, inclinadas hacia afuera en los terraplenes y hacia adentro en los desmontes; se pinta en la parte posterior de la estaca el número de la estación; en la cara delantera (la más próxima a la obra) se anota el corte o el relleno en ese punto, y a veces su distancia al eje. Las cifras se leen de abajo arriba.

En los desmontes, algunos operadores disponen las estacas de talud a una distancia fija; p. ej., a 60 cm más allá del borde del declive. La altura que se indica en la estaca es la del terreno en el punto correspondiente.

Si los rellenos o excavaciones tienen poca altura o profundidad (alrededor de 1 m), se suprimen, a veces, las estacas de talud, y las usadas para la alineación se emplean también como referencias para las pendientes (véase Sec. 28-6).

Se ha ideado una mira especial «de cinta», que consiste en una cinta metálica continua que pasa por unos rodillos situados cerca de los extremos de la mira, y con la cual no hay que restar la «mira en explanación» de la «mira en terreno». Además, para una anchura de plataforma y para una pendiente dadas, se puede emplear una cinta especialmente graduada, que da directamente el valor de la expresión $(w/2) + hs$.

RASANTES

10-11. Generalidades.—En los levantamientos viarios se llama *rasante* la pendiente regular de una línea, tanto si es ascendente como si es descendente. Se expresa de ordinario en tanto por ciento; p. ej., una pendiente del 4 % es la de una línea que sube o baja 4 m en una distancia horizontal de 100 m. También se denomina rasante una línea fijada sobre el perfil del eje de un camino, existente o en proyecto.

La operación de nivelar por rasantes es análoga a la nivelación de perfiles longitudinales. Una vez trazada la rasante en el perfil ya dibujado se conoce su cota para cada estación. Para la nivelación por rasantes se parte de un punto de cota conocida y se prosigue por puntos de cambio. La lectura de mira que hay que fijar para colocar las estacas en la rasante propuesta se calcula restando la cota de la rasante, de la C. I. El portamira afloja la estaca y coloca la mira encima; el operador lee la mira e indica la mayor o menor profundidad a que hay que clavar la estaca para tener la rasante pedida; el portamira clava la estaca aproximadamente a la profundidad indicada, haciéndose una nueva lectura, y así hasta que la lectura de mira sea igual a la altura de la rasante. Es costumbre señalar la cabeza de la estaca con lápiz para indicar que está en rasante. A veces se mueve la mira arriba y abajo a lo largo de una de las caras de la estaca hasta que la lectura sea la de la rasante, y se señala con lápiz o con un clavo sobre la estaca la altura del pie de la mira. Cuando se toman puntos a cierta distancia por encima o por debajo de la rasante se sigue el mismo procedimiento, pero la distancia a la rasante se indica en la estaca directamente o sobre una estaca-testigo clavada cerca de la primera. Generalmente se aproximan las cotas de la rasante hasta el doble milímetro.

El registro se lleva como en la nivelación de los perfiles longitudinales, pero la columna de la derecha de la página izquierda se reserva para las cotas de la rasante. Cuando las estacas no se clavan a la altura de la rasante hay que anotar los cortes o rellenos (es decir, las distancias verticales entre las estacas y la rasante).

La distancia entre puntos en que hay que determinar rasante depende de la clase de la obra, de que la rasante sea uniforme (línea recta en el perfil) y de que el perfil sea una curva vertical. En la construcción de vías férreas se toman pendientes a cada 30 m, o a cada 15 m, en curvas verticales. En calles y carreteras (pavimentación y alcantarillado) se toman rasantes cada 15 m si la pendiente es uniforme, y cada 7 m (y hasta cada 3 m) si el perfil longitudinal es una curva vertical.

10-12. Visual forzada.—A menos que la rasante sea horizontal, el método descrito en la sección anterior requiere el cálculo de la lectura de mira para cada estación que haya de estar en la rasante; de análoga manera, si hay que determinar la rasante en puntos intermedios cuya situación no se haya fijado de antemano,

debe medirse la distancia de cada nuevo punto a la estación anterior antes de calcular la lectura de la rasante.

Cuando la alineación es tangente (línea recta en el dibujo del perfil) y la pendiente es constante en una longitud considerable, el trabajo de fijar estacas en la rasante se facilita grandemente por el llamado método de la visual forzada, que vamos a describir a continuación. Sean *A* y *B* dos estaciones alejadas entre sí (p. ej., de 250 a 300 m) y situadas sobre la tangente, entre las cuales hay que situar estacas en pendiente uniforme. Se levanta un itinerario de nivelación compuesta que incluya los puntos dados *A* y *B*, y se clavan en estos últimos estacas en la rasante, o a cierta altura por encima o por debajo de la misma. Se estaciona el nivel cerca de *B* con un par de tornillos nivelantes en dirección de *A* y se hace una lectura sobre la mira en *B*, mirando por el objetivo del anteojo. El portamira lleva la mira al punto *A* y el observador mueve el anteojo en un plano vertical (por medio de los tornillos si se trata de un equialtímetro, o con el tornillo de coincidencia del círculo vertical si se emplea un teodolito) hasta que el hilo horizontal se ve sobre la mira en la lectura hecha antes sobre la mira en *B*. Despreciando el efecto de la curvatura terrestre y de la refracción atmosférica (que no tiene importancia alguna para las distancias supuestas), la segunda visual está a distancia constante de la rasante uniforme para todos los puntos comprendidos entre *A* y *B*. De aquí se deduce que en cualquier punto intermedio se fija la rasante observando la misma lectura de mira, no moviendo, como es natural, el instrumento mientras se están situando las estacas. Como comprobación conviene mirar nuevamente a la mira en *A* antes de levantar el nivel, para descubrir cualquier desviación de la visual.

Cuando la rasante es casi horizontal, como ocurre en las obras de avenamiento, se puede simplificar el método anterior. La sensibilidad del nivel se determina del modo indicado en el problema de campo núm. 2 del capítulo VIII y se calcula el número de divisiones que sobre el nivel tubular corresponde a las distintas pendientes. Por medio de la burbuja se puede inclinar la visual hasta darle la misma pendiente que la rasante.

Clisímetro.—Cuando hay que fijar pendientes con un nivel provisto de tornillo clisimétrico (véase Sec. 2-20) las cotas se arrastran por nivelación directa del modo descrito en la sección anterior, con el instrumento estacionado siempre cerca de una estación del itinerario. Una vez determinada la C. I. para cierta estación, se pone a cero el tornillo clisimétrico, después de nivelado el instrumento. Se dispone la visual paralela a la rasante haciendo girar el tornillo clisimétrico hasta marcar la pendiente propuesta; es decir, que si una vuelta de tambor inclina la visual en un 1 % y si el tambor está dividido en 100 partes, para fijar una pendiente del 1,2 % hay que dar al tornillo una vuelta completa más 20 divisiones. Puesto que la visual es paralela a la rasante, la lectura de mira en la estación donde está situado el nivel es también la lectura para otra estación cualquiera en la dirección en que el anteojo esté orientado. Para puntos situados delante del nivel, el clisímetro debe ponerse marcando una lectura igual y opuesta a la de los puntos situados detrás del instrumento.

10-13. Determinación de curvas de nivel.—Se llama curva de nivel a una línea imaginaria que une puntos de igual cota sobre parte de la superficie terrestre (véase Sec. 24-6). En los levantamientos topográficos se emplea el equialtímetro, con otros instrumentos, para situar directamente curvas de nivel. También se hacen nivelaciones para situar

curvas de nivel en los levantamientos de embalses, pantanos, etc. El procedimiento general que se sigue en esta clase de trabajos consiste en nivelar itinerarios con puntos de cambio y en hallar, por ensayos sucesivos, una serie de puntos del terreno que tengan la cota requerida.

La línea de que se trata (p. ej., la de máximas avenidas o la orilla de un embalse) se marca con estacas colocadas a grandes intervalos si la línea es recta o muy cerca unas de otras si es quebrada o curva. A lo largo de esta línea se levanta un itinerario de nivelación. En cada estación se calcula la lectura de mira debida (diferencia entre la cota del instrumento y la de la línea de que se trate). El portamira recorre la línea propuesta haciendo lecturas en los puntos críticos o singulares. En cada punto sube o baja por el declive, siguiendo las indicaciones del operador, hasta que la lectura de mira es la correspondiente a la curva de nivel respectiva, y entonces clava una estaca en el punto así determinado. En los levantamientos topográficos, el método es, en esencia, el mismo, salvo que no se clavan estacas (véase Sec. 25-15).

10-14. Determinación de curvas de igual rasante.—A la vez que se hacen los levantamientos previos para el trazado de carreteras y canales en terreno montañoso, donde generalmente va la obra a media ladera, es frecuente hacer itinerarios de nivelación para fijar puntos a lo largo de una línea de igual rasante. La línea irregular que une tales puntos se llama *curva de igual rasante.* Si se dispone de un equialtímetro (o de un teodolito) con tornillo clisimétrico, el método más sencillo a seguir es el mismo que para las curvas de nivel (véase Sec. 10-13), excepto que tanto para los puntos de cambio como para las estaciones hay que disponer el tambor del clisímetro de modo que la visual tenga la pendiente necesaria. Para trabajos poco precisos basta con un eclímetro.

En general, se hacen las lecturas de mira solo sobre puntos en que haya un cambio apreciable de pendiente. El instrumento ha de estacionarse de manera que los puntos observados no estén muy separados de la línea recta que une el nivel con los puntos de cambio inmediatos. Frecuentemente, en trabajos de poca precisión, el único punto del terreno intermedio entre puntos de cambio es la estación del nivel u otro muy próximo a la misma, y las lecturas de mira sobre los puntos de cambio se toman con la mira sobre el terreno.

En trabajos más precisos, como sucede cuando las rasantes son casi horizontales, se arrastran las cotas como en la nivelación compuesta (o sea, con la burbuja centrada mientras se hacen las lecturas de espalda y de frente sobre los puntos de cambio), y las distancias se miden con estadía; al mismo tiempo se sitúa la línea de igual rasante como antes se ha dicho. Las distancias medidas con estadía y las cotas determinadas por nivelación compuesta ofrecen el medio de comprobar la curva en cada punto.

Si el nivel no tiene tornillo clisimétrico, y a menos que la rasante sea casi horizontal (en cuyo caso la pendiente propuesta se fija en la burbuja), se determina la curva de igual rasante por el sistema más

laborioso de la nivelación geométrica simple, midiendo las distancias con estadía o a pasos, y se calcula una lectura para cada punto en que haya clavada una estaca, según se dijo en la sección 10-11.

10-15. Curvas verticales.—En las carreteras y vías férreas, para evitar los cambios bruscos de dirección vertical en los vehículos, se enlazan los tramos necesarios de distinta pendiente con curvas situadas en un plano vertical, llamadas *curvas verticales,* y también *arcos de redondeamiento.* Ordinariamente, estas curvas de enlace son arcos de parábola, por ser esta la forma que mejor se adapta a un cambio gradual de dirección y por ser muy fácil el cálculo de alturas a lo largo de la curva.

La longitud del arco depende de varias circunstancias; en general, es mayor para las vías férreas que para las carreteras, y aumenta con la diferencia de rasante entre los tramos unidos por la curva. El cambio máximo de pendiente por estación está dado por normas y disposiciones legales. La longitud del arco de enlace no puede ser menor que la diferencia algebraica entre las pendientes de los tramos enlazados dividida por el cambio máximo de pendiente tolerado por estación. De ordinario,

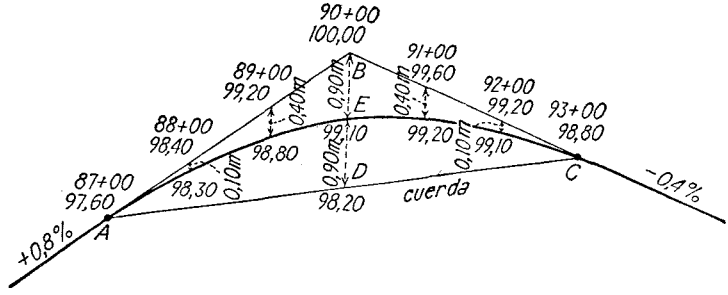


FIG. 10-14.—Curva vertical.

la longitud del arco comprende un número par de estaciones, tratándose de vías férreas, o un número entero de metros, en la construcción de carreteras.

La estación y los puntos destacados en el vértice, o punto de intersección de los dos tramos de desigual pendiente, así como la cota de las estaciones a lo largo de las líneas de pendiente uniforme, se determinan partiendo del perfil longitudinal. La longitud del arco de enlace se calcula o se estima en un valor conveniente dentro de las normas vigentes; hay que calcular las cotas de las estaciones y de los puntos inicial y final de la curva. También se calculan las desviaciones de la curva respecto a la pendiente uniforme, y así se determinan las cotas de las rasantes en las estaciones a lo largo de la curva. En el campo se marca la curva de redondeamiento clavando estacas en tales estaciones, exactamente como se hace en las alineaciones de pendiente uniforme.

A continuación puede verse un método para el cálculo de un arco vertical de enlace: se calcula la cota del punto medio de la cuerda *AC*, que une los puntos inicial y final de la curva (Fig. 10-14). Como esta curva es un arco de parábola, la cota de su punto medio es la media de la cota del vértice *B* y de la cota del punto medio *D* de la cuerda. Se calculan las distancias entre los puntos de las tangentes y la curva fundándose en la propiedad conocida de la parábola, que dice que las ordenadas de sus puntos varían como el cuadrado de la distancia al punto de tangencia.

EJEMPLO. Un tramo de vía férrea de un +0,8 % de pendiente empalma con otro de un —0,4 % en la estación 90+00, cuya cota es de 100 m, representada por el punto *B* en la figura 10-14. El máximo tolerable de cambio de pendiente por estación es de 0,2. Se trata de determinar una curva vertical de enlace entre estas dos pendientes.

La diferencia algebraica de las pendientes es $+0{,}8 - (-0{,}4) = 1{,}2$ %. La longitud mínima de la curva será, por consiguiente, $1{,}2/0{,}2 = 6$ estaciones, o 600 m. La longitud de cada una de las tangentes $AB = BC = 600/2 = 300$ m. La estación *A* es, pues, la $90 - 3 = 87$, y la estación *C* será $90+3 = 93$. La cota de *A* es $100{,}00 - 3 \times 0{,}80 = 97{,}60$ m, y la de *C*, $100{,}00 - 3 \times 0{,}40 = 98{,}80$ m.

La cota del punto medio *D* de la cuerda *AC* es la media aritmética de las cotas de *A* y de *C*, o sea,

$$\tfrac{1}{2}(97{,}60 + 98{,}80) = 98{,}20 \text{ m.}$$

El punto medio *E* de la curva está situado en el punto medio de la distancia *BD*, y su cota será.

$$\tfrac{1}{2}(98{,}20 + 100{,}00) = 99{,}10 \text{ m.}$$

La distancia del vértice *B* del ángulo al punto *E* de la curva es

$$100{,}00 - 99{,}10 = 0{,}90 \text{ m.}$$

Las separaciones de las tangentes, en las estaciones 89 y 91, son

$$\frac{2^2}{3^2} \times 0{,}90 = 0{,}40 \text{ m,}$$

y en las estaciones 88 y 92 estas distancias son

$$\frac{1^2}{3^2} \times 0{,}90 = 0{,}10 \text{ m.}$$

Las cotas de los puntos de la curva se determinan como se ve en el siguiente cuadro:

Estación	87 = *A*	88	89	90	91	92	93 = *C*
Cota de la tangente	97,60	98,40	99,20	100,00	99,60	99,20	98,80
Separación de la tangente ...	0,00	0,10	0,40	0,90	0,40	0,10	0,00
Cota de la curva	97,60	98,30	98,80	99,10	99,20	99,10	98,80

Una buena comprobación se tiene calculando las «diferencias segundas» entre las cotas de los puntos sucesivos de la curva, que en una parábola deben ser constantes. Para el ejemplo que estamos considerando, el cuadro siguiente pone de manifiesto los cálculos necesarios:

Estaciones	Cota en m		Diferencias, en m	Difer. segundas, en m
	Est. de espalda	Est. de frente		
87-88	97,60	98,30	+0,70	
				0,20
88-89	98,30	98,80	+0,50	
				0,20
89-90	98,80	99,10	+0,30	
				0,20
90-91	99,10	99,20	+0,10	
				0,20
91-92	99,20	99,10	—0,10	
				0,20
92-93	99,10	98,80	—0,30	

10-16. Situación del vértice de la curva.—La posición y la cota del vértice de una curva vertical se puede calcular como sigue: la ecuación general de la parábola es

$$y = ax^2. \qquad [2]$$

La variación de pendiente de la tangente a una parábola es la derivada de y respecto a x, o sea

$$\frac{dy}{dx} = 2ax. \qquad [3]$$

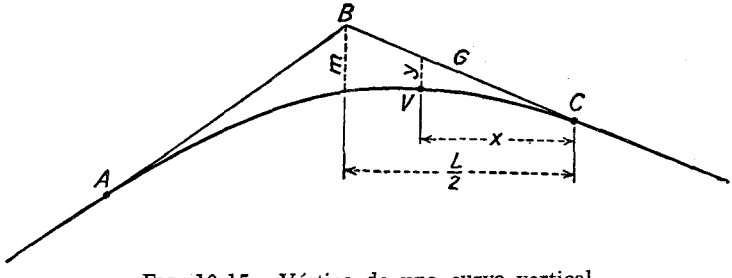


FIG. 10-15.—Vértice de una curva vertical.

Si x está limitada por dos estaciones, la constante $2a$ es el cambio de pendiente por estación.

La pendiente en el vértice V es cero, y la pendiente en el punto de tangencia C es igual a la rasante G (véase Fig. 10-15), luego se tendrá:

$$2ax = G, \text{ o bien } x = \frac{G}{2a} \qquad [4]$$

La variación de pendiente $2a$ es conocida o se puede calcular fácilmente con los datos de la curva.

La separación de la tangente en el vértice V de la curva se halla resolviendo en y la ecuación general para dicho punto. La cota del vértice se calcula restando la separación de la tangente de la cota del punto considerado en la misma.

En el ejemplo de la sección 10-15 el cambio de pendiente por estación es $2a = 0{,}20$; sustituyendo este valor en la ecuación [4], resulta:

$$x = \frac{G}{2a} = \frac{0{,}40}{0{,}20} = 2{,}00 \text{ estaciones.}$$

La estación en el vértice es $93 - 2 = 91$, y sustituyendo en la ecuación [2], se tiene:

$$y = ax^2 = 0{,}10 \times 2{,}00^2 = 0{,}40 \text{ m.}$$

La cota del vértice es, pues, $99{,}60 - 0{,}40 = 99{,}20$ m.

PROBLEMAS NUMERICOS

10-1. Complétese el siguiente registro de nivelación de un perfil longitudinal:

Estación	N. E.	C. I.	N. F. Interm.	N. F.	Cota
P. M. 10	1,896				251,628
179			3,03		
180			2,34		
+35			3,78		
181			1,41		
182			1,02		
P. C. 38	2,196			0,633	
183			2,55		
+40			1,38		
184			2,16		
185			3,18		
P. C. 39	1,779			3,447	
186			1,26		

10-2. La anchura de la plataforma para una vía férrea es de 7 m en desmonte, y la pendiente de los taludes es del 1,5 por 1. En una estación dada, la cota de la plataforma es 154,725; en esta estación, la C. I. del nivel es 158,496. La lectura de mira sobre la estaca central es 1,95. Calcúlense la lectura de mira sobre la explanación y la profundidad de la excavación en el eje. La lectura de mira sobre la estaca de talud de la derecha es de 0,24, y sobre la de la izquierda, de 3,27. Calcúlense el desmonte y la distancia a cada estaca de talud.

10-3. Rellénese un formulario de secciones transversales (Fig. 10-9) para una carretera que pasa de desmonte a terraplén. La pendiente de la carretera es del 4,0 %; la anchura de la plataforma, de 7 m en desmonte y 5 m en terraplén,

y la pendiente de los taludes, del 1,5 por 1. Anótense observaciones sobre estacas centrales y de talud, y en puntos de la rasante.

10-4. Rellénese una hoja de libreta de campo para la determinación de pendientes, en una línea férrea, entre la estación 750 y la 762. La cota de la plataforma en la estación 750 es 11,448; la pendiente entre la estación 750 y la 758 es del —0,6 %, y entre la 758 y la 762, del —0,4 %, la cota del punto de arranque, junto a la estación 750, es 113,541. No se tenga en cuenta la curva vertical.

10-5. El radio de curvatura de un nivel de burbuja es de 25 m y una división del tubo equivale a 2,5 mm. Calcúlese el número de divisiones que habrá de hacerse recorrer a la burbuja a partir del centro para que la visual sea paralela a una rasante que sube 28 cm/Km.

10-6. En una carretera, un trozo de —6,0 % de pendiente enlaza con otro de +4,0 % en el punto 67 + 50, cuya cota es 154,896. El cambio máximo de pendiente permitido por estación es de 2,5. Calcúlense las cotas de las estaciones de 15 en 15 m a lo largo de una curva vertical de redondeamiento y la situación y la cota del punto más bajo de la curva.

PROBLEMAS DE CAMPO

Problema 1. Nivelación de un perfil para un camino

Objeto. Determínense las cotas necesarias para dibujar el perfil del itinerario recorrido.

Procedimiento. 1) Se levanta el itinerario colocando estacas numeradas a cada 100 m. 2) Si no se dispone de ningún punto de cota conocida, se toma como de referencia un punto permanente cualquiera, al que se le asigna una cota arbitraria, pero de modo que no haya ningún punto del perfil que esté por debajo del indicado como inicial. 3) Adáptese a las condiciones del terreno el método prescrito en las secciones 10-1 y 10-2. 4) Llévese el registro de campo del modo indicado en la figura 10-2.

Advertencias y precauciones. 1) Hay que leer la mira con todo cuidado, apreciando el 0,5 cm en los puntos permanentes y en los de cambio, y con más rapidez, hasta el doble centímetro, en los puntos intermedios. 2) Háganse lecturas de mira en todas las estaciones enteras y en todas las decimales o puntos intermedios que sean necesarios para que el perfil sea bien exacto. En general, estas estaciones adicionales corresponden a puntos en que cambia considerablemente la pendiente y a los cruces en carreteras, vías férreas, arroyos, caminos, etcétera. 3) A cada 500 ó 600 m, si el itinerario es largo, deben establecerse puntos permanentes, que han de ir a cierta distancia a un lado de la alineación, de modo que no puedan desaparecer al ejecutarse la obra de que se trate. Todos los puntos permanentes han de ir claramente reseñados en la libreta de nivelación. Es costumbre marcar cada punto permanente con su número de orden y su cota al tiempo de terminar la observación desde el mismo. 4) A medida que se va realizando el trabajo se van calculando las cotas para los puntos de cambio, comprobándose los datos de cada folio en cuanto se ha completado su registro.

Problema 2. Nivelación de un perfil para una tubería

Objeto. Determínense el trazado y movimientos de tierra necesarios para la construcción de una galería para alcantarillado o para tendido de tuberías, etc. Se

supone que el perfil longitudinal ha sido ya levantado y que se han fijado estacas sobre el eje, marcadas con su número de orden, a cada 10 ó 15 m. Hay que clavar unas estaquillas para indicar la dirección de los bordes y la profundidad que ha de llevar la zanja.

Procedimiento. 1) Frente a cada estaca del eje, y lo bastante lejos para que no sea alcanzada por la excavación, se clava una estaquilla a ras del suelo, y a su lado se clava una estaca mayor sobre cuya cara de frente (opuesta al eje) se anota el número de la estaca central a que corresponde y la distancia de la estaquilla al eje. 2) Se arranca de un punto permanente, como en el problema 1, y se levantan perfiles transversales sobre las estaquillas, leyendo hasta el 0,5 cm. El registro de campo se lleva como en el formulario de la figura 10-2, pero es necesario disponer columnas adicionales para las distancias de las estaquillas al eje, para las cotas de la zanja y para las excavaciones. La nivelación se completa como en el problema 1. 3) Se dibuja el perfil, se fija la pendiente del fondo de la zanja y se determina la profundidad de las excavaciones en cada estación. 4) En cada estaca lateral, y en la cara que mira hacia el eje, se anota esta profundidad, expresada en metros y centímetros, con apreciación del 0,5 cm.

Advertencias y precauciones. 1) Las lecturas sobre los puntos de cambio deben ser tomadas con más exactitud que sobre las estaquillas. 2) Todas las estacas se marcan de modo que puedan leerse desde arriba. Las estacas centrales (sobre el eje) deben clavarse con la cara numerada mirando hacia el arranque del itinerario. Las estacas laterales deben clavarse separadas del eje para que no puedan confundirse con las centrales. 3) En calles pavimentadas o en carreteras de firme compacto es imposible clavar estacas ni estaquillas; en este caso se indican las estaciones con clavos de cabeza plana, con pintura o grabando una señal con un cincel. Para poder encontrar después los puntos señalados con clavos de cabeza a ras del suelo, o los grabados a cincel, se reseña su posición con respecto a puntos u objetos permanentes y fácilmente identificables.

Problema 3. Colocación de estacas de talud; secciones transversales

Objeto. Preparación de una carretera o vía férrea para su nivelación y trazado, y obtención de datos para la cubicación de tierras.

Procedimiento. 1) Con los datos del problema 1 se dibuja un perfil y se fija la pendiente de tal manera que se compensen aproximadamente los terraplenes y los desmontes. 2) Se clavan estaquillas a ras del suelo junto a las estacas centrales, al lado contrario del punto de arranque del itinerario. Se nivela la línea de estaquillas, comprobando las cotas obtenidas con las del problema 1, y se anota detrás de cada estaca central el desmonte o el relleno en tal punto en esta forma: *D* 1,20 o *R* 1,40. Se rellena la libreta de campo según el formulario de la figura 10-9. 3) Se supone una anchura de 6 m para la carretera, con taludes de pendiente 1,5 por 1. Frente a cada estaca central, en una recta perpendicular al eje y a uno y otro lado de este último, se clavan estacas de talud, como se dice en la sección 10-10. Los números se leen de arriba abajo. 4) Se clavan estaquillas en los «puntos de rasante», donde el eje y los bordes de la carretera pasan de desmonte a terraplén, y se indica la situación de tales estaquillas con estacas marcadas con la palabra «rasante».

CAPITULO XI

TRAZADO DE PERFILES Y DE SECCIONES TRANSVERSALES CUBICACION DE TIERRAS

PERFILES Y SECCIONES TRANSVERSALES

11-1. Dibujo de perfiles longitudinales.—Los perfiles se construyen por medio de los datos de la nivelación o a partir de las cotas tomadas de un plano con curvas de nivel (Cap. XXIV). Las más de las veces se dibujan los perfiles longitudinales sobre un papel cuadriculado de modo especial, con las rayas verticales separadas entre sí 5 ó 10 mm, y las horizontales con una separación de 1 ó 2 mm. Usualmente se empieza el perfil por la izquierda del papel, aumentando así la numeración de las estaciones, de izquierda a derecha. Las escalas horizontal y vertical dependen de la finalidad del perfil; si este se ha levantado para determinar rasantes, como en una carretera o vía férrea, se emplea con frecuencia una escala de 1/500 (horizontal) y otra de 1/25 (vertical); cuando el perfil ha de servir de base para cubicación de tierras, para la construcción de un alcantarillado o desagües, así como para el tendido de una tubería, es necesario adoptar una escala de 1/50 para las horizontales y otra de 1/5 para las verticales. La exageración de la escala vertical se debe a que las distancias verticales, en el terreno, son muy pequeñas en comparación con las horizontales.

En la figura 11-1 se reproduce, a escala reducida, un trozo de perfil para un proyecto de vía férrea. En esta figura solo se representan las líneas horizontales, que van de metro en metro (en la parte superior de la figura se ve un trozo con el rayado real del papel). La distancia entre cada dos líneas verticales corresponde a una distancia horizontal de 25 m. Las líneas horizontales numeradas más gruesas indican múltiplos de 10 m en altura, y las más gruesas, verticales, indican múltiplos de 10 estaciones contadas desde el origen del perfil. En el dibujo original, el tamaño del cuadrito era de 5 mm de lado; la escala vertical, de 1 mm = 25 m, y la horizontal, de 1 mm = 500 m.

Generalmente, como antes se dijo, se empieza el perfil por la izquierda del papel; la numeración crece así hacia la derecha. La línea o eje del perfil se construye uniendo todos los puntos, a mano alzada, a medida que se van situando con sus cotas. El perfil no debe ser una línea quebrada, porque el terreno no está compuesto de ángulos diedros, y su sección por el plano vertical del perfil no puede estar formada por

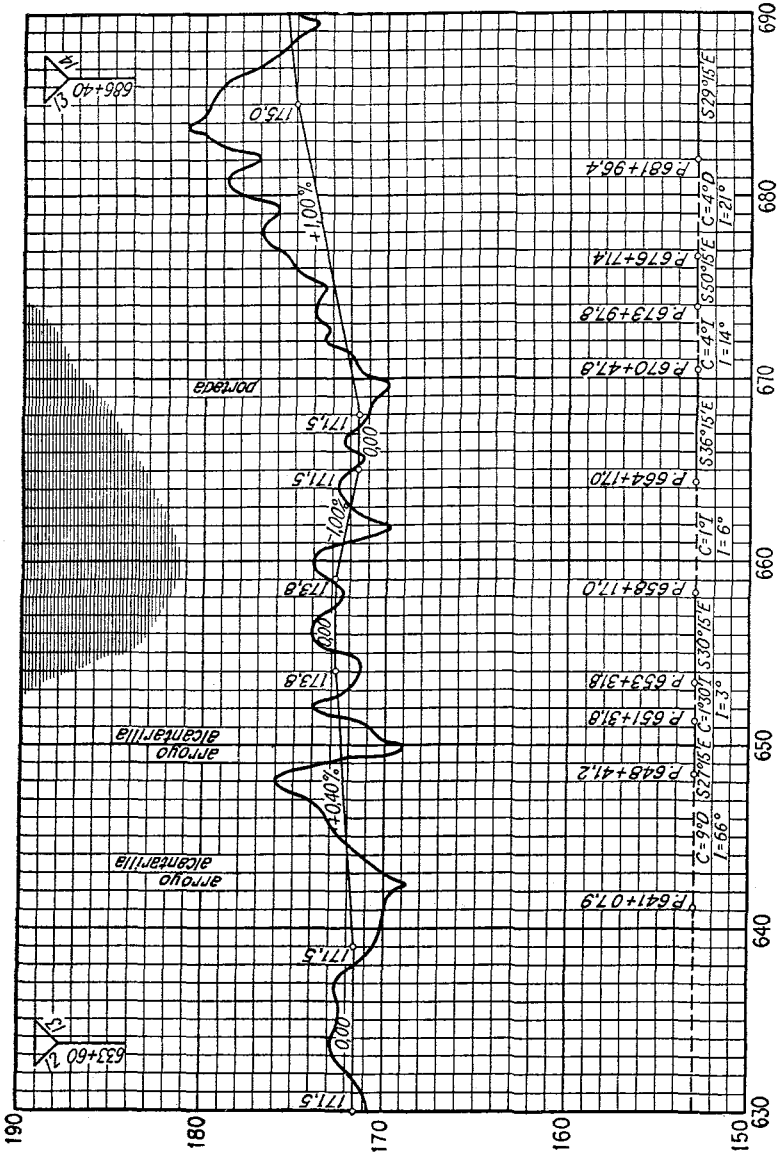


FIG. 11-1.—Perfil y alineación de una vía férrea.

segmentos rectilíneos consecutivos; por otra parte no deben redondearse de cualquier modo los salientes (elevaciones) y los entrantes (depresiones), ya que en el dibujo el perfil aparece puntiagudo en tales puntos a causa de la exageración de la escala vertical respecto a la horizontal. En la figura 11-1 se ve claramente la forma irregular de un perfil.

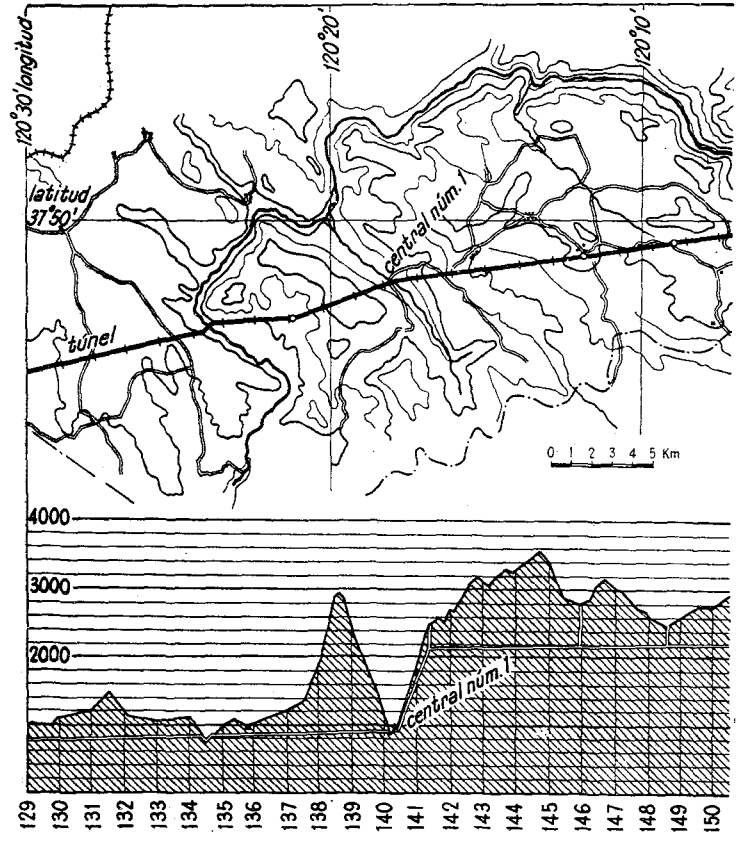


FIG. 11-2.—Mapa y perfil.

En el dibujo deben anotarse la estación y los detalles más importantes del terreno, como arroyos y caminos cruzados por el perfil (Fig. 11-1). Estas notas se consignan inmediatamente por encima de los puntos del perfil a que hacen referencia. Es de uso corriente el trazar un esquema de la alineación al pie de la hoja, con puntos situados directamente por debajo de los correspondientes del perfil. En esta alineación se anota la posición de las tangentes, curvas y cambios de

dirección del itinerario, pero no es exactamente una proyección del terreno, excepto cuando aquel es una línea recta. El diagrama al pie de la figura 11-1 es muy a propósito para vías férreas, carreteras y otras obras semejantes. A veces se indican también en este diagrama el cruce con linderos, corrientes y otros detalles interesantes.

También suelen dibujarse los perfiles sobre la misma hoja en que se ha dibujado el plano del itinerario, como se ve en la figura 11-2. Este sistema se presta muy bien a la vista de conjunto de la planta y del perfil de un itinerario. En los proyectos de carreteras se acostumbra dibujar la planta y el alzado en un mismo papel como representa la figura 26-1.

11-2. Determinación de pendientes.—El perfil de un terreno constituye la base para el estudio de las pendientes; aunque no vamos a discutir aquí los diversos factores que influyen en la elección de pendientes, debemos citar algunos de ellos. En el trazado de carreteras o caminos, las pendientes máximas permitidas están impuestas por exigencias del tráfico (véase Cap. XXVI). Análogamente, la rasante de los caminos está fijada entre límites muy estrechos, en ciertos puntos singulares, como son el paso sobre corrientes de agua, y los cruces con carreteras o vías férreas. Dentro de estas limitaciones, se fija la pendiente entre tales puntos lo más adaptada al terreno que sea posible, de modo que el volumen de tierra de cada excavación o desmonte resulte compensado con el del relleno o terraplén siguiente. En los desagües y alcantarillado hay establecidos unos límites mínimos de pendiente, impuestos por el mismo carácter de la obra, y con estos límites, con el perfil y con la rasante de los puntos singulares, se fija la pendiente.

Entre los puntos en que se ha fijado la pendiente se trazan rasantes hasta que, por ensayos sucesivos, se llegue a una solución satisfactoria. También se fija la pendiente en las estaciones y en los puntos de cambio de rasante, y se calculan las cotas de estos últimos puntos. Tanto el trabajo de campo como el de gabinete se simplifican mucho si las pendientes se expresan con decimales exactos, como 2,5 % o 0,65 %, y no con números fraccionarios, como $2^1/_3$ (2,33...) por 100, o $^{16}/_{71}$ (0,225...) por 100. La línea de rasantes puede estar formada por una serie de líneas rectas con cambios bruscos de dirección, o si los cambios de rasante son considerables, puede estar constituida por una serie de segmentos rectilíneos enlazados entre sí por curvas verticales en las elevaciones y en las depresiones. Sobre el perfil se traza la línea de rasantes elegida, como se indica en la figura 11-1. Los puntos de cambio de pendiente se señalan con un circulito, y en las rayas verticales que pasan por dichos puntos se anotan sus cotas (y si no coinciden con estaciones, se anota al pie el número de la estación anterior y el exceso sobre la misma). Las pendientes se anotan sobre la línea de rasantes como indica la figura.

11-3. Acabado del perfil.—El perfil se ultima pasándolo a tinta. Si ha de ser reproducido en papel ferroprusiato, todas las líneas se

dibujan con tinta negra; de no ser así, la línea de pendientes y las notas numéricas correspondientes se anotan, generalmente, en rojo, y el resto, en negro. A veces, el diagrama de la alineación con sus notas se dibuja con un color que se destaque bien, como el azul o el naranja. Los números de las estaciones de las rayas verticales más gruesas se insertan al pie de la hoja. Las cotas de las líneas horizontales más llenas se anotan a cada lado de la hoja, y hasta en puntos intermedios si el perfil es muy largo. Los números y las notas aclaratorias que se escriben verticalmente sobre el perfil se colocan usualmente de manera que se lean desde el lado derecho del papel, pero hay operadores que prefieren poder leerlas desde el lado contrario, para que al desenrollar el perfil, con el cero cerca del cuerpo, se vean los números en su posición vertical corriente.

11-4. Otros perfiles.—Los perfiles hasta ahora considerados ponen de manifiesto la relación entre pendientes y el terreno real, y sirven para fijar rasantes y calcular el movimiento de tierras. En relación con las construcciones, los perfiles se emplean con frecuencia para registrar gráficamente el avance de la obra. Así, p. ej., en la construcción de carreteras y vías férreas se aprecia el trabajo ejecutado cada mes, o sea el volumen de tierra movido, la longitud cubierta de afirmado o balasto, etc. Una vez transcurrido cada mes, se anota con un color especial la parte de la obra ultimada, consignando dentro o al lado de cada superficie iluminada el volumen de tierra u otro detalle importante. También se representan con símbolos o signos de colores apropiados el afirmado, el balasto, las tajeas, puentes, etc., una vez ultimados en campo.

En algunos trabajos especiales, como galerías subterráneas y cimientos, se dibujan perfiles no solo de superficie, sino de diferentes planos bajo tierra. Los puntos para los perfiles subterráneos se dibujan con datos de sondeo, y mediante líneas de unión de los puntos correspondientes se indica el límite superior y el inferior de los diferentes pisos subterráneos, que se indican en el perfil por medio de colores diferentes o de signos especiales.

11-5. Dibujo de las secciones transversales.—Las secciones transversales irregulares, levantadas para el cálculo del movimiento de tierras, se suelen dibujar a escala sobre papel especial, ordinariamente cuadriculado, de 1 mm de lado cada cuadrito. Los puntos singulares de las secciones transversales se sitúan con los datos de campo o haciendo uso de un plano topográfico (véase Cap. XXIV). Estos puntos están determinados por coordenadas, con el origen sobre el eje en la línea de rasante. La superficie se representa con una línea irregular o con una serie de segmentos de unión de los diferentes puntos. El contorno de las secciones se puede dibujar directamente o con ayuda de una plantilla.

La escala que debe emplearse depende de la precisión con que hay que calcular el área de la sección transversal. Para grandes secciones, la escala más corriente es la de 1 por 120, tanto para las abscisas como

para las ordenadas. Si las secciones son más bien pequeñas, se suele exagerar la escala vertical, como en los perfiles.

La sección transversal en la primera estación del itinerario se coloca ordinariamente en el ángulo superior de la izquierda del papel, y las restantes se dibujan una debajo de otra, como se ve en la figura 11-3, donde las secciones transversales se han dibujado a escala 1/120, tanto para las distancias verticales como para las horizontales. Debajo de cada sección se consigna el número de la estación respectiva. Dentro

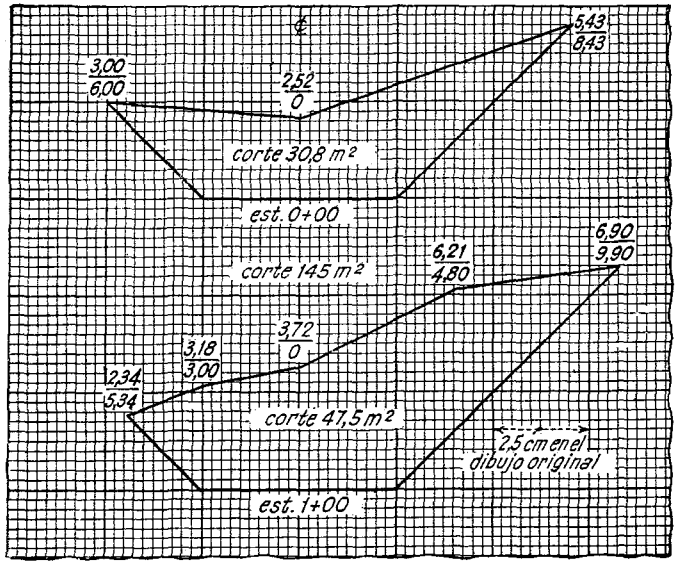


FIG. 11-3.—Secciones transversales.

de cada sección se inscribe su área, calculada en cubos de 25 cm de arista, y entre las sucesivas secciones se anota el volumen en metros cúbicos. Las coordenadas unas veces se indican en el dibujo y otras no. Algunos topógrafos dibujan la primera sección en el ángulo inferior izquierdo, consignan la cota del terreno en cada estación y anotan los demás detalles de modo diferente a como se indica en la figura.

Si el volumen de tierras se ha de hallar utilizando calculadoras, no es preciso dibujar las secciones transversales.

También pueden pasarse a tinta las secciones transversales; pero como generalmente solo se utilizan en gabinete, se dejan casi siempre en lápiz.

AREA DE LAS SECCIONES TRANSVERSALES

11-6. Area de secciones regulares; sección a nivel.—Se llaman secciones regulares aquellas en que se ha nivelado un punto a cada lado del eje. Las secciones a nivel y las de tres niveles son regulares. La superficie de estas secciones se calcula fácilmente sin necesidad de dibujarlas.

Para una zanja o una trinchera, el área de una sección transversal es igual al producto de la profundidad por la media de sus anchuras en la superficie y en el fondo.

Del mismo modo se calculan las secciones transversales en vías férreas y carreteras; si d es la distancia de la estaca central a cada una de las estacas de talud; w, la anchura de la plataforma, y c, la altura o profundidad del corte o relleno, la superficie A de la sección de nivel será:

$$A = c\left(d + \frac{w}{2}\right) \qquad [1]$$

11-7. Sección de tres niveles.—Una sección de esta clase se puede dividir en cuatro triángulos, del modo indicado en la figura 11-4, de la que se deduce fácilmente el valor de A:

$$A = \frac{1}{2} \cdot \frac{w}{2} (h_i + h_d) + \frac{1}{2} c(d_i + d_d)$$

o sea,

$$A = \frac{w}{4} (h_i + h_d) + \frac{c}{2} (d_i + d_d) \qquad [2]$$

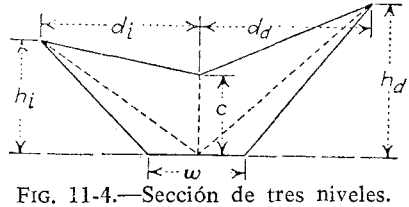


FIG. 11-4.—Sección de tres niveles.

REGLA. *Se multiplica la suma de las distancias a las estacas de talud por la mitad del corte o relleno central, y a esto se añade el producto de un cuarto de la anchura de la plataforma por la suma de las alturas laterales. El resultado es el área de la sección transversal.*

11-8. Areas de las secciones irregulares.—La figura 11-5 representa una sección transversal irregular de una carretera; los datos de la sección determinan el corte o el relleno C en la estaca central A, así como las distancias desde el centro y la altura de los cortes en los puntos E, F, G y H. El método que aquí se detalla no es sino una

aplicación del sistema general de cálculo de áreas por medio de coordenadas (véase Sec. 19-4). En este caso, de los datos de campo se deducen las coordenadas x e y para cada vértice de la sección (el origen está en 0); las coordenadas de los puntos M y N serán 0 y $\pm(w/2)$; y los signos más y menos indican que los puntos están a la derecha o a la izquierda del origen, respectivamente.

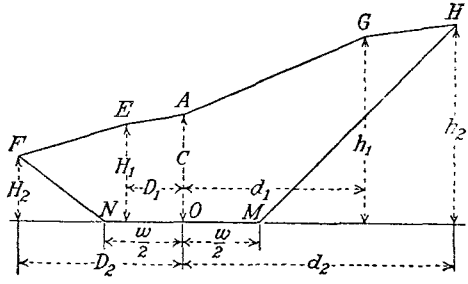


FIG. 11-5.—Sección irregular.

Para facilitar el cálculo, se anotan las coordenadas del modo siguiente:

$$\frac{H_2}{D_2}, \frac{H_1}{D_1}, \frac{C}{0}, \frac{h_1}{d_1}, \frac{h_2}{d_2}$$

De este modo, y teniendo en cuenta los signos de las abscisas de M y N, las coordenadas de los siete vértices serán, con sus signos:

$$\frac{0}{-\frac{w}{2}}, \frac{H_2}{-D_2}, \frac{H_1}{-D_1}, \frac{C}{0}, \frac{h_1}{+d_1}, \frac{h_2}{+d_2}, \frac{0}{+\frac{w}{2}}$$

Todavía se facilita más el cálculo colocando detrás de cada abscisa el signo contrario al que lleva delante, teniéndose así

$$\frac{0}{-\frac{w}{2}+}, \frac{H_2}{-D_2+}, \frac{H_1}{-D_1+}, \frac{C}{0}, \frac{h_1}{+d_1-}, \frac{h_2}{+d_2-}, \frac{0}{+\frac{w}{2}-}$$

La superficie de la sección se calcula con la siguiente

REGLA. *Se multiplica cada numerador por la suma algebraica de los dos denominadores adyacentes, tomando para estos el signo más próximo al numerador empleado. La suma algebraica de estos productos es igual al doble del área de la sección transversal.*

EJEMPLO. A continuación se consignan los datos de una sección transversal; la anchura de la plataforma es de 6 m. La superficie de la sección debe calcularse

con la regla anterior. Se anotan las coordenadas, con los signos antes indicados, teniéndose:

0	0,72	1,26	1,83	2,49	3,06	0
—3+	—4,08+	—3+	0	+4,50—	+7,59—	+3—

$0{,}72 \times (+3 - 3) = 0{,}00$ m²
$1{,}26 \times (+4{,}08 - 0) = 5{,}14$ m²
$1{,}83 \times (+3+4{,}50) = 13{,}73$ m²
$2{,}49 \times (0+7{,}59) = 18{,}90$ m²
$3{,}06 \times (-4{,}50+3) = -4{,}59$ m²

Doble del área = 33,18 m². Area = 16,58 m²

En secciones a media ladera, en que la carretera va en parte sobre terraplén y en parte en desmonte, se calculan las áreas de las secciones, dividiendo su superficie en trapecios y triángulos.

Cuando las secciones transversales están limitadas por líneas curvas o son muy irregulares, se dibujan como se dijo en la sección 11-5, y se calcula el área dividiendo la superficie en rectángulos y triángulos (sumando después todas estas áreas parciales), o mejor aún, recorriendo el perímetro de la sección con un planímetro polar (véase Sec. 4-12). Pocas veces ocurre que no pueda determinarse con planímetro la superficie de una sección transversal (a fines de cubicación) con precisión igual o superior a la que corresponde al levantamiento en campo.

CUBICACION DE TIERRAS

11-9. Generalidades.—Son muchos los procedimientos en uso para calcular volúmenes de tierra, dependiendo de la clase de excavación y de los datos de campo. Cuando se han tomado secciones transversales al levantar o recorrer el perfil longitudinal, se determinan las áreas del modo indicado anteriormente, y el volumen de los prismas se calcula por el método de la media de las áreas extremas (Sec. 11-11) o por la fórmula del prisma (Secs. 11-12 y 11-13). El mismo método se sigue para las graveras y excavaciones análogas, o si se han medido las cotas de los mismos puntos antes y después de la excavación, se puede calcular el volumen dividiéndolo en prismas truncados verticales (sección 11-10). Antes de hacer la excavación se suele estudiar el movimiento de tierras sobre un plano topográfico en que aparezcan curvas de nivel, y tal como queda después de hecha la excavación o el relleno; el volumen se halla en este caso dividiéndolo en prismoides de bases horizontales y caras inclinadas. En la sección 24-18 se describen métodos para calcular cubicaciones sobre planos con curvas de nivel. Los volúmenes totales se expresan siempre en metros cúbicos.

Dado el carácter reiterativo de los cálculos de las cubicaciones, incluido el de las áreas de las secciones transversales, es muy conveniente emplear máquinas calculadoras.

11-10. Volumen de una gravera.—El método usual para determinar el volumen de una gravera consiste en tomar secciones transversales antes y después de hacer la excavación (Secs. 10-3 y 10-4). Se dibuja la gravera en planta y se divide su superficie en rectángulos, triángulos y trapecios, quedando así descompuesto el volumen en prismas truncados. En realidad, las superficies superior e inferior de los prismas son irregulares en su relieve, aunque se suponen planas para efectuar el cálculo de la cubicación.

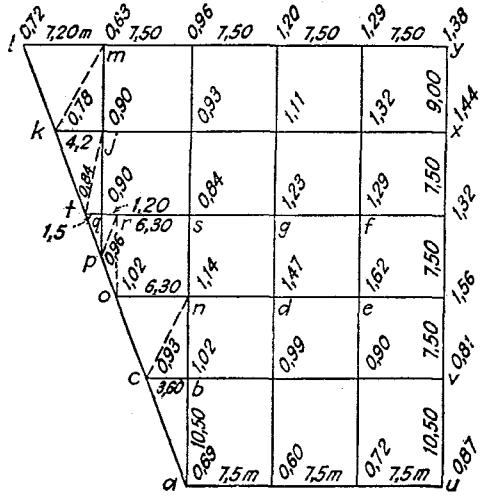


FIG. 11-6.—Gravera.

La figura 11-6 representa (en planta) una gravera; las observaciones están escritas en los puntos de intersección de las líneas de trazo lleno. Los números inclinados indican la profundidad de la excavación, en metros.

El volumen de un prisma truncado triangular (como el *abc* de la figura) es

$$V = (A/3)(h_1 + h_2 + h_3) \qquad [3]$$

donde A es el área de la sección horizontal, y h_1, h_2, h_3, las alturas de los vértices.

Es evidente que todo prisma rectangular (como el *defg*) se puede dividir en prismas triangulares por medio de uno o dos planos diagonales; pero a menos que sea mucha la diferencia entre las alturas los vértices, el error que se comete al considerar el prisma como rectangular truncado es insignificante comparado con el que resulta de despreciar las irregularidades de la superficie del terreno. En este su-

puesto, el volumen será igual al producto de la media de las alturas por la sección horizontal. Cuando se ve que este procedimiento ha de dar lugar a error considerable en el cálculo del volumen, se procede por prismas triangulares y se hace en la libreta de campo la consiguiente anotación. Así, p. ej., en el volumen *jklm*, la línea de trazos *km* indica en el croquis que hay que calcular los volúmenes triangulares cuyas caras superiores son *jkm* y *klm*. Por análogas razones, el volumen *nopqrs* se divide en un prisma rectangular y en dos triangulares.

Si varios prismas rectangulares contiguos tienen la misma sección horizontal (es decir, las mismas dimensiones horizontales), se calculan como un solo cuerpo del modo siguiente: se multiplica cada altura de vértice por el número de prismas de igual sección recta que concurren en tal vértice; se suman los valores así hallados y se multiplica esta suma por la sección recta u horizontal de uno de los prismas; el producto, dividido por 4, es igual al volumen del sólido considerado.

EJEMPLO. El cuadro siguiente corresponde al cálculo del volumen de la gravera representada en la figura 11-6. Los cálculos comprueban la regla dada en la sección anterior. El volumen *uvba* está compuesto de tres prismas rectangulares de base $7{,}5 \times 10{,}5$ m; sumando las alturas de los vértices a partir del *a*, en el sentido de las agujas del reloj, se tiene: $0{,}69 + 1{,}02 + 2(0{,}99 + 0{,}90) + 0{,}81 + 0{,}87 + 2(0{,}72 + 0{,}60) = 9{,}81$ m, que es el primer valor que aparece en la segunda columna.

VOLUMEN DE UNA GRAVERA

Prisma	Σ alt. vért.	Area, m²	Coefte.	Volumen, m³
uvba	9,81	7,5 × 10,5	× 1/4	193,1
vxjqsb	48,57	7,5 × 7,5	× 1/4	683,1
xymj	17,97	7,5 × 9,0	× 1/4	303,2
nors	3,90	7,5 × 6,3	× 1/4	46,2
klm	2,13	3,6 × 9,0	× 1/3	23,0
jkm	2,31	2,1 × 9,0	× 1/3	14,6
kjt	2,55	2,1 × 7,5	× 1/3	13,5
jqt	2,67	0,75 × 7,5	× 1/3	5,1
tqp	2,73	0,75 × 4,2	× 1/3	2,7
pqr	2,76	0,60 × 4,2	× 1/3	2,4
opr	2,88	0,60 × 7,5	× 1/3	4,3
con	3,09	3,15 × 7,5	× 1/3	24,3
bcn	3,09	1,8 × 7,5	× 1/3	14,0
abc	2,64	1,8 × 10,5	× 1/3	16,7
		Total		1346,2 m³
		o bien		1346 m³

En este cuadro, los volúmenes parciales están aproximados a 0,25 m³, y el volumen total está expresado en metros cúbicos completos. Es absurdo, como se hace algunas veces, calcular volúmenes de tierras con decimales de metro cúbico, ya que las irregularidades del terreno

entre los puntos cuyas alturas entran en el cálculo dan lugar, sin duda alguna, a una diferencia de varios metros cúbicos entre el volumen calculado y el volumen real de la tierra movida. Cuando se trata de grandes volúmenes se aproxima el resultado a la decena y hasta la centena de metros cúbicos, en la seguridad de que las cifras obtenidas corresponden a la precisión de las medidas tomadas sobre el terreno.

11-11. Volumen en función de las bases.—El método más empleado para la determinación de volúmenes de excavación a lo largo de carreteras, vías férreas, canales y demás obras análogas es el llamado del área de la sección media, fundado en la hipótesis de que el volumen entre dos secciones transversales consecutivas es la media de ambas superficies multiplicada por la distancia entre las mismas, es decir:

$$V = \frac{l}{2}(A_1 + A_2) \qquad [4]$$

donde V es el volumen (en metros cúbicos) del prismatoide de longitud l (en metros) entre dos secciones transversales cuyas áreas respectivas son A_1 y A_2 (en metros cuadrados).

Si las secciones se toman a cada 100 m, el volumen anterior, expresado en metros cúbicos, será:

$$V = 50(A_1 + A_2) \qquad [5]$$

Las fórmulas [4] y [5] sólo son exactas cuando $A_1 = A_2$, pero son muy aproximadas para $A_1 \gtrless A_2$. Cuando una de las superficies tiende a cero, como sucede al pasar de desmonte a terraplén en una ladera, puede cometerse un error máximo del 50 % con la aplicación de las fórmulas anteriores. En estos casos, el volumen se calcula como si fuera una pirámide; o sea

$$volumen = 1/3 \text{ área de la base} \times \text{altura}.$$

Teniendo en cuenta que las secciones transversales se hallan generalmente a gran distancia entre sí y que se prescinde de las pequeñas irregularidades del terreno entre tales secciones, el método del área media resulta lo suficientemente preciso para los trabajos corrientes de este género.

Cuando hay grandes desmontes o terraplenes en curvas muy pronunciadas es conveniente corregir los volúmenes de tierra calculados, aunque ordinariamente esta corrección es de un valor relativamente pequeño, que no merece ser tenido en cuenta.

11-12. Fórmula del prismatoide para el cálculo de volúmenes.—El volumen de un prismatoide está dado por la fórmula

$$V = \frac{l}{6}(A_1 + 4A_m + A_2) \qquad [6]$$

donde l es la distancia en metros entre las dos secciones que sirven de bases al prismatoide; A_1 y A_2, las áreas de estas secciones, y A_m, la su-

perficie de la sección equidistante de las bases, todas ellas expresadas en metros cuadrados. El área A_m se calcula promediando las dimensiones homólogas de las secciones extremas y no hallando la media de sus áreas respectivas A_1 y A_2. La ecuación [6] es una aplicación de la regla de Simpson (Sec. 19-11).

EJEMPLO. Los datos siguientes corresponden a dos secciones transversales, tomadas desde dos estaciones distantes entre sí 30 m. La anchura de la plataforma es de 6 m, y la pendiente de los taludes, de 1,5 por 1.

Estación	Sección transversal			Area m²	Volumen m³
	Izquierda	Centro	Derecha		
115	$\frac{d1{,}2}{4{,}8}$	$\frac{d1{,}8}{0}$	$\frac{d3{,}6}{8{,}4}$	19,08	
					419
116	$\frac{d0{,}6}{3{,}9}$	$\frac{d0{,}9}{0}$	$\frac{d2{,}4}{6{,}6}$	9,27	
Sección media	$\frac{d0{,}9}{4{,}1}$	$\frac{d1{,}35}{0}$	$\frac{d3{,}0}{7{,}5}$	13,86	

El volumen de tierra entre las dos secciones se calcula por la fórmula del prismatoide. Debajo de los datos correspondientes a ambas secciones se anotan los de la sección media, deducidos promediando los valores dados para las primeras en las estaciones 115 y 116. En la columna encabezada con «Area, m²» van las superficies de las secciones, calculadas con la fórmula [2] (Sec. 11-7). Aplicando la fórmula [5] se tiene:

$$V = \frac{30}{6}(19{,}1 + 4 \times 13{,}87 + 9{,}3) = 419 \text{ m}^3$$

Aunque la fórmula del prismatoide da el verdadero volumen de este cuerpo, la diferencia entre el resultado obtenido con su aplicación y el valor deducido por el método del promedio de las bases no es de consideración, excepto cuando es muy grande la variación de una base a la siguiente.

En el ejemplo anterior el volumen calculado por el promedio de sus bases es de 425 m³; la diferencia entre los resultados con las dos fórmulas es, pues, de 6 m³, o sea un 1,4 %. Como muestra del error que se puede cometer en la cubicación por una variación en la superficie, aparentemente insignificante, supongamos que entre las dos secciones consideradas en el ejemplo anterior se forma una vaguada en la estación 115 + 15, bajando el terreno 15 cm en una anchura de 6 m, resultando

así el error compuesto de dos cuñas, con base de 90 dm^2 y altura de 15 m. El volumen de estas dos cuñas es $2 \times \frac{1}{2} \times 0{,}9 \times 15 = 13{,}5$ m^3, es decir, que este error es más del doble que el cometido calculando el volumen por el promedio de sus bases en vez de hacerlo por la fórmula del prismatoide. Para quien esté familiarizado con los trabajos de campo resulta evidente que pueden pasar inadvertidas irregularidades del terreno mucho mayores que las antes citadas, a menos que se ponga un cuidado tan especial como inusitado en la toma de datos en el campo.

De lo expuesto se deduce que en cuanto al movimiento de tierras se refiere, únicamente está justificado el empleo de la fórmula del prismatoide cuando las secciones transversales se toman a corta distancia unas de otras, cuando las observaciones se hacen de modo que se pueden medir las pequeñas irregularidades de la superficie o cuando difieren mucho entre sí las áreas de las secciones consecutivas. Generalmente, los valores obtenidos con la fórmula del prismatoide son menores que los calculados por el método del promedio de las bases. Al contratar una excavación debe concretarse previamente el sistema de cálculo que se ha de seguir, porque de otro modo el contratista puede reclamar (y obtener) el beneficio que supone el método usual de las bases o secciones extremas.

11-13. Corrección prismatoidal.—Se llama así la cantidad que hay que *restar algebraicamente* del volumen determinado por el método de las secciones extremas para tener el dado por la fórmula del prismatoide, que es mucho más exacto.

El valor de esta corrección se demuestra que tiene por expresión

$$C_v = 2{,}49(H_0 - H_1)(D_0 - D_1), \text{ (en metros cúbicos)} \qquad [7]$$

donde C_v = diferencia de volumen, o corrección (en metros cúbicos), para un prismatoide de 30 m de longitud.
H_0 = altura del centro de una base, en metros.
H_1 = altura del centro de la otra base, en metros.
D_0 = distancia, en metros, entre las estacas de talud en la sección extrema cuyo centro está a la altura H_0.
D_1 = distancia, en metros, entre las estacas de talud en la otra sección.

EJEMPLO. Para el prismatoide de la sección 11-12, la corrección será:

$$C_v = 2{,}49(1{,}8 - 0{,}9)(13{,}2 - 10{,}5) = 6{,}05 \text{ m}^3,$$

que concuerda con la diferencia ($425 - 419 = 6$ m^3) entre los valores obtenidos por el método del promedio de las bases y el deducido con la fórmula del prismatoide.

11-14. Volumen deducido del perfil longitudinal.—El cálculo aproximado del movimiento de tierras en carreteras y vías férreas se hace antes del trazado definitivo, y se apoya en el perfil longitudinal del

proyecto. Si los taludes fueran verticales, el volumen de un desmonte o de un terraplén sería una función directa de la superficie comprendida entre el perfil del terreno y las rasantes propuestas. Pero como los taludes son inclinados, el volumen de tierra movida aumenta en más proporción que la profundidad o altura; de aquí resulta que (salvo el caso de una apreciación a estima muy poco precisa) no puede tomarse directamente la superficie que en el papel representa desmonte o terraplén como medida de volumen, como puede hacerse, en cambio, en las trincheras o zanjas.

Para aforos de poca exactitud se mide con un planímetro la superficie de desmonte o de terraplén, dada por el perfil longitudinal, y se divide por la longitud de uno u otro para tener la profundidad de la excavación o la altura del relleno en el punto medio; se calcula el área de una sección a nivel que tenga este relleno o excavación y, multiplicándola por la longitud del terraplén o del desmonte, se tiene el volumen de la tierra movida.

EJEMPLO. La longitud de un desmonte dado es de 495 m, y la superficie comprendida entre el perfil del terreno y la rasante es de 1665 m². La plataforma del camino o vía de que se trata tiene 6 m de anchura, y la pendiente de los taludes es de 1,5 por 1. Se quiere determinar aproximadamente el volumen de la excavación.

Profundidad media del corte: $\dfrac{1665}{495} = 3.36$ m.

Para una sección a nivel, la distancia a una estaca de talud es

$$d = \frac{w}{2} + cs = 3 + 1{,}5 \times 3{,}36 = 8{,}04 \text{ m.}$$

El área de la sección transversal media es

$$A = c\left(\frac{w}{2} + d\right) = 3{,}36(3 + 8{,}04) = 37{,}1 \text{ m}^2,$$

y el volumen total será, por consiguiente,

$$V = 37{,}1 \times 495 = 18364 \text{ m}^3$$

Para aforos de menos precisión aún, se dibuja a escala el desmonte o el terraplén en cada estación y se calcula el volumen correspondiente por estación para una sección a nivel cuya altura es el corte o el relleno deducido del dibujo. Se supone que la sección a nivel en cada estación se mantiene constante en una longitud de 30 m (15 m hacia adelante y 15 hacia atrás de la estación). El volumen total para un cierto terraplén o desmonte se obtiene sumando los volúmenes por estación deducidos del modo indicado. En los tratados especiales de construcción de vías férreas y de carreteras figuran tablas de volúmenes (en metros cúbicos) por 30, 50 ó 100 metros de longitud para distintas anchuras de plataforma, dife-

rentes pendientes de taludes y varias alturas o profundidades de rellenos o excavaciones. Cuando no se disponga de estas tablas se pueden determinar muy bien los volúmenes construyendo un diagrama con los cortes o rellenos como ordenadas y los volúmenes en metros cúbicos por 100 m como abscisas. También se pueden calcular los volúmenes por medio de una regla graduada en metros cúbicos por 10, 30, 50 ó 100 m de longitud para varias alturas de corte o relleno y aplicando después la escala al perfil.

Este método que acabamos de indicar puede modificarse construyendo un gráfico de movimientos de tierras sobre el mismo papel en que está dibujado el perfil o en otro distinto; las ordenadas de este diagrama son metros cúbicos por metro de longitud, y las abscisas, las distancias en metros a lo largo del perfil. Cuando el diagrama está dibujado en la misma hoja que el perfil se toma una línea horizontal conveniente como eje de abscisas; las ordenadas positivas (por encima de este eje) representan volúmenes de desmonte y las negativas (por debajo del eje) corresponden a volúmenes de terraplén. La escala horizontal es la misma que para el perfil. La escala vertical varía según la magnitud de los volúmenes en cuestión, siendo muy usual la de 1 cm = 20 m^3/m. En cada estación y en todos los puntos de cambio de pendiente se lee con la escala adoptada la distancia entre el perfil y la rasante, y el volumen por metro de longitud, para una sección a nivel de tal altura, se halla mediante tablas o diagramas; el volumen así determinado se toma como ordenada en el gráfico de movimiento de tierras. Se completa el diagrama uniendo con una línea continua los puntos así situados. El área bajo el diagrama (a la escala empleada para los volúmenes) da el volumen en metros cúbicos. De este modo, si la escala horizontal es de 1 cm = 50 m y la vertical es de 1 cm = 50 m^3/m, 1 cm^2 del papel representará 2500 m^3.

11-15. Precisión en la determinación de volúmenes de tierra.—Es interesante conocer los errores probables que pueden afectar a las cubicaciones y que deben discutirse con relación a cada uno de los métodos más comúnmente empleados: 1) volúmenes calculados en función de los datos obtenidos en la situación de las estacas de talud; 2) volúmenes calculados partiendo de secciones irregulares, y 3) volúmenes deducidos de planos con curvas de nivel (véase Sec. 24-18).

Las operaciones necesarias para el cálculo de volúmenes requieren hacer mediciones horizontales, de ordinario con cinta metálica, y medidas verticales, tomadas con nivel y mira. Estas mediciones están sujetas a errores accidentales, debidos principalmente a no señalar con exactitud los extremos de las cintadas, a lecturas defectuosas de mira y a variaciones del relieve del suelo en que se coloca la mira. La cuantía de estos errores varía mucho según el terreno, pero como orientación puede admitirse un error probable de ± 15 mm en cada medición, es decir, por cada cintada y por cada lectura de mira. Este valor se admite como una aproximación aceptable para los terrenos de configuración ordinaria.

Por ser generalmente las distancias horizontales mucho mayores que las verticales, es evidente que el *porcentaje* de error en las medidas horizontales ha de ser bastante menor que en las verticales, de donde resulta que los errores en el cálculo de volúmenes provienen en su mayor parte de los cometidos en la determinación de la altura o profundidad de los terraplenes o desmontes. Y puesto que la magnitud de los errores es independiente de la longitud de las distancias, el tanto por ciento de error del resultado final es mayor para pequeños volúmenes que para los más grandes.

1.° *Volúmenes calculados en función de los datos de las estacas de talud.*—En la tabla siguiente ofrecemos un ejemplo de cálculo de esta clase, en el que se supone que la carretera tiene una anchura de 6 m y que los taludes tienen una pendiente de 1,5 por 1. Los volúmenes se calculan para tramos de 30 m de longitud.

Altura media del corte o del relleno, m	Area, m^2	Error probable, en superficie		Volumen, m^3	Error probable, en volumen	
		Valor, m^2	%		Valor, m^3	%
0,60	4,3	±0,06	1,4	130	±1,38	1,1
1,30	9,7	±0,07	0,8	294	±1,61	0,5
1,70	14,6	±0,09	0,6	438	±1,99	0,5
3,80	45,7	±0,14	0,3	1372	±2,98	0,2

En esta tabla vemos que: 1) el tanto por ciento de error en superficie y en volumen es inversamente proporcional a la altura del corte o del relleno; 2) la magnitud del error probable carece de importancia en comparación con los debidos a variaciones sobre el terreno, y 3) el error probable solo afecta a las cifras que ocupan el último lugar en las cantidades calculadas. Por esa razón conviene tomar una cifra decimal más en los cálculos intermedios de superficies y volúmenes; pero es absurdo tomar más decimales en los valores totales, tanto para las áreas como para los volúmenes.

2.° *Volúmenes deducidos de las secciones irregulares.*—Lo dicho anteriormente para los volúmenes de terraplén y desmonte en carreteras se aplica también al volumen de las graveras. Pero como las formas de estas graveras son más irregulares que las de las secciones de las carreteras, y hay que hacer dos lecturas de mira para cada punto, se concibe que el volumen calculado para una gravera haya de estar afectado por un porcentaje de error mayor que para un volumen igual en una carretera. Por otra parte, las lecturas se hacen a cortos intervalos (10 a 15 m), por lo cual los errores debidos a la irregularidad de la superficie del terreno no son tan grandes como en el caso de las carreteras, y dado que hay que hacer muchas lecturas, la ley de los errores accidentales indica que ha de disminuir considerablemente el tanto por ciento de error en el volumen total.

Suponiendo un error probable de ± 15 mm en una simple lectura de mira, el error total probable para la gravera representada en la figura 11-6 es $\pm 1{,}83$ m^3. El volumen es de 1346 m^3 y el error probable es 0,1 %, que viene a ser la mitad del error en el volumen de 1372 m^3 que figura en el cuadro anterior para una carretera.

3.° *Volumen deducido de planos con curvas de nivel.*—Los errores en la determinación de esta clase dependen de la escala del plano, de la equidistancia entre las curvas de nivel y de la precisión con que están dibujadas estas curvas. Cuanto mayor sea la escala y menor la equidistancia entre curvas, más exactamente calculados resultarán los volúmenes. En condiciones normales, con escalas de 1/500 a 1/1000, y con equidistancia entre las curvas de nivel de 25 a 50 cm, los cálculos pueden considerarse exactos con una precisión de un 5 %, dependiente de la extensión del terreno. Sobre planos con curvas de nivel a equidistancia de 1,5 m se pueden hacer cálculos aproximados, pero a menos que sean considerables las alturas o las profundidades de terraplenes y desmontes, y que la nivelación esté hecha en escala grande, el error relativo que se comete ha de ser importante. Cuando el terreno es de pendiente suave y los cortes o rellenos han de tener poca altura, no se pueden hacer cálculos admisibles de movimiento de tierras, excepto en el caso de que sea muy pequeña la equidistancia entre las curvas de nivel; para este objeto es frecuente trazar las curvas con 15 cm de equidistancia.

PROBLEMAS NUMERICOS

11-1. Dibújese un perfil con los datos del problema numérico 10-1 entre las estaciones 179 y 180. Adóptese una escala horizontal de 1 cm = 10 m y una vertical de 1 cm = 50 cm.

11-2. Los datos siguientes relativos a secciones transversales han sido tomados en las estaciones 109 y 110. La anchura de la plataforma de la carretera es de 7 m y la pendiente de los taludes es de 2 por 1. Calcúlese el área de las dos secciones.

Estación	Sección transversal		
109	$\frac{d\ 0{,}72}{5{,}04}$	$\frac{d\ 0{,}36}{0{,}0}$	$\frac{d\ 0{,}12}{3{,}84}$
110	$\frac{d\ 3{,}66}{10{,}92}$	$\frac{d\ 2{,}76}{0{,}0}$	$\frac{d\ 1{,}44}{6{,}48}$

11-3. A continuación se consignan datos de una sección transversal irregular para carretera. La anchura de la caja es de 7 m y la pendiente de los taludes es de 1,5 por 1. Calcúlese la superficie de la sección por los tres métodos descritos en la sección 11-8. Compárense los resultados:

$$\frac{d\ 1{,}26}{5{,}49} \quad \frac{d\ 2{,}04}{3{,}60} \quad \frac{d\ 3{,}36}{0} \quad \frac{d\ 4{,}32}{3{,}00} \quad \frac{d\ 5{,}04}{7{,}50} \quad \frac{d\ 5{,}52}{11{,}88}.$$

11-4. Determínese el volumen, en metros cúbicos, entre las estaciones 109 y 110 del problema 11-2 haciendo uso del método de las secciones extremas y de la fórmula del prismatoide. Anótese la diferencia, en tanto por ciento, entre los volúmenes correspondientes y compárese la diferencia entre los volúmenes totales con la obtenida aplicando la fórmula [6].

11-5. ¿Qué error, en volumen, se cometerá entre las estaciones 109 y 110 del problema anterior si las alturas del corte en el centro y en las dos estacas de talud tuvieran un error, por exceso, de 5 cm? Exprésese el error, en tanto por ciento, del volumen calculado por el método de las secciones extremas (bases).

11-6. Suponiendo que entre las dos estaciones del problema 11-4 hay formada una hondonada en una anchura de 7 m, con un máximo de 25 cm en el punto 109 + 15, calcúlese el error, en metros cúbicos, con que resulta calculado el volumen.

11-7. Calcúlese el volumen, en desmonte y en terraplén, entre las secciones transversales 62 y 64. La plataforma de la carretera tiene 7 m de anchura en desmonte y 6 m en terraplén, y las pendientes de los taludes son de 1,5 por 1. Tabúlense los datos de la forma siguiente: «Estación», «Sección transversal», «Area» y «Volumen». Hágase uso de la fórmula del prismatoide.

Estación	Sección transversal			
62	*d* 0,78	*d* 1,44	*d* 1,92	
	4,77	0,00	6,48	
63	0,00	*d* 0,93	*d* 1,32	
	3,60	0,00	5,58	
63 + 7	*t* 1,38	0,00	*d* 0,78	
	5,07	0,00	4,77	
64	*t* 2,16	*t* 1,44	0,00	*d* 0,54
	6,24	0,00	1,80	4,41

11-8. Resuélvase el problema anterior por el método de la media entre las secciones extremas, calculando el volumen de las pirámides por la fórmula $V = {}^1/_3$ (área de la base × longitud).

11-9 La superficie exterior de una gravera es de 22,5 por 40,5 m. Se nivela antes y después de la excavación y se toman las ordenadas de sus vértices respecto a uno de los lados de 40,5 m como base. Las alturas de la excavación se consignan en el cuadro siguiente:

Ordenadas	Altura de la excavación, en m						
	Est. 0	Est. 0+9	Est. 0+15	Est. 0+22	Est. 1+00	Est. 1+5	Est. 1+10
0,0	0,00	0,45	0,00	1,35	1,86	1,41	0,00
7,5	0,36	0,87	3,18	2,91	2,37	2,52	0,75
15,0	0,75	1,11	2,61	2,61	2,82	2,52	1,08
22,5	0,00	0,00	0,57	2,28	2,04	1,89	0,00

Calcúlese el volumen por el método descrito en la sección 11-10.

11-10. Un cierto terraplén para una vía férrea tiene 405 m de longitud. Se dibuja el perfil con una escala horizontal de 1/5000 y una vertical de 1/250. Se recorre el perímetro de la superficie comprendida entre el perfil y la rasante, en el sentido de las agujas del reloj, con el punzón de un planímetro, con el polo exterior; en este planímetro, una vuelta de la ruedecilla equivale a 65 cm^2 sobre el papel. La diferencia de lecturas del planímetro es de 0,269. ¿Cuál es, en metros, la altura media del terraplén? Afórese el volumen del terraplén, en metros cúbicos, suponiendo una sección transversal a nivel en el punto de altura media y que la plataforma tiene 5 m de anchura, con pendiente de 1,5 por 1 en los taludes.

PROBLEMAS DE GABINETE

Problema 1. Construcción de perfiles

Objeto. Dibújese un perfil con los datos tomados en campo y fíjese la rasante para una carretera, una vía férrea, un tendido de tubería u otra obra semejante.

Procedimiento. 1) Adóptese una escala horizontal y otra vertical, de acuerdo con la finalidad del perfil. 2) Examínense los datos de campo para determinar la posición de los puntos de cota máxima y mínima, respectivamente. Cada línea gruesa horizontal del papel de perfiles se numera con su cota respectiva. Al pie de las líneas verticales más llenas se anotan los números de orden de las estaciones situadas cada 30 m, aumentando estos números de izquierda a derecha, y siendo múltiplos de 10 para escalas reducidas. 3) Con los datos del perfil se dibuja este último, uniendo, a mano alzada, los puntos resultantes con una línea curva. Se anotan los nombres de los caminos y corrientes de agua que se atraviesen, directamente por encima del punto de intersección con el perfil. Se comprueba el perfil y se retinta con tinta *negra*. 4) Fíjese la línea de pendientes. En cada cambio de rasante se dibuja un circulito y se anota su altura (y su distancia a la última estación si no coincide con ninguna de estas) sobre una línea vertical inmediatamente por encima o por debajo del circulito. Sobre cada rasante se anota su pendiente, como se vio en la figura 11-1. 5) Al pie del papel se traza, con tinta negra, la proyección del itinerario, empleando un esquema análogo al de dicha figura. 6) Se rotula el dibujo de modo adecuado.

Advertencias y precauciones. 1) Se dibuja el perfil partiendo de las cotas leídas y de la situación de las estaciones y no de los datos de la nivelación. Es ventajoso el trabajo hecho con dos operadores: uno que dicta los datos mientras el otro va dibujando el perfil; para comprobar el dibujo, cambian los operadores de función. 2) Hay que evitar la confusión muy corriente de leer las alturas de los puntos de cambio y de los permanentes como si fueran cotas del terreno, para lo cual se señalan con un circulito las cotas de los puntos permanentes y de cambio. 3) Se obtiene una anchura más uniforme de las líneas pasando a tinta el perfil (a mano alzada) con un tiralíneas *loco* mejor que con una pluma de dibujo. El delineante no debe redondear exageradamente los salientes ni las depresiones.

PROBLEMA 2. CONSTRUCCIÓN DE SECCIONES TRANSVERSALES; CUBICACIÓN DE TIERRAS

Objeto. Dibujo de secciones transversales de una carretera, partiendo de los datos de campo, y cálculo del movimiento de tierras. Se supone que los datos de las secciones transversales dan los valores de las alturas y profundidades de los terraplenes y desmontes más bien que las cotas (véase problema de campo número 3 del Cap. X, pág. 248).

Procedimiento. 1) Se empieza por la parte superior de la izquierda del papel especial para secciones transversales, y se eligen convenientemente dos líneas llenas, una horizontal y otra vertical, como línea de pendientes y como eje de la sección, respectivamente. Con estas líneas como ejes de coordenadas se dibuja el perfil transversal en la primera estación (Fig. 11-3), contando el número de espacios a partir del eje vertical y sobre la línea de pendientes que corresponden a los datos tomados en el campo. En los puntos representados se anotan las mismas dimensiones que figuran en la libreta de campo para dichos puntos. Se trazan líneas rectas representativas de la plataforma de la vía, de los taludes del terraplén o del desmonte y del itinerario sobre el terreno, cerrándose así la sección transversal. Por fuera de la sección, e inmediatamente por debajo de la misma, cerca de su eje vertical, se anota el número de la estación. 2) A distancia conveniente de la sección dibujada, y debajo de la misma, se dibuja la sección siguiente, con su eje en prolongación del anterior. 3) Una vez que se llega al pie del papel se dibuja la sección siguiente un poco a la derecha y en la parte superior de la hoja, y así se continúa hasta terminar el dibujo de todas las secciones. 4) Se calcula la superficie de cada sección y se anota su valor dentro de la misma (p. ej., **10** m^2). Las secciones irregulares se miden con planímetro. 5) Los volúmenes se calculan por los métodos de la fórmula del prismatoide y de la sección media, anotándose el volumen de cada prismatoide entre sus secciones extremas (p. ej., **115** m^3). 6) Se calcula el volumen total aplicando los diversos métodos en cada desmonte o terraplén, y se anotan los resultados claramente. 7) Rotúlese adecuadamente.

CAPITULO XII

MEDIDA DE ANGULOS Y DIRECCIONES LA BRUJULA

12-1. Determinación de puntos.—Como ya se ha dicho anteriormente, la finalidad de los levantamientos topográficos es determinar la posición relativa de puntos sobre la superficie de la Tierra. La *situación* de un punto se fija: 1) midiendo su dirección y distancia desde otro punto conocido; 2) midiendo su dirección desde dos puntos dados, o 3) tomando su dirección desde un punto y su distancia desde otro. Cuando se trata de situar los puntos, tal y como se verían en proyección horizontal, las observaciones de campo comprenden mediciones de distancias horizontales, como se describieron en el capítulo VII, y determinación de direcciones en el plano horizontal. Si además se quiere conocer y representar la altura relativa de los puntos, se recurre a alguno de los métodos de nivelación expuestos en los capítulos VIII a X.

Para la proyección horizontal o planimetría se halla la *dirección* de una línea (definida por dos puntos) midiendo el ángulo formado por esta

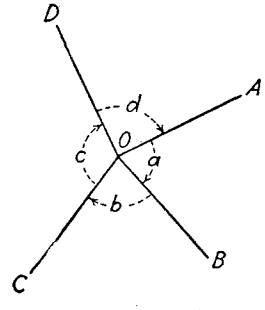


FIG. 12-1(*a*).—Direcciones determinadas por ángulos.

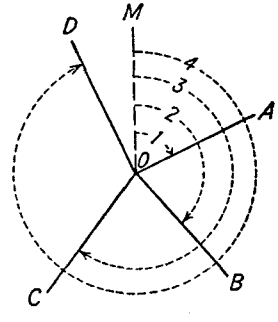


FIG. 12-1(*b*).—Direcciones referidas a la meridiana.

línea y otra que se toma como referencia. Para la proyección vertical, la dirección de un punto respecto a otro se determina mediante el ángulo vertical formado por la línea de unión de ambos puntos con el horizonte. Es decir, que en general los ángulos medidos en los levantamientos topográficos son horizontales o verticales (o lo son muy aproximadamente).

Al hablar de *ángulo* entre dos puntos se sobrentiende que se trata del ángulo comprendido entre las proyecciones, sobre el plano del horizonte,

de dos líneas que pasan por tales puntos y concurren en un tercero. Así, en la figura 12-1(*a*), el ángulo en *O* entre los puntos *B* y *C* es el ángulo horizontal *BOC*. El ángulo vertical a un punto es su ángulo de elevación o de depresión respecto al horizonte; observado desde un punto de referencia, el ángulo es positivo o negativo según que el punto observado esté por encima o por debajo del plano horizontal que pasa por el punto de referencia. Es decir, que el ángulo vertical medido desde *A* sobre un punto *B* será positivo si *B* está más alto que *A*. La medición de ángulos verticales se aplica a la nivelación indirecta o trigonométrica aludida en el capítulo VIII y descrita más adelante, con más detalle, en la sección 13-19. Por ahora nos ocuparemos únicamente de ángulos y direcciones en el plano horizontal.

12-2. Meridianos.—Las direcciones relativas de las líneas de unión de los puntos representados en un levantamiento topográfico pueden determinarse de varios modos. En la figura 12-1(*a*) se ven varias rectas que parten de un mismo punto *O*. La dirección de una línea (como *OB*) respecto a otra contigua (como la *OA*) está dada por el ángulo horizontal *a* formado por ambas líneas y por el sentido en que se cuenta el mismo (p. ej., el de las agujas del reloj). La dirección de una línea cualquiera (*OC*) con respecto a otra no contigua (como la *OA*) no está dada por ninguno de los ángulos observados, pero se puede calcular sumando los anteriores ($a + b$).

En la figura 12-1(*b*) aparecen las mismas líneas, pero con los ángulos medidos a partir de una recta de referencia *OM*. La dirección de una línea cualquiera *OA* con respecto a la de referencia *OM* está dada por el ángulo 1, comprendido entre ambas, y por el sentido en que se ha medido (el de las agujas del reloj). El ángulo entre otras dos líneas, tal como el *AOC*, no se obtiene directamente, pero se puede calcular restando los ángulos de dirección de sus lados ($\hat{3} - \hat{1} = \widehat{AOC}$).

La línea fija de referencia puede ser una cualquiera del levantamiento o una puramente imaginaria, y se denomina *meridiana* (vulgarmente meridiano). Cuando esta línea es arbitraria, sin conexión alguna con los puntos cardinales, se llama *meridiano convencional;* si dicha línea pasa efectivamente por los polos Norte y Sur de la Tierra, es decir si tiene realmente la orientación Norte-Sur, se llama *meridiano verdadero,* y si es paralela a las líneas de fuerza magnética terrestres, o sea a la dirección de la aguja magnética, se llama *meridiano magnético.*

12-3. Meridiano verdadero.—El *meridiano verdadero* o *astronómico* se determina por observaciones astronómicas, como se dirá más adelante en la sección 12-10. En un punto dado de la Tierra la dirección del meridiano es siempre la misma, por lo cual los acimutes referidos al mismo son invariables e independientes del tiempo que transcurra desde su observación. Las alineaciones en levantamientos de gran extensión, como sucede generalmente en las demarcaciones jurisdiccionales y fronterizas, se refieren al meridiano verdadero.

12-4. Meridiano magnético.—La dirección del meridiano magnético está dada por la que toma un imán libremente suspendido o apoyado. Los polos magnéticos de la Tierra se hallan a cierta distancia de los geográficos, por lo que el meridiano magnético no es, en general, paralelo al verdadero o astronómico. La posición de los polos magnéticos cambia continuamente, lo que hace que la dirección del meridiano magnético no sea constante. Sin embargo, se toma como referencia el meridiano magnético en trabajos topográficos de no gran precisión, donde se emplea la brújula, y también en levantamientos más exactos, para proyectar una red de observaciones o para comprobar de modo expedito las mediciones angulares hechas con teodolito. Hasta hace algún tiempo el empleo del meridiano magnético como referencia para los acimutes estuvo muy extendido, sobre todo en agrimensura. En la sección 12-10 nos ocuparemos de la determinación del meridiano magnético.

12-5. Aguja magnética.—Toda varilla de hierro imanado, suspendida libremente por su centro de gravedad, toma por sí sola una dirección paralela a las líneas de fuerza magnéticas de la Tierra. En proyección horizontal, estas líneas definen el meridiano magnético. En alzado, las líneas de fuerza están inclinadas hacia abajo por la parte norte, en el hemisferio boreal, y hacia abajo por la parte sur, en el hemisferio austral, y como la aguja magnética toma una posición paralela a estas líneas de fuerza, también resulta inclinada respecto a la horizontal; este fenómeno se conoce con el nombre de *inclinación magnética.* El ángulo de inclinación varía desde 0° en el Ecuador hasta 90° en los polos magnéticos. La aguja de las brújulas está apoyada sobre un pivote. Para contrarrestar el efecto de la inclinación magnética, y que la aguja permanezca siempre horizontal, se coloca un contrapeso en uno de sus extremos (el extremo sur, en el hemisferio Norte). Este contrapeso consiste, de ordinario, en una anilla de latón que a manera de muelle se fija sobre la aguja. Mientras se emplee la brújula en una misma región y la aguja no pierda imanación, esta se encontrará siempre equilibrada y en posición horizontal. Cuando por la causa que sea la aguja se desequilibra, se corre el contrapeso en el sentido conveniente para lograr de nuevo el equilibrio perdido. En el punto medio de la aguja va engastada una piedra preciosa, que constituye un punto de apoyo, sin apenas rozamiento alguno, sobre el pivote.

12-6. Declinación magnética.—El ángulo formado por el meridiano verdadero y el magnético se llama *declinación magnética.* Si el polo Norte de la aguja magnética apunta hacia el Este del meridiano verdadero, se dice que la declinación es oriental [véase Fig. 12-13(*b*)]; si se dirige hacia el Oeste del meridiano verdadero, se dice que la declinación es occidental.

Si en un lugar dado se tiene establecida una alineación orientada de Norte a Sur verdaderos, se puede hallar la declinación media de una brújula por observaciones repetidas a lo largo de cierto tiempo. Para la mayor parte de los trabajos topográficos corrientes se determina la decli-

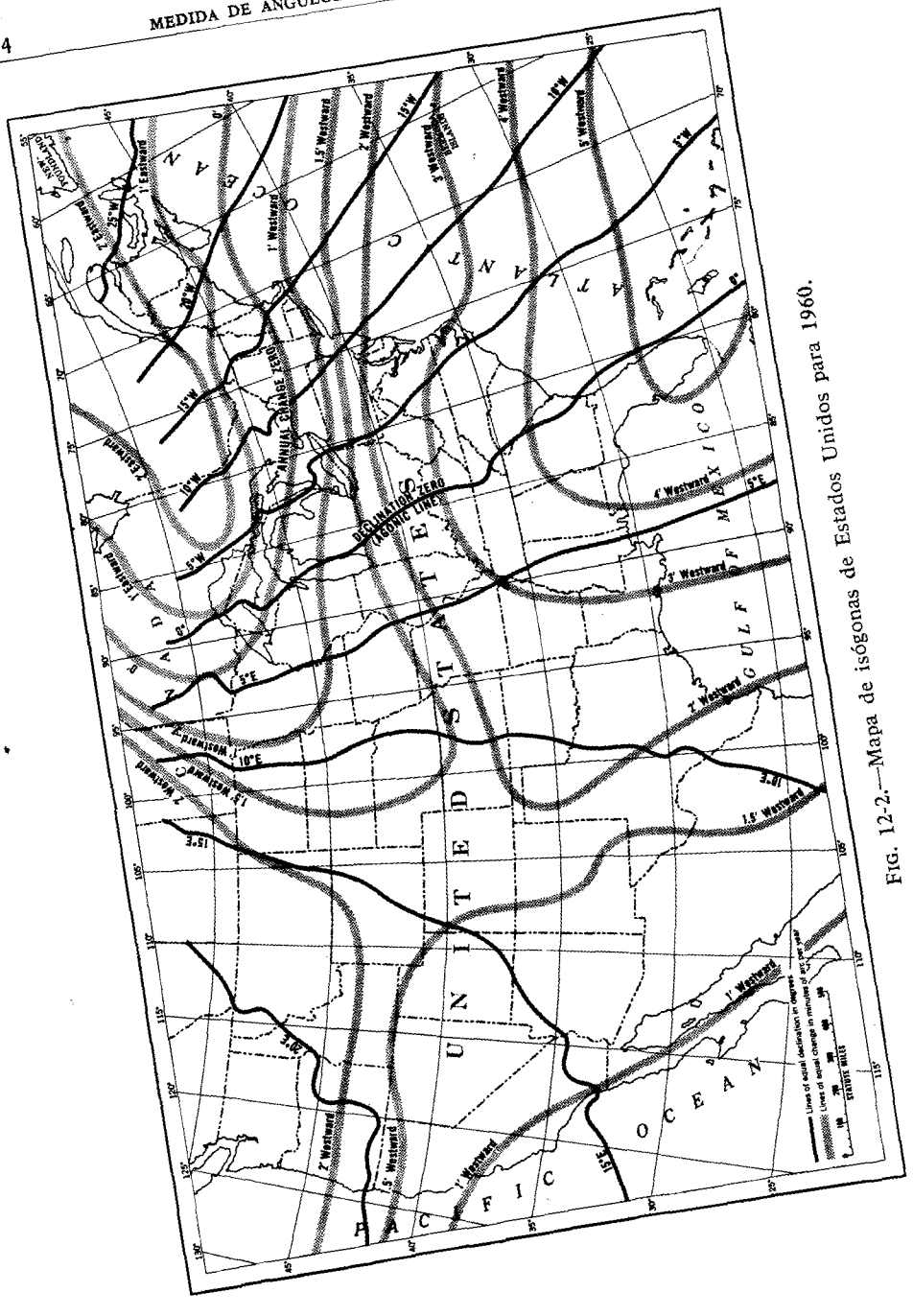

ATLANTIC OCEAN
GULF OF MEXICO
PACIFIC OCEAN
UNITED STATES
DECLINATION ZERO (AGONIC LINE)
ANNUAL CHANGE ZERO
Lines of equal declination in degrees as of the year
Lines of equal change in minutes per year
STATUTE MILES

FIG. 12-2.—Mapa de isógonas de Estados Unidos para 1960.

nación, con precisión suficiente, valiéndose de un mapa de isógonas del país de que se trate. Para una localidad dada se puede conocer el valor de la declinación consultando los organismos competentes (en España, el Instituto Geográfico y Catastral; en Estados Unidos, el Servicio Geodésico y de Costas).

12-7. Mapas de isógonas.—La figura 12-2 representa un mapa de isógonas, es decir, de líneas que unen puntos de igual declinación, correspondiente a Estados Unidos en el año 1960.

Este mapa está basado en observaciones realizadas por el Servicio Geodésico y de Costas de los Estados Unidos, en estaciones muy diseminadas por todo el país. Las líneas de trazo lleno unen puntos de igual declinación magnética y se llaman *líneas isogónicas.* Al este de la línea de declinación cero, o *línea agónica,* el extremo norte de la aguja magnética apunta hacia la izquierda del Norte; al oeste de esta línea apunta hacia la derecha del Norte. La punta norte de la aguja magnética se mueve hacia el Este en toda la superficie donde la variación anual de la declinación es oriental, y hacia el Oeste en el resto del mapa, con una velocidad dada por las líneas de igual variación anual.

12-8. Variaciones de la declinación magnética.—La declinación magnética cambia, más o menos exactamente, según períodos de: 1) unos 300 años; 2) un año, y 3) un día, a saber:

1. *Variación secular.*—A manera de un péndulo, el meridiano magnético oscila, avanzando en una dirección durante siglo y medio, hasta quedar poco a poco parado, para moverse después en dirección contraria; y como sucede en el péndulo, la velocidad es mayor en el punto medio de la oscilación. La magnitud de la variación anual es muy irregular. Hasta ahora no están del todo aclaradas las causas de esta variación. En la figura 12-2, las líneas de trazos indican la magnitud de la variación secular para el año 1960. Dado el valor de esta variación, tiene para el topógrafo gran importancia el conocimiento de la misma, especialmente cuando tiene que replantear trabajos con rumbos magnéticos tomados muchos años antes. Cuando se habla de *variación,* sin especificar nada más, se sobrentiende que se trata de la variación secular.

2. *Variación anual.*—Esta variación periódica anual es distinta de la secular. Su valor, en la mayor parte de los Estados Unidos, no llega a 1′ de arco.

3. *Variación diaria.*—Esta es una oscilación que efectúa la aguja magnética todos los días. Para puntos de Norteamérica, el polo norte de la aguja magnética alcanza su máxima elongación oriental hacia las 8 o las 9 de la mañana, y su elongación máxima occidental hacia la 1 o las 2 de la tarde; pasa por su posición media entre las 10 y las 11 de la mañana y entre las 7 de la tarde y las 11 de la noche. El valor de esta variación cambia algo de un año a otro, siendo mayor en verano que en invierno. En general, cuanto más alta es la latitud, mayor es la variación diurna. El promedio de los valores de esta variación, en Estados Unidos,

no llega a 8′ de arco, cantidad tan pequeña que no es necesario tener en cuenta en la mayoría de los trabajos hechos con brújula.

4. *Variaciones irregulares.*—Son las debidas a perturbaciones magnéticas, no pudiendo ser predichas, aunque coinciden casi siempre con las tempestades magnéticas, cuando aparecen las auroras boreales. Estas variaciones pueden pasar de 1°, sobre todo en latitudes elevadas.

12-9. Atracción local.—Los objetos de hierro o acero, algunos minerales de hierro y la corriente eléctrica alteran la dirección de las líneas de fuerza magnéticas próximas, y pueden desviar la aguja de la brújula de su dirección hacia el Norte magnético. La desviación producida por esta causa se llama *atracción local.* En ciertos lugares, particularmente en las poblaciones, este efecto es tan pronunciado que inutiliza la brújula para determinar direcciones. La atracción local puede variar mucho de un punto a otro, por muy próximos que estos se hallen entre sí. La cinta de acero, las agujas y objetos pequeños de hierro o de acero que el operador pueda llevar encima son causas de atracción local, y aun cuando estas puedan hacerse desaparecer fácilmente, es corriente olvidarse de ellas, cometiéndose así errores considerables. Por los métodos que más adelante describiremos (véase Sec. 12-23) se puede hallar el valor de la atracción local y corregir así las direcciones observadas con la brújula.

De ordinario, la atracción local se puede descubrir observando el rumbo magnético de una alineación en dos o más puntos de la misma.

12-10. Determinación del meridiano.—La dirección del meridiano *verdadero* se obtiene mediante observaciones astronómicas, como veremos en el capítulo XXI. En realidad, puede observarse cualquier astro de posición conocida, pero el utilizado generalmente con este fin es la estrella polar. Para levantamientos de precisión normal se emplea el teodolito.

En los levantamientos con brújula, para hallar la declinación magnética se determina a veces el meridiano verdadero alineando dos plomadas con la polar, usualmente cuando esta estrella se encuentra en su máxima elongación (posición más alejada hacia el Este o el Oeste). Si se conoce la hora con toda exactitud, se suelen hacer las observaciones con la estrella en su culminación (directamente arriba o abajo del polo, o sea sobre el meridiano). Se suspende una de las plomadas a una altura conveniente y se clava una estaca en el punto del terreno inmediatamente por debajo de la pesa; sobre la estaca se introduce un clavo, que define la dirección norte del meridiano. A unos 4 ó 6 m de esta plomada, contados hacia el Sur, se clavan dos estacas, una a cada lado del meridiano aproximado, dado por la primera estaca, y entre las dos estacas se tiende y atiranta una cuerda fuerte, que se sujeta con un clavo fijado en la cabeza de cada estaca. De esta cuerda se suspende una segunda plomada. Al acercarse el momento de la máxima elongación, o de la culminación, el observador mueve la segunda plomada de modo que siempre esté enfilada con la primera y con la polar, hasta el instante de la máxima

elongación o de la culminación, clavándose entonces una estaca por debajo de la plomada, con un clavo en la cabeza. Si la polar está en su culminación, la alineación definida por la primera y la última estacas corresponde al meridiano verdadero; pero si estaba en su máxima elongación, el meridiano verdadero se determina tomando un ángulo, a uno u otro lado de la alineación previamente establecida, igual al acimut de la polar, dado en las tablas correspondientes de los anuarios astronómicos; si la observación se ha hecho con la elongación occidental, el ángulo se mide de izquierda a derecha; si la elongación era oriental, el ángulo se mide de derecha a izquierda. Las horas de las máximas elongaciones y de la culminación de la polar se toman de tablas publicadas en los anuarios astronómicos, y la latitud y la longitud se deducen, con bastante aproximación, de un mapa.

La primera plomada ha de ser iluminada con luz artificial, y para frenar sus oscilaciones se introduce su pesa en agua. Unos minutos antes y después del momento de la máxima elongación se ve moverse la estrella verticalmente, por lo cual las observaciones hechas en este caso no están afectadas por errores de hora, y pueden realizarse sin precipitación. Si la estrella está en su máxima elongación y se pone gran cuidado en la colocación de las estacas, el error que se comete en la determinación del meridiano no pasa de 5′. Pero en la culminación, la estrella se mueve de Este a Oeste con una velocidad de unos 6′ de arco en 15 min de tiempo; por esta causa hay que conocer la hora con toda exactitud y la observación ha de hacerse con toda rapidez. La hora de la culminación de la polar se puede determinar observando el paso por el meridiano de otras estrellas brillantes que estén sobre la misma recta que une a la polar con el polo.

El meridiano *magnético* se puede determinar estacionando la brújula en un sitio adecuado de la alineación que se quiere orientar y visando una serie de puntos, que se van marcando con estacas a lo largo del meridiano. Después de cada visual se hace girar la brújula unos cuantos grados y se vuelve de nuevo hacia atrás hasta que la aguja señale otra vez el cero del limbo graduado. La media de los puntos así hallados se considera como la dirección del meridiano magnético, suponiendo que las observaciones se han hecho a una hora del día en que la declinación tiene su valor medio, pues de no ser así hay que aplicar una corrección por variación diurna, que figura en tablas calculadas a este efecto.

En los vértices de las triangulaciones geodésicas se suelen reseñar visuales a puntos fijos, orientadas según el Norte verdadero, sobre las cuales se apoyan los levantamientos topográficos ulteriores.

12-11. Angulos y direcciones.—Los ángulos y las direcciones pueden clasificarse en *orientaciones* o *rumbos, acimutes, desviaciones, ángulos positivos* y *ángulos interiores,* tal y como se definen en las secciones siguientes. Los valores de estos ángulos se dice que son *observados* cuando se han medido directamente en campo, y *calculados*, si se han deducido de modo indirecto por operaciones matemáticas. Es muy fácil

convertir un ángulo de cierta clase en el correspondiente a otra cualquiera con solo dibujar un croquis o esquema que ponga de manifiesto la relación entre unos y otros.

12-12. Orientaciones o rumbos.—La dirección de una alineación con respecto a un meridiano dado es una *orientación*. Se define la orientación de una línea por el cuadrante en que se encuentra y por el ángulo agudo que forma con el meridiano en tal cuadrante. En la figura 12-3(*a*) la línea *SN* representa un meridiano (verdadero, magnético o convencional) y *OA, OB, OC* y *OD* son alineaciones cuya orientación se quiere conocer. La línea *OA* está en el cuadrante nordeste y forma un ángulo de 37° con el meridiano en este cuadrante. La orientación de *OA* se lee «Norte 37° Este» y se escribe N37°E. Las orientaciones de *OB, OC* y *OD* son, respectivamente, S62°E, S50°O, y N20°O. En todos los casos, el valor de los ángulos está comprendido entre 0° y 90°. Si la alineación es paralela al meridiano y está dirigida hacia el Norte, se indica así: N0°, o *Norte verdadero,* y si es perpendicular al meridiano y está dirigida hacia el Este, se anota de este modo N90°E, o *Este verdadero.*

La orientación o rumbo se llama *verdadero, magnético* y *convencional,* según sea el meridiano de referencia.

En la figura 12-3(*b*), si la orientación observada de *OA* es N37°E, y el ángulo $AOB = 81°$, la orientación calculada de *OB* será S62°E.

12-13. Acimutes.—Se llama acimut de una alineación al ángulo que forma con el meridiano, contado en sentido positivo (de las agujas del reloj) a partir del extremo Sur del meridiano. En las observaciones

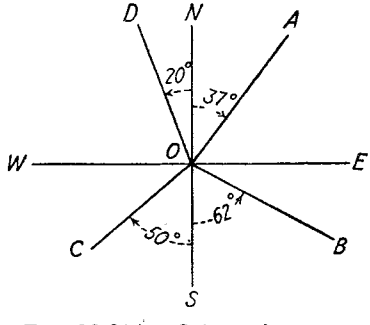


FIG. 12-3(*a*).—Orientaciones (rumbos).

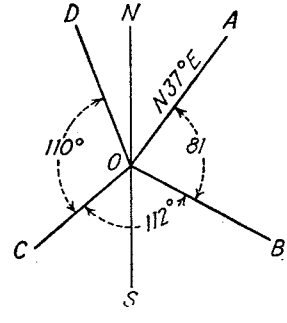


FIG. 12-3(*b*).—Angulos y orientaciones.

astronómicas se cuentan, generalmente, los acimutes desde el Sur verdadero; en topografía, unos operadores cuentan los acimutes desde el Sur, otros desde el Norte, con referencia a meridianos de una u otra clase; pero en un mismo levantamiento, el meridiano de partida o acimut cero es siempre único. Los acimutes se llaman también *verdaderos (astronómicos), magnéticos* o *convencionales,* según sea el meridiano adoptado. Los acimutes pueden tener valores comprendidos entre 0° y 360°.

En la figura 12-4(*a*) los acimutes, medidos desde el punto Sur, son: ac. $OA = 217°$, ac. $OB = 298°$, ac. $OC = 50°$ y ac. $OD = 160°$; y en la figura 12-4(*b*), los acimutes de las mismas líneas, medidos desde el Norte, son: ac. $OA = 37°$, ac. $OB = 118°$, ac. $OC = 230°$ y ac. $OD = 340°$. En la figura 12-4(*a*), si el acimut observado de *OA*, contado desde el Sur, es 217°, y el ángulo observado *AOB* vale 81°, el acimut calculado de *OB* será 298°.

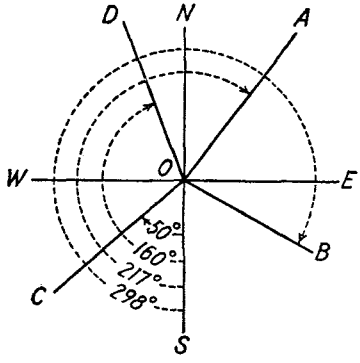


FIG. 12-4(*a*).—Acimutes desde el Sur.

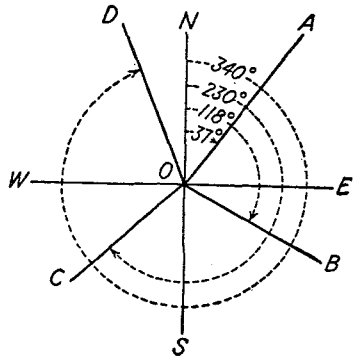


FIG. 12-4(*b*).—Acimutes desde el Norte.

Los acimutes pueden deducirse de los rumbos, y viceversa, preferentemente haciendo uso de un esquema; p. ej., si la orientación de una visual es N16°E, su acimut (desde el Sur) es $180 + 16 = 196°$; y si el acimut (desde el Sur) de una línea es 285°, su rumbo será $360 - 285 = S75°E$.

En algunos casos, la palabra *acimut* se refiere a una orientación, y el ángulo a que corresponde puede tomarse en sentido positivo (de izquierda a derecha), como al hablar de «acimut de la polar» (véase Sec. 21-25), o en sentido contrario, como al tratar de «acimut de la secante» (véase sección 23-7).

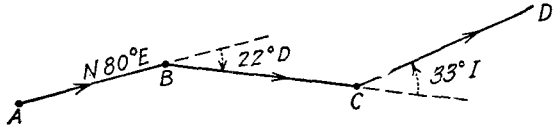


FIG. 12-5.—Angulos de desviación.

12-14. Desviación.—El ángulo formado en un itinerario por una línea y la prolongación de la precedente se llama *ángulo de desviación*, o simplemente *desviación*. En la figura 12-5 la desviación de la línea *BC* con respecto a su precedente *AB* es de 22°*D*, donde la *D* significa que el ángulo se ha contado hacia la derecha de la línea anterior (sentido positivo), y la desviación de *CD* respecto a *BC* es de 33°*I*, en donde *I* indica

que el ángulo se ha contado hacia la izquierda de *BC*. Las desviaciones pueden tener valores comprendidos entre 0° y 180°, pero la costumbre es no emplearlas para ángulos mayores de 90°. En una poligonal cerrada, la suma algebraica de las desviaciones (considerando las positivas como de signo opuesto a las contrarias) es igual a 360°.

Conociendo la orientación de un lado de la poligonal y las desviaciones observadas, se puede deducir la orientación de los demás lados. En la figura 12-5, sabiendo que la orientación *AB* es N80°E, se tendrá la de *BC* del modo siguiente: 180 — 80 — 22 = S78°E.

12-15. Angulo positivo.—Se llama así al ángulo formado por una línea con su precedente, contado a partir de esta, en sentido positivo (el de las agujas del reloj), como se ve en la figura 12-6. También recibe el nombre de *ángulo a la derecha.*

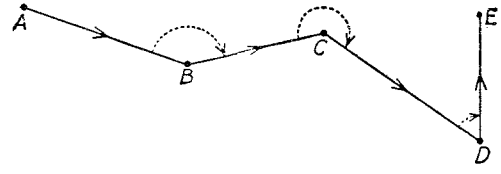


FIG. 12-6.—Angulos positivos.

12-16. Angulos interiores.—En un itinerario cerrado los ángulos formados por cada dos lados consecutivos, por dentro del polígono, se llaman *ángulos interiores.* Si *n* es el número de lados del polígono, la suma de los ángulos interiores es igual a $(n - 2)180°$.

12-17. Poligonales.—La sucesión de líneas rectas que van uniendo puntos situados a lo largo de un itinerario topográfico constituye una *poligonal.* Los puntos que definen la poligonal son los *vértices* o *estaciones* de la misma. La distancia entre cada dos vértices se mide con estadía o directamente con cinta. En cada punto en que haya un cambio de dirección hay que hacer observaciones angulares. Si la poligonal es *cerrada,* como sucede con el perímetro de una parcela, el último punto ha de coincidir con el primero; en caso contrario se dice que la poligonal es *abierta,* como es el itinerario para el trazado de una carretera. También suelen designarse las poligonales según su objeto, el aparato empleado, el método seguido en su observación o la clase de ángulos medidos; así, se dice que una poligonal es de *proyecto,* cuando sirve de base para estudios posteriores; de *teodolito* y *estadía,* cuando sus ángulos y distancias se miden de este modo, o de *acimutes,* cuando los ángulos observados son de esta clase.

Los ángulos de desviación se emplean generalmente en poligonales abiertas, donde los cambios de dirección de sus lados son menores de 90° en cada estación. En el trazado de carreteras, vías férreas, canales, etc., las mediciones angulares se hacen casi siempre por desviaciones. Los

acimutes son muy usados en levantamientos topográficos en que hay que situar gran número de detalles por observación angular desde cada estación. Cuando se trata de levantar el contorno de un terreno se miden los ángulos interiores del polígono correspondiente: son muy raras las poligonales levantadas con orientaciones, excepto cuando se opera con brújula; también se observan rumbos magnéticos como comprobación, *grosso modo,* con brújula, de levantamientos hechos con mayor precisión, en los cuales se han observado desviaciones, acimutes o ángulos interiores.

En el capítulo XIV trataremos detalladamente de los métodos propios de las poligonales, que constituyen el mejor procedimiento para levantamientos topográficos donde el terreno permita establecer tales itinerarios.

12-18. Triangulación.—Se llama así el conjunto de operaciones necesarias para establecer sobre el terreno una cadena de triángulos (o uno solo) cuyos ángulos se miden por observación directa, y la longitud de cuyos lados se determina por cálculo trigonométrico. El caso más sencillo lo constituye el de un solo triángulo, uno de cuyos lados es de longitud conocida. Midiendo dos ángulos del triángulo se tienen suficientes datos para calcular la longitud de los otros dos lados. Pero conviene medir también el tercer ángulo como comprobación.

Una cadena o red de triángulos es una serie de triángulos unidos entre sí de manera que por observación de ángulos y conocimiento de un solo lado se puedan calcular todos los demás lados. El lado de longitud conocida, sobre el cual se apoya el cálculo de todas las demás distancias, se llama *base de la triangulación.*

A veces es preciso hacer una triangulación en conexión con una o más poligonales, sobre todo cuando resulta imposible medir alguna distancia. También se emplea la triangulación simple para situar los ejes de los túneles y los estribos y pilares de los puentes. Mediante triángulos se pueden situar fácilmente puntos en las orillas opuestas de una corriente de agua. Para el levantamiento de superficies da excelentes resultados su división en triángulos. En general, cuando se trata de una red muy extensa de triangulación, como en planos de grandes poblaciones o mapas de una nación, entran en la red no solo triángulos, sino cuadriláteros y polígonos de mayor número de lados

Para detalles de los métodos de triangulación, véase el capítulo XVI. La ventaja de la triangulación sobre la poligonación (itinerarios) es el menor número de mediciones de distancias que son necesarias; la desventaja consiste en el mayor número de cálculos que hay que efectuar. La triangulación es muy superior a la poligonación cuando el terreno ofrece grandes obstáculos para el trabajo (arbolados, grandes desniveles, marismas, etc.).

12-19. Determinación de ángulos y rumbos.—Los ángulos se miden, usualmente, con teodolito, pero también pueden medirse con cinta, plancheta, sextante o brújula (véase tabla 7-1). Los rumbos se observan con brújula.

1. *Teodolito.*—El manejo y verificaciones del teodolito constituye el contenido del capítulo siguiente. Los elementos esenciales del teodolito que ahora nos interesan son: 1) un círculo horizontal (acimutal), dividido en grados, que puede girar alrededor de un eje vertical y fijarse en la posición que se quiera; 2) otro círculo, que puede girar por dentro del primero, y que lleva un nonio para hacer lecturas sobre el limbo gra-

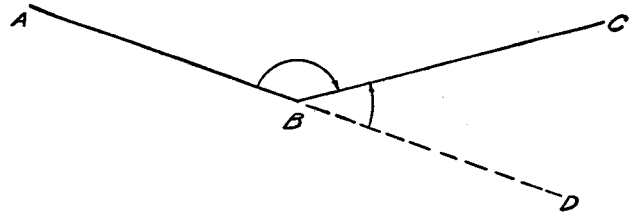


FIG. 12-7.—Medición de ángulos con teodolito.

duado; 3) un anteojo, unido al círculo del nonio, que gira con este último, y que puede también girar en sentido vertical. En la mayor parte de los teodolitos el nonio suele apreciar 1′ de arco, y en algunos modelos de gran precisión esta apreciación llega a ser de 10″ (véase también Sec. 2-3).

Supongamos que hay que medir el ángulo *ABC* de la figura 12-7; se estaciona el teodolito en *B*, se pone el nonio sobre el cero del círculo horizontal y se dirige una visual al punto *A*. Se amordaza el círculo horizontal y se mira al punto *C*. Puesto que el nonio se mueve a la vez que el anteojo, describe también el mismo ángulo *ABC*, que se lee sobre el círculo acimutal. Si se quiere observar el acimut de *BC* (estando el círculo graduado de 0° a 360° en sentido positivo), la visual hacia *A* se toma con el nonio colocado en la lectura del acimut de la línea *BA*. Al girar el anteojo sobre *C*, la lectura del nonio da el acimut de la línea *BC*. Si se desea la desviación en *B*, se mira hacia *A* con el nonio puesto en 0°, se gira después el anteojo en sentido vertical (hacia abajo) para visar el punto *D*, y después se gira en sentido horizontal hasta mirar el punto *C*; con el nonio se lee así el ángulo *DBC*.

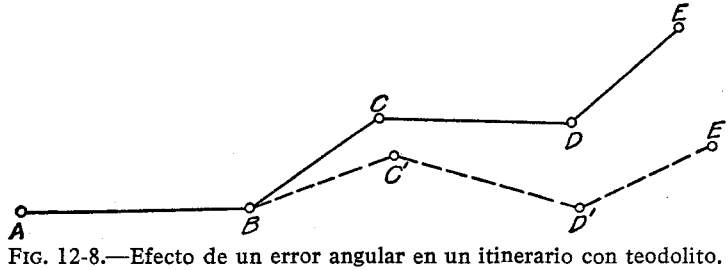


FIG. 12-8.—Efecto de un error angular en un itinerario con teodolito.

Al recorrer una poligonal, como la *ABCDE* de la figura 12-8, se van midiendo ángulos en todas las estaciones. Si se comete algún error en algunos de los ángulos, como en el *ABC*, p. ej., todos los demás rumbos observados o calculados en los demás vértices del itinerario, es decir, de los lados *BC*, *CD* y *DE*, quedarán afectados por el mismo error. Si el error en *B* hubiese sido el ángulo *CBC'*, las rectas *BC'*, *C'D'* y *D'E'* representan los lados observados o calculados a partir del punto *B*.

2. *Cinta.*—Midiendo los tres lados de un triángulo se tienen datos bastantes para calcular los ángulos. Aunque en casi todos los trabajos topográficos los ángulos se miden directamente, hay ocasiones en que pueden determinarse con mayor exactitud con la cinta que con el teodolito. El procedimiento ordinariamente seguido es el que se describió en la sección 7-26. El error con que resulta calculado el ángulo depende de la precisión con que se hayan situado los puntos y con que se hayan medido las longitudes; este error no debe pasar de 5′ a 10′ en ángulos agudos sobre terreno llano. Para ángulos mayores de 90° se mide el ángulo agudo que excede del recto. Este método es muy lento, usándose solo como comprobación o cuando no se dispone de goniómetros de confianza.

3. *Plancheta.*—Los ángulos se pueden representar gráficamente con la *plancheta* provista de *alidada*, cuyo manejo y comprobaciones se detallan en el capítulo XVII. La plancheta consiste, fundamentalmente,

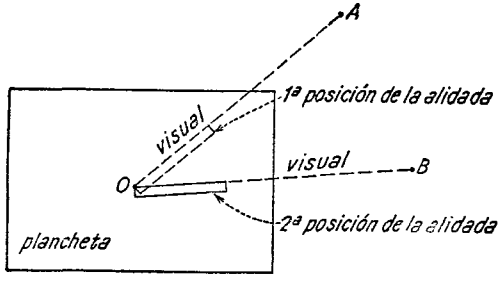


FIG. 12-9.—Plancheta.

en un tablero de dibujo montado sobre un trípode, de manera que pueda nivelarse y girar en un plano horizontal. La parte principal de la alidada es una regla, paralelamente a la cual se puede dirigir una visual a un punto. En la figura 12-9 se ve la manera de utilizar la plancheta para la determinación gráfica del ángulo *AOB*. La plancheta, sobre la que se fija una hoja de papel de dibujo, se estaciona sobre el punto *O* del terreno. En el papel se señala un punto *O*, correspondiente al del terreno, se dirige una visual al punto *A* y se traza una recta; se mira después al punto *B* y se traza otra recta. Las dos líneas trazadas en el papel son paralelas a las que sobre el terreno unen el punto *O* con los *A* y *B*, quedando así representado el ángulo *AOB*. La plancheta se

emplea mucho en aquellos levantamientos topográficos en que basta con la representación gráfica de los ángulos, sin que sea necesario conocer los valores numéricos de los mismos.

4. *Sextante.*—El sextante, aunque se emplea casi exclusivamente en marina, se usa a veces en topografía, sobre todo en trabajos hidráulicos (véase Cap. XXX). En la sección 30-16 se detalla el manejo del sextante. La ventaja de este sobre los demás instrumentos consiste en que se pueden medir ángulos estando el observador sobre un objeto en movimiento, por lo cual pueden leerse ángulos desde un bote al hacerse sondeos. El ángulo medido está en el mismo plano que los dos puntos visados y el anteojo del sextante, es decir que en general no será un ángulo horizontal. Pero en aquellas ocasiones en que se opera con el sextante sobre tierra firme, pueden considerarse como horizontales todos los ángulos observados, sin cometer con ello errores apreciables. El ángulo realmente medido no tiene su vértice en el ojo del observador, sino en la intersección de los dos rayos visuales; para ángulos pequeños este punto de intersección está a bastante distancia por detrás del observador. Por esta razón el sextante carece de precisión cuando se trata de ángulos de poca abertura, es decir, menores de 15°, o de distancias cortas, o sea menores de 300 m.

5. *Brújula.*—En las secciones siguientes se describe el empleo y correcciones de la brújula, que es muy útil para levantamientos de poca precisión; y en unión del teodolito, para hacer un proyecto de triangulación o para comprobar, de modo aproximado, los ángulos horizontales medidos de modo más exacto.

LA BRUJULA

12-20. Rumbos con brújula.—Para el topógrafo, las partes esenciales de una brújula son: 1) un limbo graduado de 0° a 90° en ambos sentidos desde el N y desde el S, con los puntos E y W invertidos, como se ve en la figura 12-10; 2) una línea de mira en la dirección de los puntos SN del limbo; 3) una aguja imanada. Cuando la línea de mira está enfilada en determinada dirección, la aguja (parada después de haber oscilado sobre su pivote) indica el rumbo magnético. En la figura, el rumbo de *AB* es N60°E. Si el punto N del círculo graduado está más cerca del objeto que el S, se hace la lectura con el N de la aguja. (El Oeste se indica con las letras O o W.)

Los instrumentos que tienen las anteriores características pueden agruparse en tres clases:

1.ª *Brújulas de bolsillo.*—Usualmente se sostienen con la mano para hacer las observaciones; se emplean en reconocimientos y en otros trabajos expeditos.

2.ª *Brújula de agrimensor.*—Va montada sobre un trípode y, en algunos modelos, en un bastón o chuzo de 1,50 m de altura. Hubo un

tiempo en que esta brújula se empleó en toda clase de levantamientos topográficos; actualmente ha quedado reducido su uso a trabajos forestales, proyectos y planos de poca precisión.

3.ª *Declinatoria.*—Es una brújula análoga a la de agrimensor, pero de mucho menor tamaño, montada en la plataforma de los teodolitos.

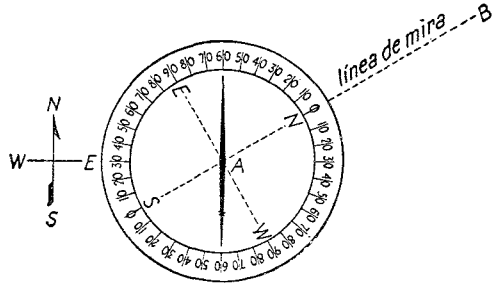


FIG. 12-10.—Características de la brújula utilizada en topografía.

12-21. Brújula de bolsillo.—La figura 12-11 corresponde a una de estas brújulas, en la cual la línea de mira está indicada con una raya grabada o pintada en la cara interior de la tapa. Abriendo completamente dicha tapa, y mirando a lo largo de la raya, se espera a que la aguja quede parada, y en ese momento, apretando un botón o una palanquita, se inmoviliza la aguja y se lee el rumbo sobre el limbo graduado.

La brújula de bolsillo Brunton, que se ve en la figura 12-12, ideada para operar sosteniéndola con la mano, puede emplearse también montada sobre un trípode o bastón. La tapa lleva en su cara interna un espejo *A*; en *B* hay un visor plegable. Mirando por *B* se abre más o menos la tapa, hasta que se vea el limbo reflejado en el espejo. Este presenta un círculo *C* transparente, y lleva grabada sobre el cristal una línea recta en prolongación de la línea NS del limbo y que pasa también por *B*; la línea de mira está definida por esta alineación; para hacer una observación se mira por *B* hacia el objeto o punto de que se trate a través del cristal *C*, y sin dejar de mirar a dicho punto, se nivela la brújula, centrando las burbujas de los dos niveles tubulares vistos en el espejo.

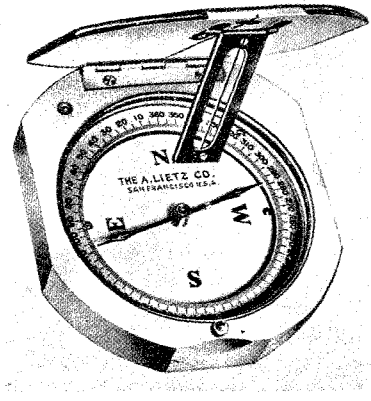


FIG. 12-11.—Brújula de bolsillo.

Cuando se para la aguja se lee el rumbo sobre la imagen del limbo en el espejo, o si se quiere, se inmoviliza la aguja apretando el botón *D*, con lo cual se puede bajar la brújula y hacer la lectura directamente sobre el limbo graduado. También se puede hacer la observación sosteniendo la brújula con la mano a distancia conveniente por debajo de los ojos (se verá como aparece en la Fig. 12-12) y moviéndola en un plano horizontal hasta que la imagen del objeto visado caiga sobre la raya grabada en el espejo, en cuyo instante se hace la lectura del rumbo.

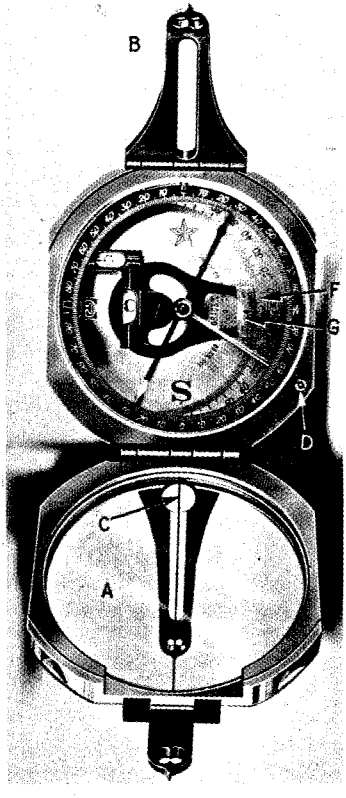


FIG. 12-12.—Brújula Brunton de bolsillo.

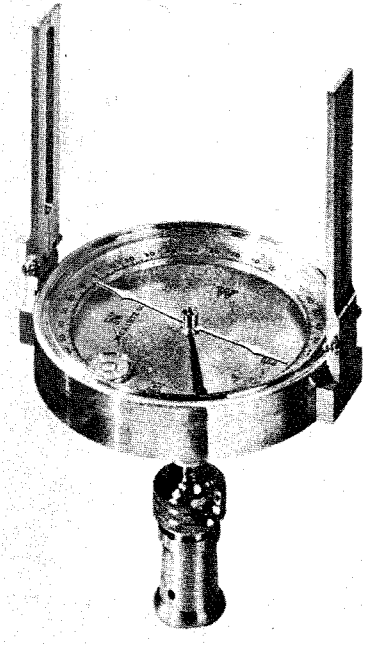


FIG. 12-13*(a)*.—Brújula de agrimensor.

Esta brújula se emplea además como nivel de mano y como clisímetro o eclímetro, para lo cual se coloca de canto y se centra una de las burbujas con una tuerca (no visible en la figura). Los ángulos verticales se leen sobre el círculo graduado *F* en el nonio *G*. Su uso es tan semejante al del nivel de Abney (véase Sec. 8-12) que no es preciso dar aquí más detalles sobre su manejo.

La *brújula prismática* es análoga, en el fondo, a la de Brunton, con la sola diferencia de llevar un círculo graduado *flotante,* sobre el cual se hacen las lecturas por medio de un prisma, y no de un espejo.

12-22. Brújula de agrimensor.—La caja en que van el círculo graduado y la aguja imanada lleva diametralmente opuestas dos pínulas o ventanas verticales, que constituyen una verdadera alidada, como se ve en la figura 12-13(*a*). La caja tiene, solidariamente unido a la misma, un gorrón o espiga vertical, que puede girar libremente dentro de un

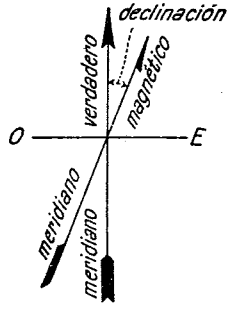


FIG. 12-13(*b*).—Declinación oriental.

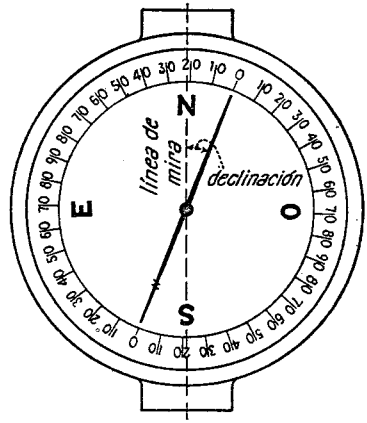


FIG. 12-13(*c*).—Ajuste del limbo sobre la declinación de que se trate.

alojamiento cónico. Por debajo del gorrón hay una cabeza nivelante, formada por una articulación de rótula, por medio de la cual se puede nivelar la brújula; la parte superior de esta articulación lleva una tuerca, que se aprieta hasta que la rótula quede bien fija. La cabeza nivelante se puede roscar sobre un trípode de madera o sobre un bastón. La caja de la brújula lleva además un nivel esférico. La aguja imanada se puede inmovilizar y soltar mediante un tornillo, y también con un tornillo se puede inmovilizar el gorrón vertical. La aguja lleva un contrapeso, como ya se dijo en la sección 12-5. El círculo está dividido, por lo general, en medios grados, y las lecturas se aproximan, a estima, hasta los 5′ o los 10′ de arco.

Para poder leer directamente los rumbos verdaderos, y no los magnéticos, algunas brújulas tienen su círculo graduado montado de modo que pueda girarse un poco dentro de su caja; con el círculo en su posición normal, la línea de mira, dada por la alidada que forman las dos mirillas verticales, coincide con la línea NS del limbo; los rumbos que así se leen son los magnéticos; pero si el círculo se hace girar en un ángulo igual a la declinación magnética, las orientaciones leídas son las verdaderas, como se ve claramente en la figura 12-13(*c*). Si la declinación

es oriental, como en el caso representado en esta figura, el círculo se gira hacia la derecha (en el sentido de las agujas del reloj); en caso contrario, se gira hacia la izquierda.

Cuando hay que determinar el rumbo de una alineación, se estaciona la brújula sobre esta última, se nivela, se suelta la aguja y se gira la brújula alrededor de su eje vertical, hasta que mirando por la alidada se vea la banderola u otro objeto cualquiera perteneciente a la alineación. Una vez parada la aguja, se lee el rumbo. Ordinariamente, la mirilla marcada con una «S» es la que se coloca inmediatamente delante del ojo, y en este caso el rumbo está dado por la punta norte de la aguja.

En la observación con brújula hay que tener en cuenta las siguientes advertencias: antes de cada lectura deben darse unos golpecitos sobre la caja para que la aguja pueda oscilar libremente. Para no confundir las puntas norte y sur de la aguja, al hacer las lecturas hay que guiarse por el contrapeso, que está sobre el extremo sur de la misma. Puesto que la precisión de las lecturas depende de la sensibilidad de la aguja, hay que poner cuidado especial en que no se rompa la piedra de apoyo de la aguja ni se embote la punta del pivote; *nunca debe trasladarse la brújula sin asegurarse de su inmovilidad,* actuando para ello sobre el tornillo o la palanquita de retención.

Al hacerse las lecturas no debe haber cerca de la brújula objeto alguno que pueda perturbar el magnetismo de la aguja, como, p. ej., la cinta metálica, las agujas, clavos, martillos, etc. También hay que procurar que no se produzcan cargas estáticas de electricidad si se frota el cristal de la tapa; poniendo un dedo mojado sobre esta tapa desaparecen tales cargas. Aunque la cantidad de metal que puede el observador llevar encima suele no influir para nada sobre la aguja, conviene hacer las lecturas siempre en la misma posición respecto a la brújula.

Los levantamientos con brújula se hacen, corrientemente, por poligonales (véase Sec. 12-17). Unicamente hay que hacer estaciones alternas, pero el trabajo queda garantizado y toda posible atracción local es descubierta si desde cada estación se hacen las dos lecturas, una hacia atrás y la otra hacia adelante. Al contrario de lo que ocurre en una poligonal de teodolito, en que un error en uno de los ángulos afecta a todas las orientaciones siguientes, si se comete un error en una de las lecturas hechas con la brújula este error no se transmite a ninguna de las observaciones siguientes. Esta es una ventaja considerable, sobre todo cuando las poligonales constan de muchos ángulos. Otra de las ventajas de la brújula consiste en que al presentarse algún obstáculo (como un árbol) puede soslayarse fácilmente estacionando el instrumento a corta distancia de la alineación y midiendo esta distancia sobre el terreno.

El registro de campo de una poligonal cerrada, levantada con brújula, se lleva de forma parecida a la representada en la figura 12-14. La declinación se supone corregida en la brújula misma, de modo que los

rumbos leídos están referidos al Norte verdadero (véase el ejemplo de la pág. 291 para el cálculo correspondiente a esta figura).

12-23. Corrección por atracción local.—Si en alguna estación de la poligonal existe una atracción local de origen permanente, tanto el rumbo de espalda como el de frente quedan afectados en la misma proporción. Prescindiendo por ahora de los errores accidentales debidos a defectos

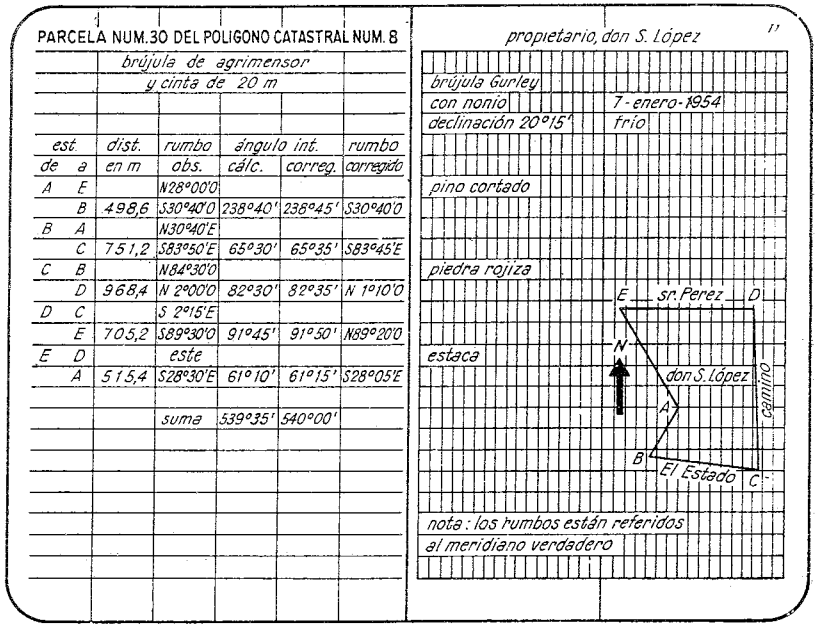


FIG. 12-14.—Registro de campo para levantamiento con brújula.

en la propia observación, es probable que los puntos extremos de una alineación, tal como *AB*, estén exentos de errores producidos por atracción local si el rumbo leído desde *B* es el inverso del leído desde *A*. Teniendo presente que el ángulo *calculado* entre las dos alineaciones concurrentes en una estación cualquiera se puede deducir exactamente de los rumbos leídos en esta estación, sin tener en cuenta si la aguja está afectada o no por atracción local, cabe tomar el lado libre de atracción local como base, calculando después los ángulos de la poligonal como diferencia de rumbos, y partiendo del lado considerado como base, se corrigen los rumbos de los lados siguientes.

EJEMPLO 1. De los rumbos leídos en una poligonal abierta, cuyos datos figuran en el cuadro de la página siguiente, se deduce que los puntos *A* y *B* están exentos de atracción local, ya que los rumbos opuestos de *AB* son exactamente